1. 다항식 $(x^2+1)^4(x^3+1)^3$ 의 차수는?

① 5차 ② 7차 ③ 12차 ④ 17차 ⑤ 72차

해설

$(x^2+1)^4$ 는 8차식, $(x^3+1)^3$ 은 9차식

따라서 $(x^2+1)^4(x^3+1)^3$ 은

$8+9=17$차 다항식이다.

2. 등식 $(1-2i)x+(2+i)y=4-3i$ 를 만족하는 실수 $x+y$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 8

해설

$(1-2i)x+(2+i)y=4+3i=0$ 에서

$(x+2y-4)+(-2x+y+3)i=0$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$x+2y-4=0$, $-2x+y+3=0$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$x=2,\ y=1$

$\therefore\ x+y=3$

3. 다음 이차함수 중 최댓값을 갖지 <u>않는</u> 것은?

① $y = -x^2 + 1$

② $y = -10x^2 - \frac{1}{3}$

③ $y = -2(x-1)^2$

④ $y = -\left(x - \frac{1}{5}\right)^2$

⑤ $y = 3x^2 + 4$

해설

이차항의 계수가 음수일 때, 최댓값을 가진다.

4. 연립부등식 $-1 < 3x + 2 < 5$의 해가 $a < x < b$일 때, $a + b$의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$-1 < 3x + 2 < 5$

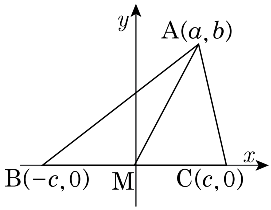
$-3 < 3x < 3$

$-1 < x < 1$

$a = -1, b = 1$

$a + b = 0$

5. 다음은 $\triangle ABC$ 에서 변 BC의 중점을 M 이라 할 때, $\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=2(\overline{AM}^2+\overline{BM}^2)$ 을 증명하는 과정이다.



> 직선 BC를 x축, 중점 M을 지나고 변 BC에 수직인 직선을 y축으로 잡고, 세 꼭짓점 A, B, C의 좌표를 각각
> $A(a,b)$, $B(-c,0)$, $C(c,0)$ 라 하면
> $\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=(a+c)^2+b^2+(a-c)^2+b^2=$(가) 이고,
> $\overline{AM}^2=a^2+b^2, \overline{BM}^2=c^2$
> 따라서 $\overline{AM}^2+\overline{BM}^2=$(나)
> $\therefore \overline{AB}^2+\overline{AC}^2=$(다)$(\overline{AM}^2+\overline{BM}^2)$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

① $a^2+b^2+c^2, a^2+b^2+c^2, 1$

② $2(a^2+b^2+c^2), 2(a^2+b^2+c^2), 1$

③ $2(a^2+b^2+c^2), a^2+b^2+c^2, 2$

④ $2(a^2+b^2+c^2), 2(a^2+b^2+c^2), 2$

⑤ $3(a^2+b^2+c^2), a^2+b^2+c^2, 3$

해설

$A(a,b)$, $B(-c,0)$, $C(c,0)$ 이므로

$\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$

$=\{(-c-a)^2+(0-b)^2\}+\{(c-a)^2+(0-b)^2\}$

$=(c^2+2ca+a^2+b^2)+(c^2-2ca+a^2+b^2)$

$=2(a^2+b^2+c^2)$

$\overline{AM}^2=a^2+b^2, \overline{BM}^2=c^2$ 이므로

$\overline{AM}^2+\overline{BM}^2=a^2+b^2+c^2$

$\therefore \overline{AB}^2+\overline{AC}^2=2\,(\overline{AM}^2+\overline{BM}^2)$

