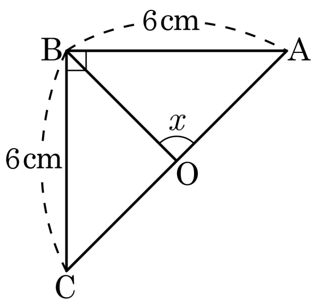
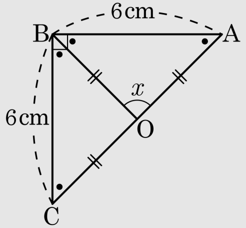
1. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 점 O 가 빗변의 중점일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?



① 70° ② 75° ③ 80° ④ 85° ⑤ 90°

해설



$\triangle ABC$ 는 직각이등변삼각형

$\angle BCA = \angle BAC$ 이고, $\angle B = 90^\circ$ 이므로

$\angle BCA = \angle BAC = 45^\circ$

직각삼각형 $\triangle ABC$ 의 점 O 가 빗변의 중점이므로 $\triangle ABC$ 의 외심이다.

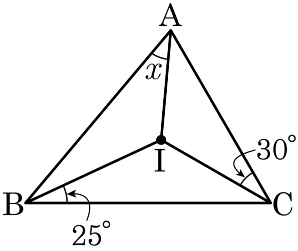
$\therefore \overline{OC} = \overline{OB} = \overline{OA}$

$\triangle OAB$ 가 이등변삼각형이므로 $(\because \overline{OA} = \overline{OB})$

$\angle OAB = \angle OBA = 45^\circ$

따라서 $\angle AOB = 90^\circ$ 이다.

2. 다음 그림에서 $\triangle ABC$에서 세 각의 이등분선의 교점을 I라고 할 때, $\angle IBC = 25°$, $\angle ICA = 30°$이다. $\angle IAB$ 의 크기는?



① 20° ② 25° ③ 30° ④ 35° ⑤ 40°

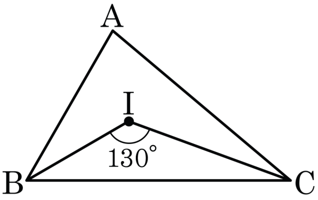
해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle x + 30° + 25° = 90°$

$\therefore\ \angle x = 35°$

3. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle BIC = 130°$일 때, $\angle A$의 크기는?



① $80°$ ② $70°$ ③ $60°$ ④ $50°$ ⑤ $75°$

해설

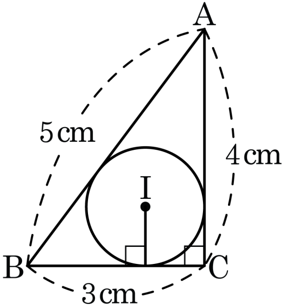
점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$이다.

점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로

$\angle BIC = 130° = 90° + \frac{1}{2}\angle A$

$\therefore \angle A = 80°$

4. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}=5\text{cm}$, $\overline{AC}=4\text{cm}$, $\overline{BC}=3\text{cm}$ 이고, $\angle C=90^\circ$ 일 때, 내접원 I 의 반지름의 길이는?



① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

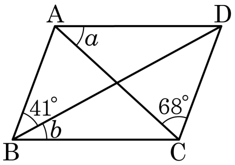
해설

내접원의 반지름의 길이를 r이라 하면

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times r\times(3+4+5)=\frac{1}{2}\times 3\times 4$ 이다. 따라서 $r=1\text{cm}$

이다.

5. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\angle ABD = 41°$, $\angle ACD = 68°$ 일 때, $\angle a + \angle b$ 의 값은? (단, $\angle DAC = \angle a$, $\angle DBC = \angle b$)



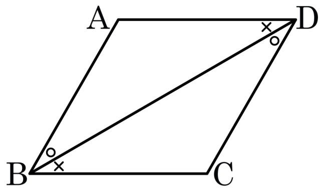
① 60° ② 71° ③ 80°

④ 109° ⑤ 100°

해설

$\angle BAC = \angle ACD = 68°$ (엇각)
$\angle ACB = \angle DAC = \angle a$(엇각)
$\angle ADB = \angle DBC = \angle b$(엇각)
따라서 $\triangle ABD$ 의 세 내각의 합은 180° 이므로 $\angle a + 68° + 41° + \angle b = 180°$
$\therefore\ \angle a + \angle b = 180° - 109° = 71°$

6. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 말로 알맞은 것은?



