

1. 6의 약수의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 6개

해설

6의 약수는 1, 2, 3, 6이다.
따라서 4개다.

2. 다음 중 3^4 을 나타낸 식은?

① 3×4

② $3 + 3 + 3 + 3$

③ $4 \times 4 \times 4$

④ $3 \times 3 \times 3 \times 3$

⑤ 4×3

해설

$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$ 이다.

3. 다음 보기 중 약수가 2 개뿐인 수를 골라라.

보기

㉠ 1

㉡ 33

㉢ 55

㉣ 149

㉤ 144

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

약수가 2 개뿐인 수는 소수이다. 소수는 149 이다.

4. $3^a \times 5^b$ 이 $3^3 \times 5$ 를 약수로 가질 때, 두 자연수 a, b 의 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$3^a \times 5^b$ 이 $3^3 \times 5$ 를 약수로 가지므로, a 는 3 이상의 자연수, b 는 1 이상의 자연수가 되어야 한다.

그 중 최솟값은 $a = 3, b = 1$ 일 때이다.

$$\therefore a + b = 3 + 1 = 4$$

5. 두 수 $2^4 \times 5^4$, $2^3 \times 5^m \times 7$ 의 최대공약수가 $2^3 \times 5^3$ 일 때, m 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

최대공약수가 $2^3 \times 5^3$ 이고

$2^4 \times 5^4$ 에서 5 의 지수가 4 이므로

$2^3 \times 5^m \times 7$ 에서 5 의 지수가 3 이어야 한다.

따라서 $m = 3$

6. 두 자연수의 최소공배수가 24 일 때, 두 수의 공배수 중 100 이하인 것을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 24

▷ 정답: 48

▷ 정답: 72

▷ 정답: 96

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로 최소공배수인 24의 배수들 중 100 이하인 수를 찾는다.

7. 두 자연수 $6 \times x$, $10 \times x$ 의 최소공배수가 90 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$6 \times x = 2 \times 3 \times x$, $10 \times x = 2 \times 5 \times x$ 의 최소공배수는 $2 \times 3 \times 5 \times x = 90$ 따라서 $x = 3$ 이다.

8. 가로와 세로의 길이가 각각 72cm, 108cm 인 직사각형 모양의 벽이 있다. 이 벽을 가능한 한 큰 정사각형 모양의 타일로 가득 채우려고 한다. 이때, 타일의 한 변의 길이는?

① 6 cm

② 12 cm

③ 18 cm

④ 24 cm

⑤ 36 cm

해설

가장 큰 정사각형 모양의 타일의 한 변의 길이는 72, 108 의 최대공약수 : 36

9. 세 자연수 4, 5, 6 어느 것으로 나누어도 1 이 남는 세 자리 자연수 중에서 가장 작은 자연수는?

① 60

② 61

③ 120

④ 181

⑤ 121

해설

구하는 수는 (4, 5, 6 의 공배수)+1 인 수 중 가장 작은 세 자리 자연수이다.

4, 5, 6 의 최소공배수는 60 이고, 세 수의 공배수 중에서 세 자리인 가장 작은 자연수는 120 이다.

$$\therefore 120 + 1 = 121$$

10. 다음 중 두 수 $2^2 \times 3$, $2^3 \times 3 \times 5^2$ 의 최대공약수와 최소공배수를 차례로 바르게 나타낸 것은?

① 2×3 , $2^3 \times 3 \times 5^2$

② $2^2 \times 3$, $2^3 \times 3 \times 5^2$

③ $2^3 \times 3$, $2^3 \times 3^2 \times 5^2$

④ $2^2 \times 3$, $2^3 \times 3^2 \times 5^2$

⑤ 2×3 , $2 \times 3 \times 5$

해설

최대공약수는 공통인 소인수 중 지수가 같거나 작은 쪽을 택한다.
따라서 최대공약수는 $2^2 \times 3$ 이다.