6. 직선 $y = mx - m + 2$ 는 m의 값에 관계없이 항상 일정한 점을 지난다. 그 점의 좌표를 $(a,\ b)$ 라 할 때 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

m 에 관해서 정리하면
$(x-1)m + 2 - y = 0$ 이므로 이것은
m 의 값에 관계없이 두 직선
$x - 1 = 0,\ 2 - y = 0$ 의 교점을 지난다.
$x - 1 = 0$ 에서 $x = 1$, $2 - y = 0$ 에서 $y = 2$
따라서 교점은 $(1, 2)$ 이다.
「$y = mx - m + 2 \ \Leftrightarrow\ y - 2 = m(x-1)$」 이므로
공식 $y - y_1 = m(x - x_1)$ 과 비교해 보면
$(x_1,\ y_1) = (1,\ 2)$ 임을 알 수 있다.
$\therefore a + b = 3$

7. 원점 O에서 직선 L : $ax-y+1=0$에 내린 수선의 길이가 $\frac{1}{3}$일 때 음수 a의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-2\sqrt{2}$

해설

수선의 길이는 원점과 직선 L 사이의 거리이므로

$$\frac{|0-0+1|}{\sqrt{a^2+(-1)^2}}=\frac{1}{3}$$

$$\sqrt{a^2+1}=3$$

$$a^2=8$$

$$\therefore a=-2\sqrt{2}\ (\because a<0)$$

8. 점 $(1, -2)$를 x축 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 점의 좌표는?

① $(-1, -1)$　② $(-1, -3)$　③ $(3, -1)$
④ $(3, -3)$　⑤ $(3,\ 5)$

해설

$(1+2, -2-1) = (3,\ -3)$

9. 두 집합 $A = \{1,\ 2,\ 3\}$, $B = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A \subset B$

② $n(A) = 3$

③ $n(B) = 5$

④ $B \not\subset A$

⑤ $n(B) - n(A) = \{4,\ 5\}$

해설

⑤ $n(B) - n(A) = 5 - 3 = 2$

10. 다항식 x^3+ax^2+bx-1이 x^2-3x+2로 나누어 떨어지도록 상수 $a+b$의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$f(x)=x^3+ax^2+bx-1$ 로 놓으면

$x^2-3x+2=(x-1)(x-2)$ 이므로 $f(x)$ 는 $x-1$, $x-2$ 로 나누어 떨어진다.

$f(1)=1+a+b-1=0$ 즉, $a+b=0\cdots$ ㉠

$f(2)=8+4a+2b-1=0$ 즉, $4a+2b=-7\cdots$ ㉡

㉠, ㉡으로부터 $a=-\dfrac{7}{2}$, $b=\dfrac{7}{2}$

$\therefore a+b=0$

11. x^2-2x-y^2+2y를 인수분해 하였더니 $(x+ay)(x-by+c)$가 된다고 할 때, $a+b+c$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

x^2-2x-y^2+2y
$=(x^2-y^2)-2(x-y)$
$=(x+y-2)(x-y)$
$=(x+ay)(x-by+c)$
계수를 비교하면
$a=-1, b=-1, c=-2$
$\therefore a+b+c=-1-1-2=-4$

12. 다음 이차방정식의 해를 바르게 짝지은 것은?

(1) $x(5x-4)=4(x-1)$
(2) $x^2-3\sqrt{2}x+6=0$

① (1) $\dfrac{4\pm 2i}{5}$, (2) $\dfrac{3\sqrt{2}\pm\sqrt{6}i}{2}$
② (1) $\dfrac{3\pm 2i}{5}$, (2) $\dfrac{3\sqrt{2}\pm\sqrt{6}i}{2}$
③ (1) $\dfrac{4\pm 2i}{5}$, (2) $\dfrac{3\sqrt{3}\pm\sqrt{6}i}{2}$
④ (1) $\dfrac{1\pm 2i}{5}$, (2) $\dfrac{2\sqrt{2}\pm\sqrt{6}i}{2}$
⑤ (1) $\dfrac{4\pm 3i}{5}$, (2) $\dfrac{3\sqrt{2}\pm\sqrt{6}i}{2}$

해설

근의 공식을 이용하여 푼다.