평행사변형 ABCD 에 점 B와 점 D를 이으면 $\triangle ABD$와 $\triangle CDB$에서

$\angle ABD = \angle CDB$ (엇각) $\cdots$ ㉠

$\angle ADB = \angle CBD$ (엇각) $\cdots$ ㉡

$\boxed{}$는 공통 $\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (ASA 합동)

$\therefore\ \overline{AB} = \overline{CD},\ \overline{AD} = \overline{BC}$

① $\overline{AB}$ ② $\overline{BC}$ ③ $\overline{BD}$ ④ $\overline{DC}$ ⑤ $\overline{DA}$

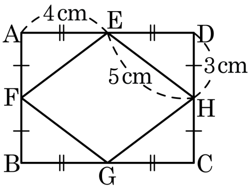
해설

$\triangle ABD$와 $\triangle CDB$에서

$\angle ABD = \angle CDB$ (엇각), $\angle ADB = \angle CBD$ (엇각), $\overline{BD}$는 공통이므로

$\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (ASA 합동)이다.

7. 다음은 직사각형 ABCD 의 각 변의 중점을 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 의 둘레의 길이는?



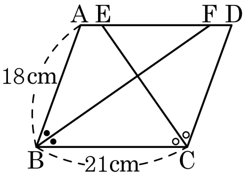
① 16cm ② 18cm ③ 20cm

④ 22cm ⑤ 24cm

해설

직사각형의 각 변의 중점을 차례로 연결하면 마름모가 된다.
따라서 □EFGH 는 둘레는 $4 \times 5 = 20(\mathrm{cm})$ 이다.

8. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BF}$, $\overline{CE}$ 는 각각 $\angle B$, $\angle C$ 의 이등분선이다. $\overline{AB}=18\text{cm}$, $\overline{BC}=21\text{cm}$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이는?



① 15cm ② 18cm ③ 20cm

④ 21cm ⑤ 23cm

해설

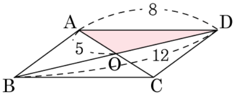
$\overline{AF}=\overline{AB}=18\ (\text{cm})$

$\overline{CD}=\overline{DE}=18\ (\text{cm})$

$\overline{AF}+\overline{ED}-\overline{EF}=21\ (\text{cm})$ 이므로

$\overline{EF}=18+18-21=15\ (\text{cm})$

9. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AD}=8$, $\overline{AO}=5$, $\overline{BD}=12$ 일 때, $\triangle$OAD의 둘레의 길이는?

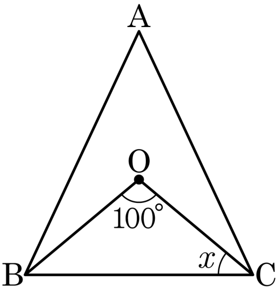


① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

해설

$\overline{OB}=\overline{OD}=6$이므로 $\triangle OAD=5+6+8=19$이다.

10. 다음 그림에서 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기는?

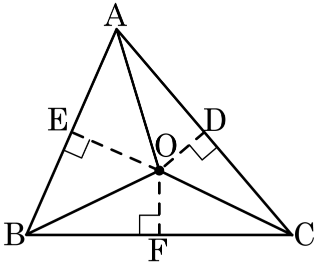


① 10°　② 20°　③ 30°　④ 40°　⑤ 50°

해설

$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 두 밑각의 크기가 같으므로
$\angle OBC = \angle OCB$
$\therefore 2x + 100 = 180, \ x = 40$ 이다.

11. 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, 합동인 삼각형이 아닌 것을 모두 고르면?