최소공배수는 공통인 소인수 중 지수가 같거나 큰 쪽을 택하고,
공통이 아닌 소인수는 모두 택하여 곱한다. 따라서 최소공배수는
 $2^3 \times 3 \times 5^2$ 이다.

11. $\frac{18}{n}$ 과 $\frac{24}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 중에서 가장 큰 수는?

① 1

② 2

③ 3

④ 6

⑤ 9

해설

$\frac{18}{n}$, $\frac{24}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 중에서 가장 큰 수는 18과 24의 최대공약수인 6이다.

12. 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 24 는 192 의 약수이다.
- ㉡ 108 은 108 의 약수인 동시에 배수이다.
- ㉢ 1 은 모든 자연수의 약수이다.
- ㉣ 484 는 7 의 배수이다.
- ㉤ 52 의 약수의 개수는 7 개이다.

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉡, ㉤

⑤ ㉣, ㉤

해설

- ㉣ 484 는 7 의 배수가 아니다.
- ㉤ 52 의 약수의 개수는 6 개이다.

13. $2^{10} = 1024$ 를 이용하여 $1024 - 2^9 - 2^a = 256$ 을 만족하는 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$2^{10} = 1024$ 이므로 $2^9 = 512$ 이다.

따라서 $1024 - 512 - 2^a = 256$, $2^a = 256$ 이므로 $a = 8$ 이다.

14. 792 를 소인수분해하면 $a^l \times b^m \times c^n$ 이다. $a < b < c$ 일 때, $a + b + c - l - m - n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$792 = 2^3 \times 3^2 \times 11$ 이므로

$$\therefore a + b + c - l - m - n = 2 + 3 + 11 - 3 - 2 - 1 = 10$$

15. 24 에 가능한 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때, 곱해야 하는 자연수는?

① 3

② 6

③ 9

④ 12

⑤ 15

해설

$24 = 2^3 \times 3$ 이므로 제곱수가 되려면
 $2 \times 3, 2^3 \times 3, 2^3 \times 3^3, \dots$ 을 곱해야 한다.
따라서 가장 작은 자연수는 6이다.

16. 1에서 200까지 자연수 중에서 14와 서로소인 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 86 개

해설

14 = 2 × 7 이므로 14 과 서로소인 수는 2 의 배수도 7 의 배수도 아닌 수이다.

200 이하의 자연수 중 2 의 배수는 100 개, 7 의 배수는 28 개, 14 의 배수는 14 개이므로

2 또는 7 의 배수의 개수는 $100 + 28 - 14 = 114$ (개)

따라서 14 와 서로소인 수는 $200 - 114 = 86$ (개) 이다.

17. 소인수분해를 이용하여 세 수 15, 45, 90 의 최대공약수를 구하면?

① 3

② 5

③ 9

④ 10

⑤ 15

해설

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 15} \\ 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 45} \\ 3 \overline{) 15} \\ 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 90} \\ 3 \overline{) 30} \\ 2 \overline{) 10} \\ 5 \end{array}$$

$$15 = 3 \times 5 \quad 45 = 3^2 \times 5 \quad 90 = 2 \times 3^2 \times 5$$

따라서, 최대공약수는 $3 \times 5 = 15$ 이다.

18. 진희는 어머니 심부름으로 인터넷으로 과일의 가격을 알아보고 주문하려고 한다. 인터넷 검색 결과 아래 과일의 가격이 다음과 같았다. 과일의 가격은 주어진 수의 최소공배수라고 할 때, 가장 싼 과일을 말하여라.

