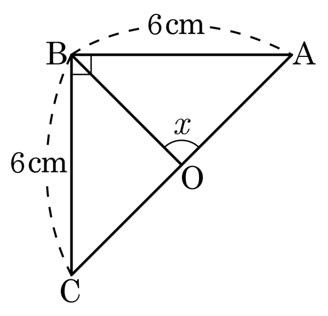
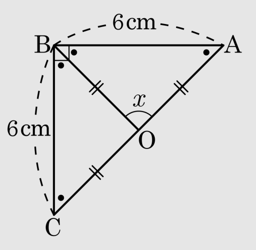
1. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 점 O 가 빗변의 중점일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?



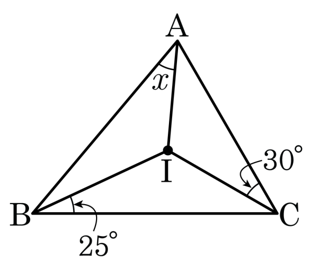
① $70°$　② $75°$　③ $80°$　④ $85°$　⑤ $90°$

해설



$\triangle ABC$ 는 직각이등변삼각형
$\angle BCA = \angle BAC$ 이고, $\angle B = 90°$ 이므로
$\angle BCA = \angle BAC = 45°$
직각삼각형 $\triangle ABC$ 의 점 O 가 빗변의 중점이므로 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
$\therefore \overline{OC} = \overline{OB} = \overline{OA}$
$\triangle OAB$ 가 이등변삼각형이므로 $(\because \overline{OA} = \overline{OB})$
$\angle OAB = \angle OBA = 45°$
따라서 $\angle AOB = 90°$ 이다.

2. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 에서 세 각의 이등분선의 교점을 I 라고 할 때, $\angle IBC = 25°$, $\angle ICA = 30°$ 이다. $\angle IAB$ 의 크기는?



① $20°$ ② $25°$ ③ $30°$ ④ $35°$ ⑤ $40°$

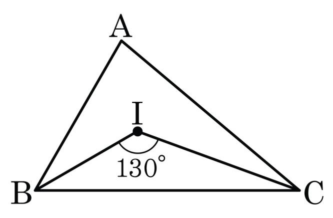
해설

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$\angle x + 30° + 25° = 90°$

$\therefore\ \angle x = 35°$

3. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle BIC = 130°$일 때, $\angle A$의 크기는?



① $80°$ ② $70°$ ③ $60°$ ④ $50°$ ⑤ $75°$

해설

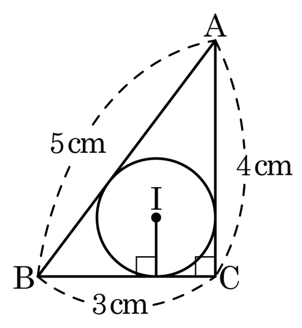
점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$이다.

점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로

$\angle BIC = 130° = 90° + \frac{1}{2}\angle A$

$\therefore \angle A = 80°$

4. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 5cm$, $\overline{AC} = 4cm$, $\overline{BC} = 3cm$ 이고, $\angle C = 90°$ 일 때, 내접원 I 의 반지름의 길이는?



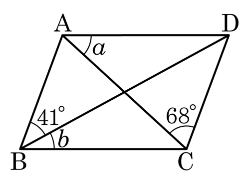
① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

내접원의 반지름의 길이를 r이라 하면

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times r \times (3 + 4 + 5) = \frac{1}{2} \times 3 \times 4$ 이다. 따라서 $r = 1cm$ 이다.

5. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\angle ABD = 41°$, $\angle ACD = 68°$ 일 때, $\angle a + \angle b$ 의 값은? (단, $\angle DAC = \angle a$, $\angle DBC = \angle b$)



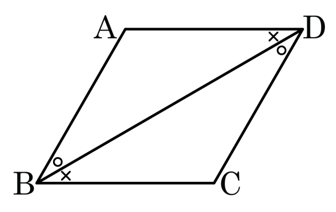
① 60°　　② 71°　　③ 80°

④ 109°　　⑤ 100°

해설

$\angle BAC = \angle ACD = 68°$ (엇각)
$\angle ACB = \angle DAC = \angle a$(엇각)
$\angle ADB = \angle DBC = \angle b$(엇각)
따라서 $\triangle ABD$ 의 세 내각의 합은 180° 이므로 $\angle a + 68° + 41° + \angle b = 180°$
$\therefore\ \angle a + \angle b = 180° - 109° = 71°$

6. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 말로 알맞은 것은?