① $\triangle OBE \equiv \triangle OBF$

② $\triangle OCF \equiv \triangle OCD$

③ $\triangle OBE \equiv \triangle OAE$

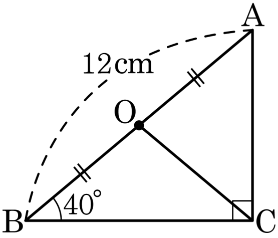
④ $\triangle AOD \equiv \triangle COD$

⑤ $\triangle OBF \equiv \triangle OCF$

해설

$\triangle AOE \equiv \triangle BOE$, $\triangle OBF \equiv \triangle OCF$, $\triangle AOD \equiv \triangle COD$ 이다.

12. 다음 직각삼각형에서 빗변의 길이가 12cm 이고, $\angle B = 40°$일 때, $\overline{CO}$의 길이와 $\angle AOC$의 크기가 옳게 짝지어진 것은?



① 5cm, 60° ② 5cm, 75° ③ 5cm, 80°

④ 6cm, 75° ⑤ 6cm, 80°

해설

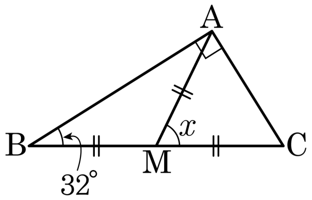
$\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO}$이므로 $\overline{CO} = 6\text{cm}$

$\triangle OBC$는 $\overline{OB} = \overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OCB = 40°$, $\angle AOC = \angle OBC + \angle OCB$이므로

$\angle AOC = 80°$

13. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 빗변의 중점을 M 이라 하자. $\angle ABC = 32°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 60°　　② 62°　　③ 64°　　④ 66°　　⑤ 68°

해설

직각삼각형의 빗변의 중점인 점 M 은 외심이므로 $\overline{MB} = \overline{MA} = \overline{MC}$ 이다.

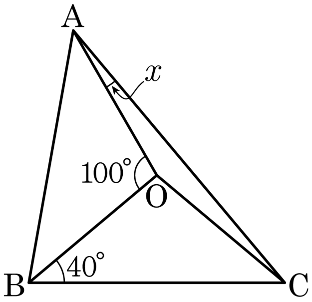
$\triangle ABM$ 은 이등변삼각형이므로 $(\because \overline{MB} = \overline{MA})$

$\angle MBA = \angle MAB = 32°$

두 내각의 합은 나머지 한 각의 외각의 크기와 같으므로

$\angle AMC = \angle MBA + \angle MAB = 32° + 32° = 64°$ 이다.

14. 다음 $\triangle ABC$ 의 외심을 O 라고 할 때, $\angle x$ 의 크기는?



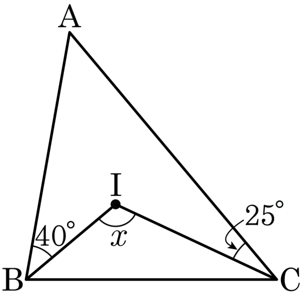
① 10°   ② 20°   ③ 30°   ④ 40°   ⑤ 50°

해설

$\triangle AOB$ 에서 $\overline{AO} = \overline{BO}$ 이므로, $\angle OAB = \angle OBA$, $100° + \angle OAB + \angle OBA = 180°$, $\angle OBA = 40°$

$\angle OBC = \angle OCB = 40°$, $\angle x + \angle OBA + \angle OCB = 90°$, $x + 40° + 40° = 90°$, $\therefore\ \angle x = 10°$.

15. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle x$의 크기는?

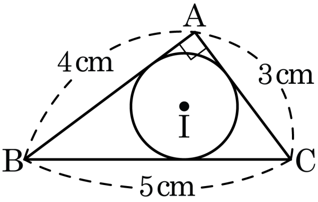


① $110°$ ② $115°$ ③ $120°$ ④ $125°$ ⑤ $130°$

해설

점 I가 삼각형의 내심이므로 $\angle IBC = 40°$이고, $\angle ICB = 25°$이다.
따라서 삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로
$\angle x = 180° - (40° + 25°) = 115°$

16. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 넓이가 $6cm^2$ 일 때, 내접원의 반지름의 길이는?



① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

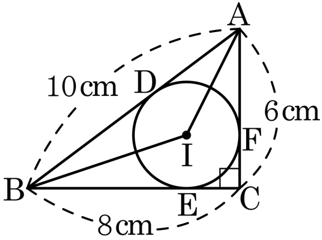
내접원의 반지름을 r 이라고 하면

($\triangle$ABC의 넓이) $= \frac{1}{2} \times r \times \triangle$ABC의 둘레의 길이이므로

$$6 = \frac{1}{2} \times r \times (3+4+5)$$

$\therefore \; r = 1\text{cm}$

17. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 세 변의 길이가 각각 6cm, 8cm, 10cm 인 직각삼각형이고, 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\triangle IAB$ 의 넓이는?



① 4cm^2 ② 6cm^2 ③ 8cm^2

④ 10cm^2 ⑤ 12cm^2

해설

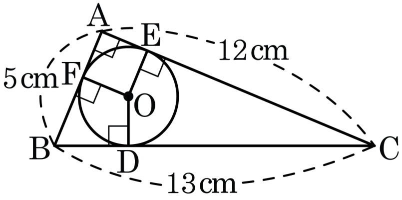
내접원의 반지름을 r이라 할 때

$$(\triangle ABC\text{의 넓이}) = \frac{1}{2}\times 8\times 6 = \frac{1}{2}\times r\times(10+8+6) = 24$$

$\therefore\ r = 2\,\text{cm}$

$$(\triangle IAB\text{의 넓이}) = \frac{1}{2}\times 2\times 10 = 10(\text{cm}^2)$$

18. 다음 그림과 같은 직각삼각형에서 내접원의 넓이는?



① $2\pi\ cm^2$ ② $4\pi\ cm^2$ ③ $9\pi\ cm^2$

④ $16\pi\ cm^2$ ⑤ $25\pi\ cm^2$

해설

내접원의 반지름의 길이를 x cm 라 하면,

$\overline{AF} = \overline{AE} = x$, $\overline{BF} = \overline{BD} = 5 - x$,

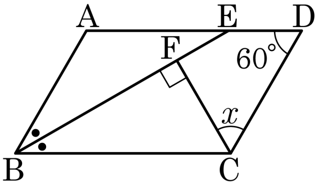
$\overline{CE} = \overline{CD} = 12 - x$ 이므로

$(5 - x) + (12 - x) = 13$

$\therefore x = 2$

따라서 내접원의 넓이는 $4\pi\ cm^2$

19. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE}$ 는$\angle B$ 의 이등분선이고, $\overline{BE} \perp \overline{CF}$ 이다. $\angle D = 60°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

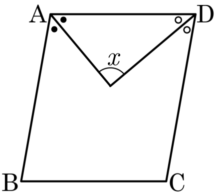


① 60° ② 65° ③ 70° ④ 75° ⑤ 80°

해설

$\angle D = \angle B$ 이므로 $\angle FBC = 60° \div 2 = 30°$ 이다.
$\angle FCB = 60°$ 이고 $\angle D + \angle C = 180°$ 이므로
$\angle x = 120° - 60° = 60°$ 이다.

20. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle x = (\qquad)^\circ$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수는?



① 90 ② 85 ③ 80 ④ 75 ⑤ 70

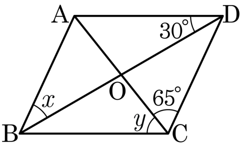
해설

$\angle A + \angle D = 180^\circ$

$\frac{1}{2}(\angle A + \angle D) = 90^\circ$

$\therefore x = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

21. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle \mathrm{ADO} = 30°, \angle \mathrm{DCO} = 65°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하면?



① $65°$ ② $70°$ ③ $75°$

④ $80°$ ⑤ $85°$

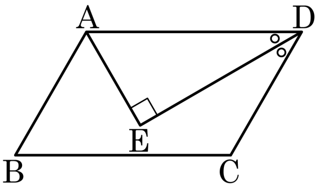
해설

$\angle \mathrm{ADB} = \angle \mathrm{DBC} = 30°$

$\angle x + 30° + 65° + \angle y = 180°$

$\angle x + \angle y = 180° - (30° + 65°) = 85°$

22. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle BAD = 120°$ 이다. 점 A 에서 $\angle D$ 의 이등분선에 내린 수선의 발을 E 라 할 때, $\angle BAE$ 의 크기는?