거봉 1박스

$$2^2 \times 5^2 \times 7 \times 11, 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$$

키위 1박스

$$2^2 \times 5^2, 3^3 \times 5^2 \times 7, 3^2$$

오렌지 1박스

$$2^3 \times 5^2 \times 7, 2 \times 3 \times 5^3, 2 \times 3$$

바나나 1박스

$$2^2 \times 5^2 \times 7, 2^3 \times 3 \times 5, 3^2 \times 5 \times 7$$

오렌지 1박스

$$2^3 \times 5^2 \times 7, 2 \times 3 \times 5^3, 2 \times 3$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 바나나

해설

$$2^2 \times 5^2 \times 7 \times 11, 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 \text{의 최소공배수} : 2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7 \times 11 = 23100$$

→ 거봉 1 박스의 가격 23100 원

$$2^2 \times 5^2, 3^3 \times 5^2 \times 7, 3^2 \text{의 최소공배수} : 2^2 \times 3^3 \times 5^2 \times 7 = 18900$$

→ 키위 1 박스의 가격 18900 원

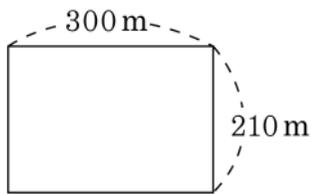
$$2^3 \times 5^2 \times 7, 2 \times 3 \times 5^3, 2 \times 3 \text{의 최소공배수} : 2^3 \times 3 \times 5^3 \times 7 = 21000$$

→ 오렌지 1 박스의 가격 21000 원

$$2^2 \times 5^2 \times 7, 2^3 \times 3 \times 5, 3^2 \times 5 \times 7 \text{의 최소공배수} : 2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7 = 12600$$

→ 바나나 1 박스의 가격 12600 원

19. 다음 그림과 같이 가로 길이가 300 m, 세로의 길이가 210 m 인 직사각형 모양의 땅의 둘레에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 하고 나무를 가능한 한 적게 심으려고 할 때, 필요한 나무의 그루수는?



① 32 그루

② 34 그루

③ 36 그루

④ 38 그루

⑤ 40 그루

해설

나무의 간격은 $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$,

$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$ 의 최대공약수 30 (m),

나무 사이의 간격을 30 m 라 할 때,

가로 $300 = 30 \text{ (m)} \times 10 \text{ (그루)}$

세로 $210 = 30 \text{ (m)} \times 7 \text{ (그루)}$

직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 필요한 나무 그루수는

$(10 + 7) \times 2 = 34 \text{ (그루)}$

20. 43 을 어떤 자연수 n 으로 나누면 나머지가 3 이 된다. 또, 49 를 n 으로 나누면 나머지가 1 이 되고 74 를 n 으로 나누면 2 가 남는다. 이러한 자연수 n 을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 4

▷ 정답: 8

해설

43 을 어떤 자연수 n 으로 나누면 나머지가 3

→ n 은 40 의 약수이다. ($3 < n$)

49 를 n 으로 나누면 나머지가 1

→ n 은 48 의 약수이다.

74 를 n 으로 나누면 2

→ n 은 72 의 약수이다.

위 세 조건을 만족하는 n 을 구하면 $n = 4, 8$

22. 가로 길이가 8cm, 세로 길이가 12cm 인 타일이 있다. 이것을 붙여서 제일 작은 정사각형을 만들 때, 모두 몇 개의 타일이 필요한지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 6 개

해설

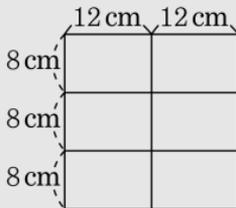
조건을 만족하는 가장 작은 정사각형의 한 변의 길이는 8 과 12 의 최소공배수이므로

8 과 12 의 최소공배수를 구하면 24 이다.

필요한 타일의 개수는

$(24 \div 8) \times (24 \div 12) = 3 \times 2 = 6$ 이다.

즉, 6 개를 붙이면 최소의 정사각형이 된다.



23. 100 부터 300 까지의 자연수 중에서 3, 4 중 어떤수로도 나누어 떨어지지 않는 수의 갯수는 모두 몇 개인가?

