

1. 다음 조건을 만족할 때, $\square ABCD$ 가
원에 내접하지 않는 것은?

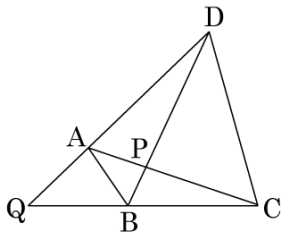
① $\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$

② $\overline{QA} \times \overline{QD} = \overline{QB} \times \overline{QC}$

③ $\angle BAC = \angle BDC$

④ $\angle ABQ = \angle ADC$

⑤ $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$



해설

$\square ABCD$ 가 원에 내접하려면
 $\overline{PA} \times \overline{PC} = \overline{PB} \times \overline{PD}$ 이어야 한다.

2. 다음 중 $\square ABCD$ 가 원에 내접하는 경우가 아닌 것은?

① $\angle A = \angle C$

② $\angle B = \angle C, \overline{AD} \parallel \overline{BC}$

③ $\angle BAC = \angle BDC$

④ $\angle A + \angle C = 180^\circ$

⑤ $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점 P에 대하여 $\overline{PA} \times \overline{PC} = \overline{PB} \times \overline{PD}$

해설

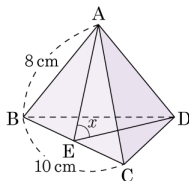
① $\angle A = 180^\circ - \angle C$ 일 때, 원에 내접한다.

② $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle A + \angle B = 180^\circ$

또, $\angle B = \angle C$ 이므로 $\angle A + \angle C = 180^\circ$

따라서 $\square ABCD$ 는 원에 내접한다.

3. 다음 그림의 삼각뿔은 옆면이 모두 합동인 이등변삼각형이고 밑면은 한 변의 길이가 10 인 정삼각형이다. 모서리 BC 의 중점을 E 라 하고, $\angle AED = x$ 일 때, $\tan x$ 의 값은?



① $\frac{\sqrt{23}}{5}$

② $\frac{2\sqrt{23}}{5}$

③ $\frac{3\sqrt{23}}{5}$

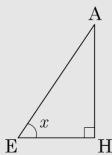
④ $\frac{4\sqrt{23}}{5}$

⑤ $\sqrt{23}$

해설

$$\overline{AE} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{BE}^2} = \sqrt{64 - 25} = \sqrt{39}$$

점 A 에서 $\overline{ED}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면



$$\overline{EH} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 10 \times \frac{1}{3} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

$$\overline{AH} = \sqrt{39 - \frac{25}{3}} = \sqrt{\frac{92}{3}} = \frac{2\sqrt{69}}{3}$$

$$\therefore \tan x = \frac{2\sqrt{69}}{5\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{23}}{5}$$

4. 이차함수 $y = 3x^2 - 12x + 1$ 와 $y = 2x^2 + px + q$ 와 꼭짓점이 일치할 때, $p - q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$\begin{aligned}y &= 3x^2 - 12x + 1 \\&= 3(x^2 - 4x + 4 - 4) + 1 \\&= 3(x - 2)^2 - 11\end{aligned}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2, -11)$ 이고,

$y = 2x^2 + px + q$ 와 꼭짓점이 일치하므로

$$\begin{aligned}y &= 2(x - 2)^2 - 11 \\&= 2x^2 - 8x - 3\end{aligned}$$

이므로 $p = -8$, $q = -3$ 이다.

$$\therefore p - q = -5$$

5. 다음 한 원과 직선에 대한 설명 중 잘못된 것은?

- ① 크기가 같은 두 중심각에 대한 현의 길이와 호의 길이는 각각 같다.
- ② 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분한다.
- ③ 길이가 같은 현은 원의 중심에서 같은 거리에 있다.
- ④ 중심으로부터 같은 거리에 있는 현의 길이는 같다.
- ⑤ 현의 이등분선은 그 원의 중심을 지난다.

해설

이등분선이 그 현의 수직이등분선일 때, 원의 중심을 지날 수 있다.