① $50°$ ② $55°$ ③ $60°$ ④ $65°$ ⑤ $70°$

해설

$\angle A = 120°$

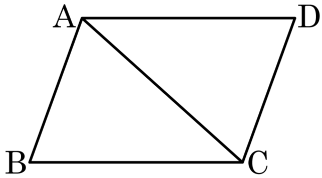
$\angle D = 60°$

$\angle ADE = 30°$

$\angle DAE = 180° - 90° - 30° = 60°$

$\therefore \ \angle BAE = 120° - 60° = 60°$

23. 다음 평행사변형 ABCD 에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같음을 증명하는 과정이다. 빈 칸에 알맞지 <u>않은</u> 것은?



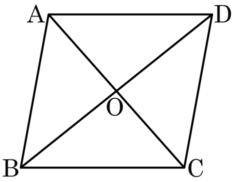
가정 : □ABCD 에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$
결론 : $\angle A = \angle C, \angle B = \angle D$
증명 : 대각선 AC 를 그으면
$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle ACB =$(①)(엇각)
$\overline{AB} // \overline{DC}$ 이므로 $\angle BAC =$(②)(엇각)
$\overline{AC}$ (공통)
$\triangle ABC \equiv$ (③)(④ 합동)
$\therefore \angle B = \angle D$
같은 방법으로 $\triangle ABD \equiv$ (⑤) $\therefore \angle A = \angle C$

① $\angle CAD$ ② $\angle DCA$ ③ $\triangle CDA$
④ SAS ⑤ $\triangle CDB$

해설

④ 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 같으면 ASA 합동이다.

24. 평행사변형의 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분함을 증명하기 위하여 $\triangle OAB \equiv \triangle OCD$임을 보일 때, 이용되는 합동조건은?



① SSS 합동 ② SAS 합동

③ ASA 합동 ④ RHA 합동

⑤ RHS 합동

해설

$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$ 이므로 엇각의 크기가 같다.

$\angle ABD = \angle BDC, \angle BAC = \angle ACD$

$\overline{AB} = \overline{DC}$

$\therefore \triangle OAB \equiv \triangle OCD$ (ASA 합동)

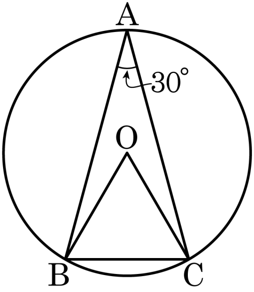
25. 어떤 직각삼각형 ABC의 외접원의 원의 넓이가 $36\pi\ \text{cm}^2$이라고 할 때, 이 직각삼각형의 빗변의 길이는?

① 4cm ② 6 cm ③ 9cm ④ 12cm ⑤ 18cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 위치하므로
$\triangle ABC$의 외접원의 중심은 빗변의 중점이다.
외접원의 넓이가 $36\pi\text{cm}^2$이므로 반지름의 길이는 6cm이다.
따라서 이 삼각형의 빗변의 길이는 외접원의 지름의 길이와 같으므로 12cm이다.

26. 점O 는 반지름의 길이가 $3\,\text{cm}$ 인 외접원의 중심이다. $\angle BAC = 30°$ 일 때, 부채꼴OBC 의 넓이는?



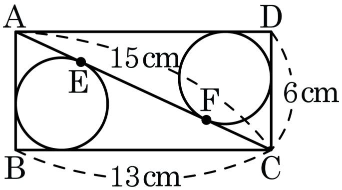
① $\frac{3}{2}\pi\,\text{cm}^2$ ② $4\pi\,\text{cm}^2$ ③ $\frac{5}{2}\pi\,\text{cm}^2$
④ $\frac{3}{4}\pi\,\text{cm}^2$ ⑤ $\frac{5}{4}\pi\,\text{cm}^2$

해설

부채꼴의 중심각의 크기는 $\angle BOC = 2\angle A = 2\times 30° = 60°$ 이므로

부채꼴의 넓이는 $\pi \times 3^2 \times \frac{60}{360} = \frac{3}{2}\pi(\text{cm}^2)$

27. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 두 원은 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$ 의 내접원이다. 두 접점 E, F 사이의 거리는 ?