① 67

② 99

③ 100

④ 101

⑤ 200

해설

3의 배수의 갯수는 $100 - 33 = 67$,

4의 배수의 갯수는 $75 - 24 = 51$,

12의 배수의 갯수는 $25 - 8 = 17$

따라서 3, 4 중 어떤 수로도 나누어 떨어지지 않는 수의 갯수는

$201 - (67 + 51 - 17) = 100$

24. 두 분수 $\frac{1}{14}$, $\frac{1}{8}$ 중 어느 것을 곱해도 자연수가 되는 수 중 두 자리 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 56

해설

구하는 수는 14와 8의 공배수이다.

14와 8의 공배수는 14와 8의 최소공배수인 56의 배수이므로 56, 112, 168, ... 이다.

이 중 두자리 자연수는 56이다.

25. 자연수 x, y 에 대하여 $\frac{2^2 \times 5}{x} = y^2$ 을 만족하는 x 의 값을 모두 구하면?

① 1, 4

② 4, 5

③ 5, 20

④ 4, 5, 20

⑤ 1, 2, 4, 5, 20

해설

$\frac{2^2 \times 5}{x} = y^2$ 을 만족하는 자연수 x 는 $5, 5 \times 2^2$ 이다.

26. 약수의 개수가 24 개이고, $2^a \times 3^b \times 5^c$ 으로 소인수분해되는 자연수는 모두 몇 개인지 구하여라. (단 a, b, c 는 자연수)

▶ 답: 개

▷ 정답: 9 개

해설

$$\begin{aligned} 24 &= 2 \times 2 \times 6 = 2 \times 4 \times 3 = 4 \times 2 \times 3 = 4 \times 3 \times 2 \\ &= 2 \times 6 \times 2 = 2 \times 3 \times 4 = 3 \times 4 \times 2 = 3 \times 2 \times 4 \\ &= 6 \times 2 \times 2 \end{aligned}$$

이므로 자연수는 9 개이다.

27. 최대공약수가 $3 \times x$ 인 두 자연수의 공약수가 4 개일 때, x 의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수는 모두 몇 개인가?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

두 수의 최대공약수는 $3 \times x$,

공약수, 즉 최대공약수의 약수가 4 개이므로

최대공약수는 $a \times b$ (단, a, b 는 소수, $a \neq b$ 이다.) 또는 a^3 꼴이어야 한다.

따라서 x 가 될 수 있는 수는 2, 5, 7, 9 의 4 개이다.

28. 두 수 $2 \times 3 \times 5^{\square}$, $2 \times 3^2 \times 5 \times 7^2$ 의 최소공배수가 $2^{\square} \times 3^{\square} \times 5^2 \times 7^{\square}$ 일 때, \square 안에 알맞은 숫자들의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$2 \times 3 \times 5^{\square}$, $2 \times 3^2 \times 5 \times 7^2$ 의 최소공배수를 구하면 $2 \times 3^2 \times 5^{\square} \times 7^2$ 이다.

또, $2 \times 3 \times 5^{\square}$, $2 \times 3^2 \times 5 \times 7^2$ 의 최소공배수가 $2^{\square} \times 3^{\square} \times 5^2 \times 7^{\square}$ 이므로 위에서 구한 최소공배수와 비교해 보면 $2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7^2$ 이다.

따라서 \square 안에 들어가는 수는 차례대로 2, 1, 2, 2 이고, 구하는 값은 8 이다.

30. 진아와 태호는 각각 5 일, 3 일마다 한강시민공원으로 자전거를 타러 간다. 4 월 1 일 일요일에 함께 자전거를 타러 갔다면 다음에 두 번째로 함께 자전거를 타러 가는 날은 무슨 요일인지 구하여라.

▶ 답: 요일

▷ 정답: 화요일

해설

5 와 3 의 최소공배수는 15 이므로 두 사람은 15 일마다 함께 자전거를 탄다.

4 월 1 일 일요일 이후 두 번째로 함께 자전거를 타는 날은 30 일 후인 5 월 1 일 화요일이다.

31. 두 자연수 A, B 에서 $A \times B$ 의 값이 1440 이고, 최대공약수가 12 일 때, 차가 가장 작은 두 자연수의 합은?