평행사변형 ABCD 에 점 B와 점 D를 이으면 $\triangle ABD$와 $\triangle CDB$에서

$\angle ABD = \angle CDB$ (엇각) $\cdots$ ㉠

$\angle ADB = \angle CBD$ (엇각) $\cdots$ ㉡

$\boxed{}$는 공통 $\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (ASA 합동)

$\therefore\ \overline{AB} = \overline{CD},\ \overline{AD} = \overline{BC}$

① $\overline{AB}$　② $\overline{BC}$　③ $\overline{BD}$　④ $\overline{DC}$　⑤ $\overline{DA}$

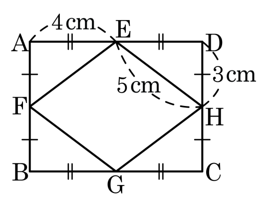
해설

$\triangle ABD$와 $\triangle CDB$에서

$\angle ABD = \angle CDB$ (엇각), $\angle ADB = \angle CBD$ (엇각), $\overline{BD}$는 공통이므로

$\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (ASA 합동)이다.

7. 다음은 직사각형 ABCD 의 각 변의 중점을 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 의 둘레의 길이는?



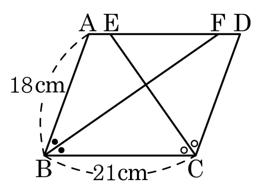
① 16cm ② 18cm ③ 20cm

④ 22cm ⑤ 24cm

해설

직사각형의 각 변의 중점을 차례로 연결하면 마름모가 된다.
따라서 □EFGH 는 둘레는 $4 \times 5 = 20(\mathrm{cm})$ 이다.

8. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BF}}$, $\overline{\mathrm{CE}}$ 는 각각 $\angle\mathrm{B}$, $\angle\mathrm{C}$ 의 이등분선이다. $\overline{\mathrm{AB}} = 18\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{BC}} = 21\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{EF}}$ 의 길이는?

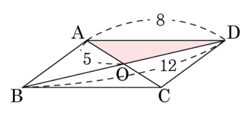


① 15cm ② 18cm ③ 20cm
④ 21cm ⑤ 23cm

해설

$\overline{\mathrm{AF}} = \overline{\mathrm{AB}} = 18\ (\mathrm{cm})$
$\overline{\mathrm{CD}} = \overline{\mathrm{DE}} = 18\ (\mathrm{cm})$
$\overline{\mathrm{AF}} + \overline{\mathrm{ED}} - \overline{\mathrm{EF}} = 21\ (\mathrm{cm})$ 이므로
$\overline{\mathrm{EF}} = 18 + 18 - 21 = 15\ (\mathrm{cm})$

9. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AD}=8$, $\overline{AO}=5$, $\overline{BD}=12$ 일 때, $\triangle OAD$의 둘레의 길이는?

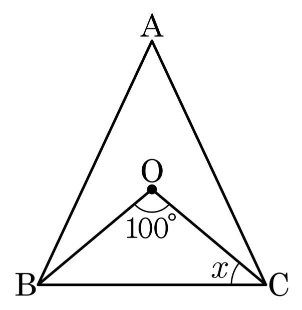


① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

해설

$\overline{OB}=\overline{OD}=6$이므로 $\triangle OAD=5+6+8=19$이다.

10. 다음 그림에서 점 O 가 $\triangle$ABC 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기는?

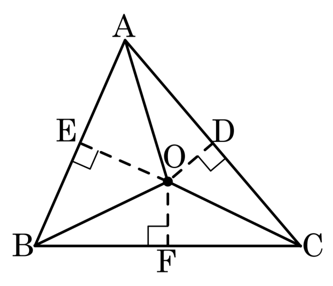


① $10°$ ② $20°$ ③ $30°$ ④ $40°$ ⑤ $50°$

해설

$\overline{\mathrm{OB}} = \overline{\mathrm{OC}}$ 이므로 $\triangle$OBC 는 이등변삼각형이다.
따라서 두 밑각의 크기가 같으므로
$\angle\mathrm{OBC} = \angle\mathrm{OCB}$
$\therefore 2x + 100 = 180,\ x = 40$ 이다.

11. 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, 합동인 삼각형이 <u>아닌</u> 것을 모두 고르면?