6. 함수 $y = f(x)$ 에서 $y = x^2 - 2x - 3$ 일 때, $f(f(f(-1)))$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

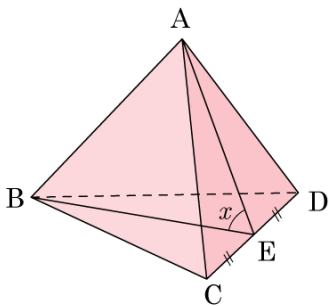
해설

$$f(-1) = 1 + 2 - 3 = 0$$

$$f(f(-1)) = f(0) = -3$$

$$\therefore f(f(f(-1))) = f(-3) = 9 + 6 - 3 = 12$$

7. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사면체 $A - BCD$ 에서 $\overline{CD}$ 의 중점을 E 라 하고, $\angle AEB$ 를 x 라고 할 때, $\sin x \times \cos x$ 의 값이 $\frac{b\sqrt{2}}{a}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 서로소)



▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$\overline{CE} = 2$ 이고 점 A 에서 $\overline{BE}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면 점 H 는 $\triangle BCD$ 의 무게중심이므로 $\overline{EH} = \frac{1}{3}\overline{EB}$, $\overline{EB} = 2\sqrt{3}$

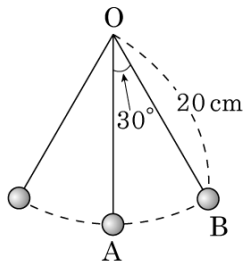
$$\overline{EH} = \frac{1}{3} \times 2\sqrt{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}, \quad \overline{AE} = 2\sqrt{3}$$

$$\overline{AH} = \frac{4\sqrt{6}}{3}$$

$$\sin x \times \cos x = \frac{\frac{4\sqrt{6}}{3}}{\frac{2\sqrt{3}}{3}} \times \frac{\frac{2\sqrt{3}}{3}}{\frac{2\sqrt{3}}{3}} = \frac{24\sqrt{2}}{12} = \frac{2\sqrt{2}}{9} \text{ 이다.}$$

$$\therefore a + b = 9 + 2 = 11$$

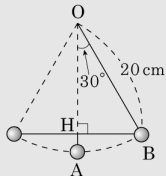
8. 다음 그림과 같이 실의 길이가 20 cm 인 추가 있다. $\angle AOB = 30^\circ$ 일 때, 이 추가 A 를 기준으로 몇 cm 의 높이에 있는지 구하면?



- ① $(20 - 10\sqrt{3})$ cm ② $(20 - 10\sqrt{2})$ cm
 ③ $(20 - 5\sqrt{3})$ cm ④ $(20 - \sqrt{30})$ cm
 ⑤ 5 cm

해설

다음 그림에서 구하는 높이는 $\overline{AH}$ 이다.

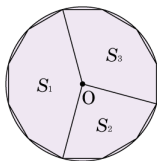


$$\overline{OA} = \overline{OB} = 20 \text{ cm} \text{ 이므로}$$

$$\overline{AH} = \overline{OA} - \overline{OH} = 20 - 20 \cos 30^\circ$$

$$= 20 - 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 20 - 10\sqrt{3}(\text{cm})$$

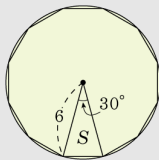
9. 다음 그림과 같이 지름의 길이가 12 인 원에 내접하는 정십이각형의 넓이 $S_1 + S_3 - S_2$ 를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 54

해설



정십이각형은 그림처럼 두 변이 6 이고 그 끼인 각이 30° 인 이등변삼각형 12 개로 이루어져 있다.

$$S = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \sin 30^\circ = 9$$

$$S_1 = S \times 5 = 45$$

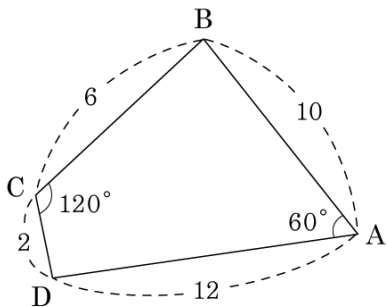
$$S_2 = S \times 3 = 27$$

$$S_3 = S \times 4 = 36$$

따라서 $S_1 + S_3 - S_2 = 45 + 36 - 27 = 54$ 이다.

10. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD 의 넓이는?

- ① $30\sqrt{3}$ ② $31\sqrt{3}$
 ③ $32\sqrt{3}$ ④ $33\sqrt{3}$
 ⑤ $34\sqrt{3}$



해설

점 B와 D를 연결하면

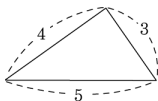
$$\begin{aligned}
 \square ABCD &= \frac{1}{2} \times 10 \times 12 \times \sin 60^\circ + \frac{1}{2} \times 6 \times 2 \times \sin 60^\circ \\
 &= 60 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\
 &= 30\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 33\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

11. 다음 삼각형 중에서 넓이가 두 번째로 큰 것을 골라라. (단, $\sqrt{3} = 1.732$ 로 계산한다.)

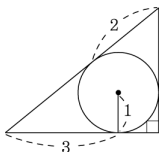
①



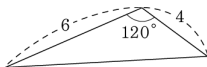
②



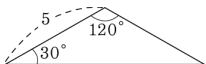
③



④



⑤



해설

$$\textcircled{1} S = \frac{1}{2} \times 4 \times 7 \times \frac{1}{2} = 7$$

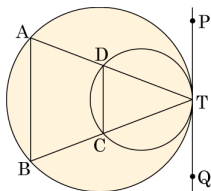
$$\textcircled{2} S = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$$

$$\textcircled{3} S = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$$

$$\textcircled{4} S = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} = 10.392$$

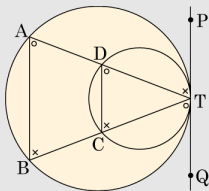
$$\textcircled{5} S = \frac{1}{2} \times 5 \times 5 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{25\sqrt{3}}{4} = 10.825$$

12. 다음 그림과 같이 점 T는 두 원의 공통 접점이고 $\overleftrightarrow{PQ}$ 는 두 원의 공통인 접선이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



- ① $\overline{AB} // \overline{CD}$
- ② $\angle BAT = \angle CDT$
- ③ $\overline{TA} : \overline{TB} = \overline{TC} : \overline{TD}$
- ④ $\angle ABT = \angle ATP$
- ⑤ $\triangle ATB \sim \triangle DTC$

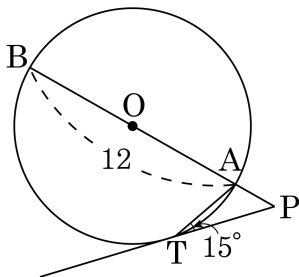
해설



직선 PQ 가 두 원의 공통접선이고, 접선과 현이 이루는 각의 성질에 따라 그림처럼 같은 각의 관계가 성립한다.

따라서, 동위각이 같으므로 $\overline{AB} // \overline{CD}$ 이고 $\triangle ATB \sim \triangle DTC$ 이므로 $\overline{TA} : \overline{TB} = \overline{TD} : \overline{TC}$ 이다.

13. 다음 그림에서 $\overline{PB}$ 는 원의 중심 O 를 지나고, $\angle PTA = 15^\circ$, $\overline{AB} = 12\text{cm}$ 일 때, $\overline{PA}$ 의 길이는?



① $\sqrt{2} - 1$

② $4\sqrt{2} - 2$

③ $4\sqrt{3} - 2$

④ $4\sqrt{3} - 4$

⑤ $4\sqrt{3} - 6$

해설

$\angle ATP = \angle ABT = 15^\circ$ 이므로

$\widehat{AT}$ 의 중심각 $\angle AOT = 30^\circ$ 이다.

$\overline{AB} = 12$ 이므로 $\overline{OT} = 6$ 이다.

$\triangle POT$ 에서 $\overline{OP} : \overline{OT} = 2 : \sqrt{3}$ 이므로 $\overline{OP} = 4\sqrt{3}$ 이다.

$\therefore \overline{PA} = 4\sqrt{3} - 6$