

1. $x : y = 1 : 3$ 일 때, $\frac{x^2 + y^2}{x(x + y)}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{2}$

② 1

③ $\frac{3}{2}$

④ 2

⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$$y = 3x$$

$$\frac{x^2 + (3x)^2}{x(x + 3x)} = \frac{10x^2}{4x^2} = \frac{5}{2}$$

2. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 두 눈의 수의 차가 3 이상인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 12가지

해설

차가 3 이상인 경우는 3, 4, 5 이다. 각각의 경우를 구해 보면

(1) 3 : (4, 1)(5, 2)(6, 3)(1, 4)(2, 5)(3, 6)

(2) 4 : (5, 1)(6, 2)(1, 5)(2, 6)

(3) 5 : (6, 1)(1, 6)

$$\therefore 6 + 4 + 2 = 12$$

3. x, y 가 $-2 \leq x \leq 2$, $-3 \leq y \leq 3$ 인 정수일 때, (x, y) 를 좌표로 하는 점의 개수를 구하시오.



답:

가지



정답: 35 가지

해설

x 가 될 수 있는 정수는 $-2, -1, 0, 1, 2$ 즉 5 개이고 y 가 될 수 있는 정수는 $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ 즉, 7 개이다.

위의 x 와 y 로 만들 수 있는 순서쌍의 수는 $5 \times 7 = 35$ (가지) 이다.

4. 144의 양의 약수의 개수는?

① 12개

② 15개

③ 20개

④ 24개

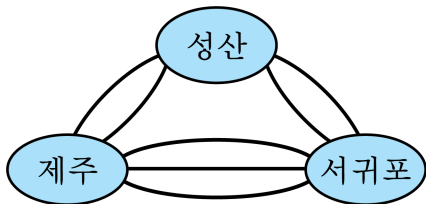
⑤ 32개

해설

$$144 = 2^4 \cdot 3^2$$

$$\therefore (\text{약수의 개수}) = (4 + 1) \times (2 + 1) = 15$$

5. 다음 그림과 같이 제주와 성산을 잇는 길은 2개, 성산과 서귀포를 잇는 길은 2개, 제주와 서귀포를 잇는 길은 3개가 있다. 제주에서 서귀포로 갔다가 다시 제주로 돌아오는 방법은 모두 몇 가지인가?



① 14

② 24

③ 36

④ 42

⑤ 49

해설

갈 때 7가지, 올 때 7가지

$$7 \times 7 = 49$$

∴ 49가지

6. 함수 $y = \frac{x+2}{x-1}$ 의 정의역은 $x \neq a$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq b$ 인 모든 실수이다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

함수 $y = \frac{x+2}{x-1}$ 의 정의역이 $x \neq a$ 인 모든 실수이고
치역이 $y \neq b$ 인 모든 실수이면 $x = a$, $y = b$ 는 점근선이다.

따라서 $y = \frac{(x-1)+3}{x-1} = \frac{3}{x-1} + 1$ 에서

$a = 1$, $b = 1$ 이므로

$\therefore a + b = 1 + 1 = 2$

7. 함수 $y = \frac{x+a}{bx+c}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3, y 축 방향으로 1만큼 평행이동시켰더니 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프와 일치하였다. 이 때, abc 의 값을 구하면?

① 8

② 6

③ 1

④ -6

⑤ -8

해설

$y = \frac{x+a}{bx+c}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3,

y 축 방향으로 1만큼 평행이동시킨 것은 반대로

$y = \frac{1}{x}$ 을 x 축의 방향으로 -3만큼,

y 축의 방향으로 -1만큼 이동시킨 것과 같다.

$$y = \frac{1}{x+3} - 1 = \frac{-x-2}{x+3} = \frac{x+2}{-x-3}$$

따라서 $a = 2, b = -1, c = -3$ 이므로

$$\therefore abc = 6$$

8. 분수함수 $y = \frac{3x-1}{x+1}$ 의 점근선을 $x = a$, $y = b$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$y = \frac{3x-1}{x+1} = \frac{-4}{x+1} + 3 \text{ 에서 점근선은}$$

$$x = -1, y = 3$$

$$a = -1, b = 3$$

$$\therefore a + b = 2$$

9. 곡선 $y = \frac{x+3}{x-3}$ 은 곡선 $y = \frac{6}{x}$ 을 x 축, y 축의 방향으로 각각 m, n 만큼 평행이동한 것이고, 곡선 $y = \frac{3x-1}{x+1}$ 의 점근선은 $x = a, y = b$ 이다. $m + n + a + b$ 의 값은?