① $\triangle OBE \equiv \triangle OBF$

② $\triangle OCF \equiv \triangle OCD$

③ $\triangle OBE \equiv \triangle OAE$

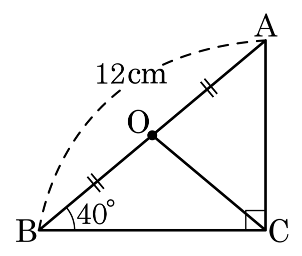
④ $\triangle AOD \equiv \triangle COD$

⑤ $\triangle OBF \equiv \triangle OCF$

해설

$\triangle AOE \equiv \triangle BOE$, $\triangle OBF \equiv \triangle OCF$, $\triangle AOD \equiv \triangle COD$ 이다.

12. 다음 직각삼각형에서 빗변의 길이가 12cm 이고, $\angle B = 40°$ 일 때, $\overline{CO}$ 의 길이와 $\angle AOC$ 의 크기가 옳게 짝지어진 것은?

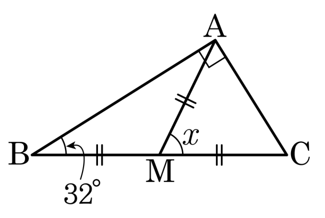


① 5cm, 60° ② 5cm, 75° ③ 5cm, 80°
④ 6cm, 75° ⑤ 6cm, 80°

해설

$\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO}$ 이므로 $\overline{CO} = 6\text{cm}$
$\triangle OBC$ 는 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 인 이등변삼각형이므로
$\angle OCB = 40°$, $\angle AOC = \angle OBC + \angle OCB$ 이므로
$\angle AOC = 80°$

13. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 빗변의 중점을 M 이라 하자. $\angle ABC = 32°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

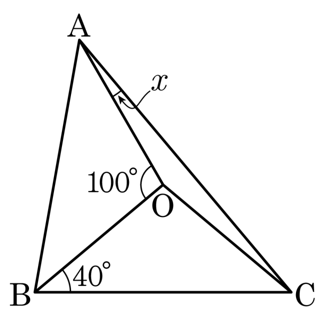


① $60°$　② $62°$　③ $64°$　④ $66°$　⑤ $68°$

해설

직각삼각형의 빗변의 중점인 점 M 은 외심이므로 $\overline{MB} = \overline{MA} = \overline{MC}$ 이다.
$\triangle ABM$ 은 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{MB} = \overline{MA}$)
$\angle MBA = \angle MAB = 32°$
두 내각의 합은 나머지 한 각의 외각의 크기와 같으므로
$\angle AMC = \angle MBA + \angle MAB = 32° + 32° = 64°$ 이다.

14. 다음 $\triangle ABC$ 의 외심을 O 라고 할 때, $\angle x$ 의 크기는?

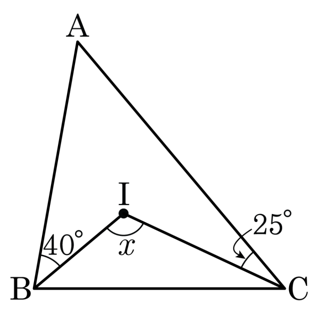


① 10° ② 20° ③ 30° ④ 40° ⑤ 50°

해설

$\triangle AOB$ 에서 $\overline{AO} = \overline{BO}$ 이므로, $\angle OAB = \angle OBA$, $100° + \angle OAB + \angle OBA = 180°$, $\angle OBA = 40°$
$\angle OBC = \angle OCB = 40°$, $\angle x + \angle OBA + \angle OCB = 90°$, $x + 40° + 40° = 90°$, $\therefore\ \angle x = 10°$.

15. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle x$의 크기는?

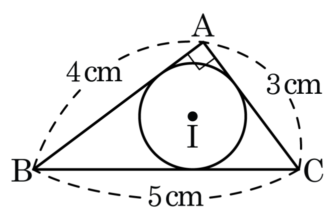


① $110°$ ② $115°$ ③ $120°$ ④ $125°$ ⑤ $130°$

해설

점 I가 삼각형의 내심이므로 $\angle IBC = 40°$이고, $\angle ICB = 25°$이다.
따라서 삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로
$\angle x = 180° - (40° + 25°) = 115°$

16. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 넓이가 $6cm^2$ 일 때, 내접원의 반지름의 길이는?



① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

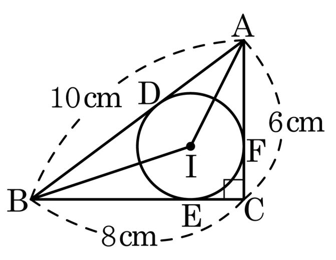
내접원의 반지름을 r 이라고 하면

$(\triangle ABC$의 넓이$) = \frac{1}{2} \times r \times \triangle ABC$의 둘레의 길이이므로

$6 = \frac{1}{2} \times r \times (3+4+5)$

$\therefore\ r = 1cm$

17. 다음 그림에서 $\triangle$ABC 는 세 변의 길이가 각각 6cm, 8cm, 10cm 인 직각삼각형이고, 점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심일 때, $\triangle$IAB 의 넓이는?



① 4cm^2 ② 6cm^2 ③ 8cm^2

④ 10cm^2 ⑤ 12cm^2

해설

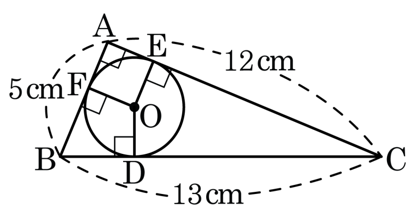
내접원의 반지름을 r이라 할 때

$$(\triangle\text{ABC의 넓이}) = \frac{1}{2}\times 8\times 6 = \frac{1}{2}\times r\times(10+8+6) = 24$$

$\therefore\ r = 2\,\text{cm}$

$(\triangle\text{IAB 의 넓이}) = \frac{1}{2}\times 2\times 10 = 10(\,\text{cm}^2)$

18. 다음 그림과 같은 직각삼각형에서 내접원의 넓이는?



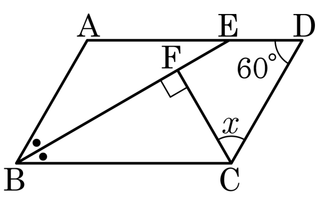
① $2\pi\,\mathrm{cm}^2$　② $4\pi\,\mathrm{cm}^2$　③ $9\pi\,\mathrm{cm}^2$

④ $16\pi\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $25\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

내접원의 반지름의 길이를 $x\,\mathrm{cm}$ 라 하면,
$\overline{\mathrm{AF}} = \overline{\mathrm{AE}} = x$, $\overline{\mathrm{BF}} = \overline{\mathrm{BD}} = 5 - x$,
$\overline{\mathrm{CE}} = \overline{\mathrm{CD}} = 12 - x$ 이므로
$(5 - x) + (12 - x) = 13$
$\therefore x = 2$
따라서 내접원의 넓이는 $4\pi\,\mathrm{cm}^2$

19. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BE}}$ 는$\angle\mathrm{B}$ 의 이등분선이고, $\overline{\mathrm{BE}}\perp\overline{\mathrm{CF}}$ 이다. $\angle\mathrm{D} = 60^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

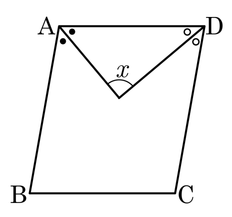


① 60° ② 65° ③ 70° ④ 75° ⑤ 80°

해설

$\angle\mathrm{D} = \angle\mathrm{B}$ 이므로 $\angle\mathrm{FBC} = 60^\circ \div 2 = 30^\circ$ 이다.
$\angle\mathrm{FCB} = 60^\circ$ 이고 $\angle\mathrm{D} + \angle\mathrm{C} = 180^\circ$ 이므로
$\angle x = 120^\circ - 60^\circ = 60^\circ$ 이다.

20. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle x = (\qquad)^\circ$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수는?



① 90 ② 85 ③ 80 ④ 75 ⑤ 70

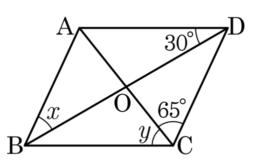
해설

$\angle A + \angle D = 180^\circ$

$\frac{1}{2}(\angle A + \angle D) = 90^\circ$

$\therefore x = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

21. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle\mathrm{ADO} = 30°, \angle\mathrm{DCO} = 65°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하면?