① 7cm ② 8cm ③ 9cm ④ 10cm ⑤ 11cm

해설

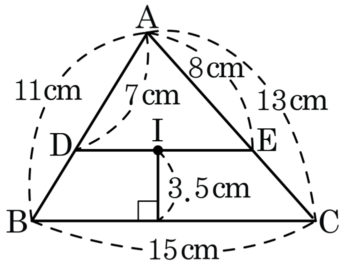
$\overline{AE}$ 를 x 라 하면

$(15-x)+(6-x)=13 \quad \therefore x=4(\text{cm})$

$\overline{AE}=\overline{CF}=4(\text{cm})$ 이므로

$\therefore \overline{EF}=15-(4+4)=7(\text{cm})$

28. 다음 그림에서 점 I 는 삼각형 ABC 의 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, □DBCE 의 넓이는 얼마인가?



① $38cm^2$ ② $40cm^2$ ③ $42cm^2$

④ $44cm^2$ ⑤ $46cm^2$

해설

점 I 가 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때,

(△ADE 의 둘레의 길이)= $\overline{AB}+\overline{AC}$

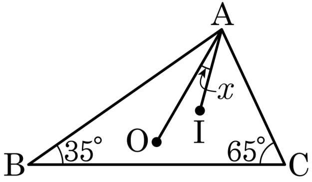
따라서 (△ADE 의 둘레의 길이) $=\overline{AB}+\overline{AC}=11+13=24(\mathrm{cm})$ 이다.

$\overline{AD}+\overline{AE}=7+8=15(\mathrm{cm})$ 이므로 $\overline{DE}=24-15=9(\mathrm{cm})$ 이다.

따라서 사다리꼴 DBCE 의 넓이는

$(9+15)\times 3.5\times\dfrac{1}{2}=84\times\dfrac{1}{2}=42(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

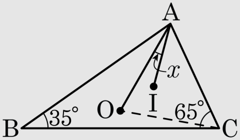
29. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = 35^\circ$, $\angle C = 65^\circ$ 이고, 점 O 와 점 I 는 각각 $\triangle ABC$ 의 외심과 내심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 10° ② 12° ③ 15° ④ 18° ⑤ 20°

해설

점 O 와 점 C 를 이으면,

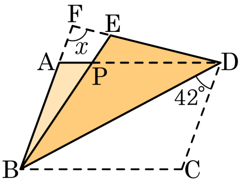


i) $\angle B = 35^\circ$ 이므로 $\angle AOC = 70^\circ$, $\angle OAC = \frac{1}{2}(180^\circ - 70^\circ) = 55^\circ \therefore \angle OAC = 55^\circ$

ii) $\angle A = 180^\circ - (35^\circ + 65^\circ) = 80^\circ$ 이므로 $\angle IAC = \frac{1}{2} \times 80^\circ = 40^\circ$

$\angle x = \angle OAC - \angle IAC = 55^\circ - 40^\circ = 15^\circ \therefore \angle x = 15^\circ$

30. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 를 대각선 BD 를 따라 접어 $\triangle DBC$ 가 $\triangle DBE$ 로 옮겨졌다. $\overline{DE}$, $\overline{BA}$ 의 연장선의 교점을 F 라 하고 $\angle BDC = 42°$ 일 때, $\angle x = \square°$ 이다. $\square$ 의 값은?



① 94　　② 96　　③ 98　　④ 100　　⑤ 102

해설

$\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$ 이므로

$\angle CBD = \angle ABD = 42°$ 이고,

$\triangle EDB$ 는 $\triangle CDB$ 를 접어올린 것이므로

$\angle CDB = \angle EDB = 42°$ 이다.

$\triangle FBD$ 의 내각의 합이 $180°$ 임을 이용하면

$\angle x + 42° \times 2 = 180°$

$\therefore \angle x = 96°$