① 6

② 1

③ 2

④ -2

⑤ -3

해설

$$y = \frac{x+3}{x-3} = 1 + \frac{6}{x-3}$$

$y = \frac{6}{x}$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $m = 3, n = 1$

$$\text{또, } y = \frac{3x-1}{x+1} = -\frac{4}{x+1} + 3 \text{ 에서}$$

점근선은 $x = -1, y = 3$ $a = -1, b = 3$

따라서 구하는 합은 6

10. 곡선 $xy + x - 3y - 2 = 0$ 이 지나지 않는 사분면을 구하면?

① 제 1 사분면

② 제 2 사분면

③ 제 3 사분면

④ 제 4 사분면

⑤ 없다.

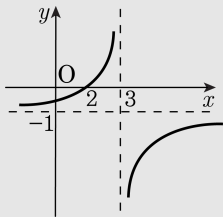
해설

$xy + x - 3y - 2 = 0$ 을 y 에 대하여
정리하면 $(x-3)y = -x+2$

$$\therefore y = \frac{-x+2}{x-3} = \frac{-1}{x-3} - 1 (x \neq 3)$$

즉, $y = \frac{-1}{x-3} - 1$ 은 점근선이

$x=3$, $y=-1$ 이고 점 $(2, 0)$ 을 지나므로
그래프는 다음 그림과 같다. 따라서,
제 2 사분면을 지나지 않는다.



11. 함수 $y = -\frac{1}{x} + 1$ 의 역함수를 바르게 구한 것은?

① $y = \frac{1}{1-x}$
④ $y = \frac{1+x}{x}$

② $y = \frac{1}{1+x}$
⑤ $y = \frac{x}{1+x}$

③ $y = \frac{x}{1-x}$

해설

$$y = -\frac{1}{x} + 1 \text{ 에서 } \frac{1}{x} = 1 - y$$

$$1 = (1 - y)x, x = \frac{1}{1 - y}$$

$$\therefore y = \frac{1}{1 - x}$$

12. 한 개의 주사위를 던질 때, 짝수의 눈이 나오거나 소수의 눈이 나오는 경우의 수를 구하시오.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 5 가지

해설

짝수의 눈 : 2, 4, 6 (3 가지)

소수의 눈 : 2, 3, 5 (3 가지)

짝수이면서 소수인 눈 : 2 (1 가지)

따라서 짝수 또는 소수의 눈이 나오는 경우의 수는

$$3 + 3 - 1 = 5 \text{ 이다.}$$

$\therefore$ 5 가지

13. 1, 2, 3 으로 만들 수 있는 세 자리의 자연수는 27개가 있다. 이 중에서 다음 규칙을 만족시키는 세 자리의 자연수의 개수를 구하여라.

(가) 1 바로 다음에는 3 이다.

(나) 2 바로 다음에는 1 또는 3 이다.

(다) 3 바로 다음에는 1, 2 또는 3 이다.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 13가지

해설

조건에 맞는 세 자리수는 131, 132, 133, 213, 231, 232, 233, 313, 321, 323, 331, 332, 333 이므로 13 가지이다.

14. $x + y - z = 2x + 3y - 2z = -x - 2y + 2z$ 일 때,
 $\left(\frac{1}{y} + \frac{2}{z}\right) : \left(\frac{1}{z} + \frac{2}{x}\right) : \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{y}\right)$ 를 가장 간단한 정수비로 나타내면?