① 65° ② 70° ③ 75°

④ 80° ⑤ 85°

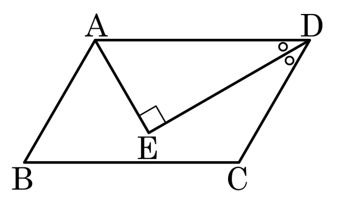
해설

$\angle\mathrm{ADB} = \angle\mathrm{DBC} = 30°$

$\angle x + 30° + 65° + \angle y = 180°$

$\angle x + \angle y = 180° - (30° + 65°) = 85°$

22. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle BAD = 120°$ 이다. 점 A 에서 $\angle D$ 의 이등분선에 내린 수선의 발을 E 라 할 때, $\angle BAE$ 의 크기는?



① 50°　② 55°　③ 60°　④ 65°　⑤ 70°

해설

$\angle A = 120°$

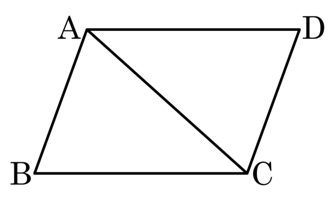
$\angle D = 60°$

$\angle ADE = 30°$

$\angle DAE = 180° - 90° - 30° = 60°$

$\therefore\ \angle BAE = 120° - 60° = 60°$

23. 다음 평행사변형 ABCD 에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같음을 증명하는 과정이다. 빈 칸에 알맞지 <u>않은</u> 것은?



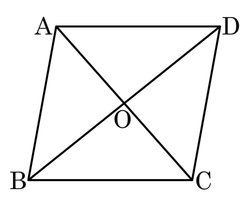
가정 : □ABCD 에서 $\overline{AB} \,//\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$
결론 : $\angle A = \angle C, \angle B = \angle D$
증명 : 대각선 AC 를 그으면
$\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$ 이므로 $\angle ACB =$(①)(엇각)
$\overline{AB} \,//\, \overline{DC}$ 이므로 $\angle BAC =$(②)(엇각)
$\overline{AC}$ (공통)
$\triangle ABC \equiv$ (③)(④ 합동)
$\therefore \angle B = \angle D$
같은 방법으로 $\triangle ABD \equiv$ (⑤) $\therefore \angle A = \angle C$

① $\angle CAD$ ② $\angle DCA$ ③ $\triangle CDA$
④ SAS ⑤ $\triangle CDB$

해설

④ 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 같으면 ASA 합동이다.

24. 평행사변형의 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분함을 증명하기 위하여 $\triangle OAB \equiv \triangle OCD$임을 보일 때, 이용되는 합동조건은?



① SSS 합동　② SAS 합동

③ ASA 합동　④ RHA 합동

⑤ RHS 합동

해설

$\overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{DC}$ 이므로 엇각의 크기가 같다.

$\angle ABD = \angle BDC$, $\angle BAC = \angle ACD$

$\overline{AB} = \overline{DC}$

$\therefore \triangle OAB \equiv \triangle OCD$ (ASA 합동)

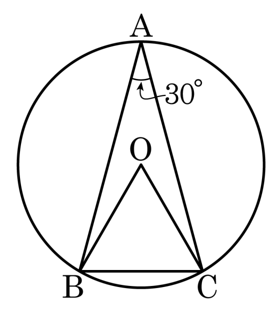
25. 어떤 직각삼각형 ABC 의 외접원의 원의 넓이가 $36\pi\ \text{cm}^2$ 이라고 할 때, 이 직각삼각형의 빗변의 길이는?

① 4cm ② 6 cm ③ 9cm ④ 12cm ⑤ 18cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 위치하므로
$\triangle$ABC 의 외접원의 중심은 빗변의 중점이다.
외접원의 넓이가 $36\pi\text{cm}^2$ 이므로 반지름의 길이는 6cm 이다.
따라서 이 삼각형의 빗변의 길이는 외접원의 지름의 길이와 같으므로 12cm 이다.

26. 점O 는 반지름의 길이가 3 cm 인 외접원의 중심이다. $\angle BAC = 30°$ 일 때, 부채꼴OBC 의 넓이는?

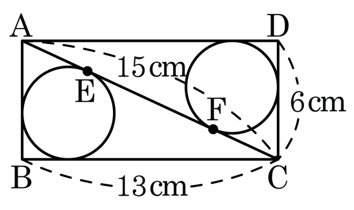


① $\frac{3}{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$ ② $4\pi\,\mathrm{cm}^2$ ③ $\frac{5}{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$
④ $\frac{3}{4}\pi\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $\frac{5}{4}\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

부채꼴의 중심각의 크기는 $\angle BOC = 2\angle A = 2\times 30° = 60°$ 이므로
부채꼴의 넓이는 $\pi \times 3^2 \times \frac{60}{360} = \frac{3}{2}\pi(\mathrm{cm}^2)$

27. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 두 원은 각각 △ABC, △ACD 의 내접원이다. 두 접점 E, F 사이의 거리는 ?