(1) $x(5x-4)=4(x-1)$

$\therefore\ 5x^2-8x+4=0$

$$\therefore\ x=\frac{4\pm\sqrt{16-20}}{5}=\frac{4\pm 2i}{5}$$

(2) $$x=\frac{3\sqrt{2}\pm\sqrt{18-24}}{2}=\frac{3\sqrt{2}\pm\sqrt{6}i}{2}$$

13. 다음 세 개의 3차방정식의 공통근을 구하여라.

$$x^3+3x^2-x-3=0,\ x^3+2x^2-x-2=0,$$
$$x^3-4x^2+5x-2=0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=1$

해설

제 1식에서 $(x-1)(x+1)(x+3)=0$

$\therefore\quad x=1,\ -1,\ -3$

제 2식에서 $(x-1)(x+1)(x+2)=0$

$\therefore\quad x=1,\ -1,\ -2$

제 3식에서 $(x-1)^2(x-2)=0$

$\therefore\ 1,\ 2$

$\therefore$ 공통근 : $x=1$

14. 일차함수 $\sqrt{3}x-y=1$ 의 기울기와 y 절편, x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 : $^{\circ}$

▷ 정답 : 기울기 $\sqrt{3}$

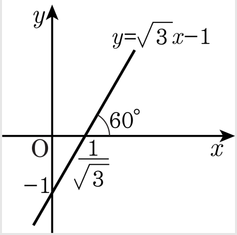
▷ 정답 : y절편 -1

▷ 정답 : $60\,^{\circ}$

해설

$y=\sqrt{3}x-1$ 에서

기울기 $\sqrt{3}$, y 절편 -1, x 축의 양의 방향과 이루는 각 60°



15. $U = \{1, 2, 4, 7, 8, 9\}$ 의 두 부분집합 $A = \{2, 4, 7\}$, $B = \{1, 2, 7, 8\}$ 에 대하여 $B - (A \cap B)$ 는?

① $\{1\}$ ② $\{8\}$ ③ $\{1, 8\}$ ④ $\{4, 7\}$ ⑤ $\{4, 8\}$

해설

$B - (A \cap B) = B - A = \{1, 2, 7, 8\} - \{2, 4, 7\} = \{1, 8\}$ 이다.

16. $x > y > 0$인 실수 x, y에 대하여 $\dfrac{x}{1+x}$, $\dfrac{y}{1+y}$의 대소를 비교하면?

① $\dfrac{x}{1+x} < \dfrac{y}{1+y}$　② $\dfrac{x}{1+x} \le \dfrac{y}{1+y}$　③ $\dfrac{x}{1+x} > \dfrac{y}{1+y}$

④ $\dfrac{x}{1+x} \ge \dfrac{y}{1+y}$　⑤ $\dfrac{x}{1+x} = \dfrac{y}{1+y}$

해설

$A = \dfrac{x}{1+x} - \dfrac{y}{1+y}$ 이라하면

$$A = \frac{x}{1+x} - \frac{y}{1+y} = \frac{x(1+y) - y(1+x)}{(1+x)(1+y)}$$

$$= \frac{x-y}{(1+x)(1+y)} > 0$$

따라서 $\therefore \dfrac{x}{1+x} > \dfrac{y}{1+y}$

17. 실수 전체의 집합에 대하여 공집합이 아닌 부분집합 X를 정의역으로 하는 두 함수 $f(x)=2x^2-10x-5$, $g(x)=-x^2+2x+10$이 서로 같을 때, 집합 X의 개수는 몇 개인가?

① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$f(x)=g(x)$이므로

$2x^2-10x-5=-x^2+2x+10$에서

$3x^2-12x-15=0$, $3(x^2-4x-5)=0$

$(x-5)(x+1)=0$

$\therefore\ x=5,\ -1$

즉, $x=5$ 또는 $x=-1$일 때 $f(x)=g(x)$이다.