① 11

② 36

③ 72

④ 84

⑤ 108

해설

최소공배수를 L 이라 하면 $1440 = 12 \times L$ 이므로 $L = 120$

$$12) \begin{array}{r} A \\ a \end{array} \quad \begin{array}{r} B \\ b \end{array}$$

$$12 \times a \times b = 120$$

$a \times b = 10$ (단, a, b 는 서로소)

$A = 12 \times a, B = 12 \times b$ 이고 $A > B$ 라 하면

$a = 10, b = 1$ 또는 $a = 5, b = 2$

(i) $a = 10, b = 1$ 일 때

$$A - B = 10 \times 12 - 1 \times 12 = 108$$

(ii) $a = 5, b = 2$ 일 때

$$A - B = 5 \times 12 - 2 \times 12 = 36$$

따라서, 차가 가장 작은 두 자연수는 60, 24 이다.

32. 일곱 자리 수 $a132784$ 가 7 의 배수이고, 네 자리 수 $b8c1$ 이 11 의 배수일 때, $a + b + c$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

7 의 배수 : 뒤에서부터 세 자리씩 끊어서 더하고 뺀 수가 0 이거나 7 의 배수인 수이므로,

$$a - 132 + 784 = 7k \rightarrow 652 + a = 7k \text{ 이므로 } a = 6 \text{ 이다.}$$

11 의 배수 : 짝수 자리 수의 합에서 홀수 자리 수의 합을 뺀 절댓값이 0 이거나 11 의 배수이므로,

$$b + c - 9 = 11n \rightarrow b + c = 9 \text{ 이다.}$$

$$\therefore a + b + c = 15$$

33. 다음 수 중 어떤 자연수의 제곱이 되지 않는 수는?

① $2 \times 3 \times 3$

② $2^2 \times 5^2$

③ 16

④ $2^2 \times 3^2 \times 5^2$

⑤ 81

해설

① 지수가 모두 짝수가 아니므로 자연수의 제곱이 되지 않는 수이다.

34. 약수의 개수가 12 개인 어떤 자연수 n 을 소인수분해하면 $a^x \times b^y (a \neq b)$ 이다. 이러한 자연수 n 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 72

해설

$a^x \times b^y (a \neq b)$ 가 12 개의 약수를 가지려면,

$$(x+1) \times (y+1) = 12$$

$$\rightarrow (x, y) = (1, 5), (2, 3), (3, 2), (5, 1)$$

따라서, 이러한 x, y 의 값을 만족하는 수 중 가장 작은 수는 $2 \times 3^5, 2^2 \times 3^3, 2^3 \times 3^2, 2^5 \times 3$ 중 하나이다.

\therefore 자연수 n 중에서 가장 작은 수 = 72

35. 자연수 $2^3 \times A$ 의 약수의 개수가 12 개일 때, 가장 작은 두 자리 자연수 A 를 구하여라.

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$12 = 12 \times 1 = 6 \times 2 = 4 \times 3$$

(1) $12 = 12 \times 1 = (11 + 1)$ 일 때,

$$2^3 \times A = 2^{11} \quad \therefore A = 2^8 = 256$$

그러나 $2^8 = 256$ 은 두 자리 수가 아니다.

(2) $12 = 6 \times 2 = (5 + 1) \times (1 + 1)$ 일 때,

$$2^3 \times A = 2^5 \times (2\text{가 아닌 소수}) = 2^3 \times (2^2 \times (2\text{가 아닌 소수}))$$

$$\therefore A = 12, 20, 28, 44, 52, \dots$$

(3) $12 = 4 \times 3 = (3 + 1) \times (2 + 1)$ 일 때,

$$2^3 \times A = 2^3 \times (2\text{가 아닌 소수})^2$$

$$\therefore A = 9, 25, 49, 121, \dots$$

따라서 가장 작은 두 자리 자연수 A 는 12 이다.