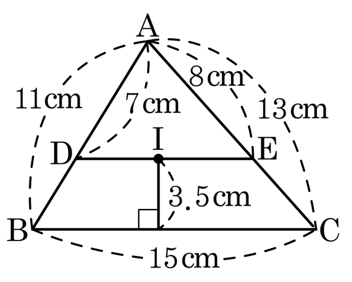


① 7cm ② 8cm ③ 9cm ④ 10cm ⑤ 11cm

해설

$\overline{AE}$ 를 x 라 하면
$(15 - x) + (6 - x) = 13 \ \therefore x = 4(\text{cm})$
$\overline{AE} = \overline{CF} = 4(\text{cm})$ 이므로
$\therefore \overline{EF} = 15 - (4 + 4) = 7(\text{cm})$

28. 다음 그림에서 점 I 는 삼각형 ABC 의 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, □DBCE 의 넓이는 얼마인가?

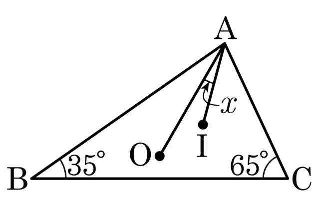


① $38cm^2$　② $40cm^2$　③ $42cm^2$　④ $44cm^2$　⑤ $46cm^2$

해설

점 I 가 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때,
(△ADE 의 둘레의 길이)$= \overline{AB} + \overline{AC}$
따라서 (△ADE 의 둘레의 길이) $= \overline{AB}+\overline{AC} = 11+13 = 24(cm)$ 이다.
$\overline{AD} + \overline{AE} = 7 + 8 = 15(cm)$ 이므로 $\overline{DE} = 24 - 15 = 9(cm)$ 이다.
따라서 사다리꼴 DBCE 의 넓이는
$(9 + 15) \times 3.5 \times \frac{1}{2} = 84 \times \frac{1}{2} = 42(cm^2)$ 이다.

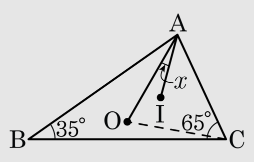
29. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = 35°$, $\angle C = 65°$ 이고, 점 O 와 점 I 는 각각 $\triangle ABC$ 의 외심과 내심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 10° ② 12° ③ 15° ④ 18° ⑤ 20°

해설

점 O 와 점 C 를 이으면,

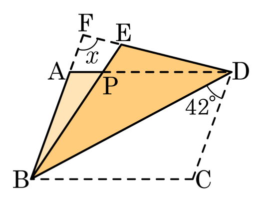


ⅰ) $\angle B = 35°$ 이므로 $\angle AOC = 70°$, $\angle OAC = \frac{1}{2}(180° - 70°) = 55°$ $\therefore \angle OAC = 55°$

ⅱ) $\angle A = 180° - (35° + 65°) = 80°$ 이므로 $\angle IAC = \frac{1}{2} \times 80° = 40°$

$\angle x = \angle OAC - \angle IAC = 55° - 40° = 15°$ $\therefore$ $\angle x = 15°$

30. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 를 대각선 BD 를 따라 접어 $\triangle$DBC 가 $\triangle$DBE 로 옮겨졌다. $\overline{\mathrm{DE}}$, $\overline{\mathrm{BA}}$ 의 연장선의 교점을 F 라 하고 $\angle \mathrm{BDC} = 42°$ 일 때, $\angle x = \square°$ 이다. □ 의 값은?



① 94 ② 96 ③ 98 ④ 100 ⑤ 102

해설

$\overline{\mathrm{AD}} /\!/ \overline{\mathrm{BC}}$ 이므로
$\angle \mathrm{CBD} = \angle \mathrm{ABD} = 42°$ 이고,
$\triangle$EDB 는 $\triangle$CDB 를 접어올린 것이므로
$\angle \mathrm{CDB} = \angle \mathrm{EDB} = 42°$ 이다.
$\triangle$FBD 의 내각의 합이 $180°$ 임을 이용하면
$\angle x + 42° \times 2 = 180°$
$\therefore \angle x = 96°$