① $3 : 2 : 5$

② $3 : 5 : -5$

③ $2 : 3 : 5$

④ $3 : 5 : 2$

⑤ $2 : 3 : -2$

해설

$$x + y - z = 2x + 3y - 2z \text{에서 } x + 2y = z \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x + y - z = -x - 2y + 2z \text{에서 } 2x + 3y = 3z \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에서 } y = -z, x = 3z$$

$$\left(\frac{1}{y} + \frac{2}{z}\right) : \left(\frac{1}{z} + \frac{2}{x}\right) : \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{y}\right)$$

$$= \left(-\frac{1}{z} + \frac{2}{z}\right) : \left(\frac{1}{z} + \frac{2}{3z}\right) : \left(\frac{1}{3z} - \frac{2}{z}\right)$$

$$= \left(\frac{1}{z}\right) : \left(\frac{5}{3z}\right) : \left(-\frac{5}{3z}\right)$$

$$= 3 : 5 : -5$$

15. 분수함수 $y = \frac{3x-1}{x+2}$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ $y = \frac{-1}{x}$ 의 그래프를 x 축으로 -2 , y 축으로 2 만큼 평행이동한 그래프이다.
 ㉡ 점근선의 식은 $x = -2$, $y = 2$ 이다.
 ㉢ 두 직선 $y = -x + 1$, $y = x + 5$ 에 대해 대칭인 곡선이다.

① ㉠

② ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$y = \frac{3x-1}{x+2} = \frac{-7}{x+2} + 3$$

㉠ 이 분수함수는 $y = \frac{-7}{x}$ 을 x 축으로 -2 ,

y 축으로 3 만큼 평행이동 시킨 것이다.

㉡ 점근선은 $x = -2$, $y = 3$ 이다.

㉢ 대칭되는 직선은 기울기가 ± 1 이고 $(-2, 3)$ 을 지나는 직선이다.

$$\Rightarrow y = -x + 1, y = x + 5$$

16. 10명의 학생이 O, X 문제에 임의로 답하는 경우의 수는?

① 128

② 256

③ 512

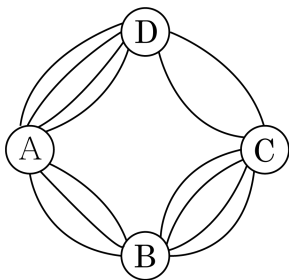
④ 1024

⑤ 2048

해설

각 학생이 대답할 수 있는 가지 수가
2가지씩이므로 $\Rightarrow 2^{10} = 1024$

17. 4개의 도시 A, B, C, D 사이에 그림과 같은 도로가 있다. 갑, 을 두 사람이 A 에서 출발하여 B 또는 D 를 통과하여 C 로 가는 방법이 수는? (단, 한 사람이 통과한 곳은 다른 사람이 통과할 수 없다.)



① 114

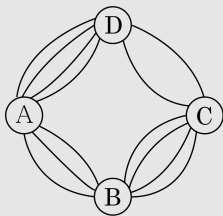
② 152

③ 192

④ 214

⑤ 298

해설



$A \rightarrow B \rightarrow C$ 로 가는 방법 : $3 \times 4 = 12$

$A \rightarrow D \rightarrow C$ 로 가는 방법 : $4 \times 2 = 8$

(i) 갑이 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 로 가고,

을은 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 로 가는 경우

$$12 \times 8 = 96$$

(ii) 을이 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 로 가고,

갑은 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 로 가는 경우

$$8 \times 12 = 96$$

따라서, 구하는 방법의 수는 $96 + 96 = 192$

18. 100원짜리 동전 3개, 50원짜리 동전 3개, 10원짜리 동전 3개를 가지고 지불할 수 있는 방법의 수를 a , 지불할 수 있는 금액의 수를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 98

② 102

③ 110

④ 115

⑤ 120

해설

동전을 사용하지 않는 것도 지불 방법이 되므로
각 동전을 사용하는 경우의 수는 $3 + 1$ 가지이다.

그러나 금액이 모두 0원이면 지불방법이 되지 못하므로,

$$\therefore (\text{지불 방법의 수}) = (3 + 1)(3 + 1)(3 + 1) - 1 = 63$$

지불 금액의 수는 금액이 중복되어 있으므로

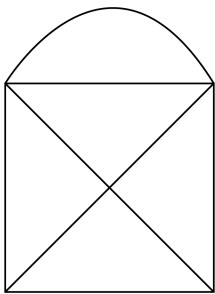
100원짜리 동전 3개를 50원짜리 동전 6개로 바꿔 생각한다.

즉, 50원짜리 동전 9개와 10원짜리 동전 3개로 지불할 수 있는
경우의 수를 계산하면 된다.

$$\therefore (\text{지불 금액의 수}) = (9 + 1)(3 + 1) - 1 = 39$$

$$\therefore a + b = 102$$

19. 다음 그림과 같이 다섯 개의 영역으로 나누어진 도형이 있다. 각 영역에 빨간색, 노란색, 파란색 중 한 가지 색을 칠하는데, 인접한 영역은 서로 다른 색을 칠하여 구별하려고 한다. 칠할 수 있는 방법의 수를 구하여라.

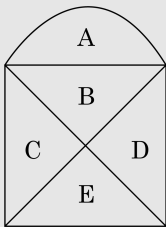


▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 36 가지

해설

경우의 수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.



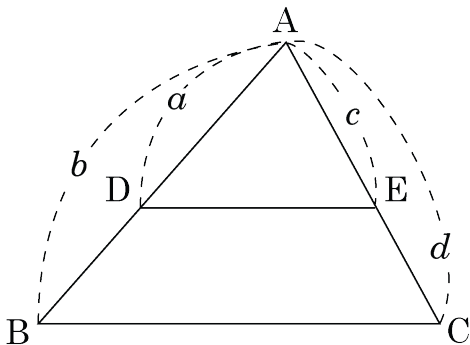
그림에서 A , B 영역에 칠할 수 있는 색은 각각 3 가지, 2 가지이다.

i) C , D 영역에 같은 색을 칠하고 E 영역을 칠하는 경우 : 2×2 가지

ii) C , D 영역에 다른 색을 칠하고 E 영역을 칠하는 경우 : 2×1 가지

$$\therefore 3 \times 2 \times (2 \times 2 + 2 \times 1) = 36$$

20. 다음 그림과 같이 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 인 삼각형 ABC가 있다. $\overline{AD} = a$, $\overline{AB} = b$, $\overline{AE} = c$, $\overline{AC} = d$ 일 때, 다음 중 a, b, c, d 사이의 관계로 옳지 않은 것을 모두 고르면? (단, $a \neq b, c \neq d$)



① $\frac{a}{c} = \frac{b-a}{d-c}$

② $ac - bd = 0$

③ $a(d-c) = c(b-a)$

④ $\frac{b-a}{a} = \frac{d-c}{c}$

⑤ $\frac{b-a}{a} = \frac{d}{c}$

해설

$a : b = c : d$ 이므로, $a : (b-a) = c : (d-a)$

21. 어느 해 A대 입시에서 전체 지원자 중 550명이 합격했다. 지원자의 남녀의 비가 8 : 5, 합격자의 남녀의 비가 7 : 4, 불합격자의 남녀의 비가 3 : 2라 할 때, 총 지원자의 수를 구하면?

① 1200

② 1250

③ 1300

④ 1350

⑤ 1400

해설

문제의 조건을 비례상수를 이용하여 다음과 같이 표로 만들어 보자.

	지원자의 수	합격자의 수	불합격자의 수
남	$8k$	$7s$	$3t$
여	$5k$	$4s$	$2t$

이때, $8k = 7s + 3t$, $5k = 4s + 2t$ 이고,

두 식에서 $k = 2s$

한편, $7s + 4s = 11s = 550$

$\therefore s = 50$

따라서, 총 지원자의 수는 $8k + 5k = 13k = 26s = 26 \times 50 = 1300(\text{명})$

22. $0 \leq x \leq 2$ 일 때, 함수 $y = \frac{2x-4}{x-4}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 한다. Mm 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$y = \frac{2x-4}{x-4} = \frac{4}{x-4} + 2$$

$$x=0 \text{ 일 때 최대이므로, } M = \frac{4}{0-4} + 2 = 1$$

$$x=2 \text{ 일 때 최소이므로, } m = \frac{4}{2-4} + 2 = 0$$

$$\therefore Mm = 1 \times 0 = 0$$