$\therefore\ X=\{-1\},\ \{5\},\ \{-1,\ 5\}$

18. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 f, g 에 대하여 $f(x)$ 는 항등함수이고, $g(x) = -2$ 인 상수함수일 때, $f(4)+g(-1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$f(x)$ 는 항등함수이므로 $f(x) = x$ 에서 $f(4) = 4$

$g(x) = -2$ 에서 $g(-1) = -2$

$\therefore f(4) + g(-1) = 4 - 2 = 2$

19. $x = \dfrac{3+i}{2}$ 일 때, $p = 2x^3 - 2x^2 - 5x + 3$ 의 값을 구하면?

① $2+i$ ② $2-i$ ③ $-2+i$

④ $-4+i$ ⑤ $4+i$

해설

$x = \dfrac{3+i}{2}$ 에서 $2x - 3 = i$

$(2x-3)^2 = i^2$ 에서 $2x^2 - 6x + 5 = 0$

나눗셈 실행하여 몫과 나머지를 구하면

$2x^3 - 2x^2 - 5x + 3$

$= (2x^2 - 6x + 5)(x+2) + 2x - 7$

$= 2x - 7$

$= 2\left(\dfrac{3+i}{2}\right) - 7$

$= -4 + i$

20. $64 \leq 16x - x^2$ 의 해를 구하면?

① $4 \leq x \leq 8$ ② $x = 8$ ③ 해는 없다.

④ 모든 실수 ⑤ $x \leq 8$

해설

$64 \leq 16x - x^2$

$x^2 - 16x + 64 \leq 0$

$\Rightarrow \quad (x-8)^2 \leq 0$

$\Rightarrow \quad x = 8$

21. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - 5x + 4 \le 0 \\ x^2 - (k+3)x + 3k > 0 \end{cases}$ 의 해가 $3 < x \le 4$ 가 되도록 하는 k의 값의 범위를 구하면?

① $-1 < k < 1$ ② $-1 < k < 3$ ③ $k \ge -1$

④ $k \le 1$ ⑤ $-1 \le k \le 3$

해설

$x^2 - 5x + 4 \le 0$에서 $(x-1)(x-4) \le 0,\ 1 \le x \le 4$

$x^2 - (k+3)x + 3k > 0$에서 $(x-k)(x-3) > 0$

ⅰ) $x < k$ 또는 $x > 3$

ⅱ) $x < 3$ 또는 $x > k$

해가 $3 < x < 4$가 되려면 ⅰ) 의 경우이어야 하고 $k \le 1$ 이어야 한다

22. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$를

$f(x)\begin{cases} x^2 \ (x\text{가 유리수일때}) \\ x^4 \ (x\text{가 무리수일때}) \end{cases}$ $g(x) = \sqrt{x}$ 로 정의할 때, $(f \circ f \circ f \circ g \circ g \circ g)(2)$의 값은?

① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

해설

$$\begin{aligned} f(f(f(g(g(g(2)))))) &= f(f(f(g(g(\sqrt{2}))))) \\ &= f(f(f(g(\sqrt{\sqrt{2}})))) \\ &= f(f(f(\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}))) \\ &= f(f(\sqrt{2})) = f(4) = 16 \end{aligned}$$

23. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 함수 $f(x)=ax+b$ 에 대하여 $f(1)=4$, $f^{-1}(6)=2$ 가 성립할 때, a^2+b^2 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$f(x)=ax+b$ 에 대하여 $f(1)=4$ 이므로

$a+b=4\cdots$ ㉠

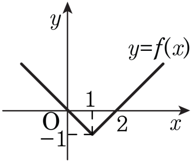
$f^{-1}(6)=2$ 에서 $f(2)=6$ 이므로

$2a+b=6\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2$, $b=2$

$\therefore\ a^2+b^2=8$

24. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음의 그림과 같을 때, $f(x)$ 는?



① $f(x) = |x+1|+1$　　② $f(x) = |x+1|-1$

③ $f(x) = |x-1|+1$　　④ $f(x) = |x-1|-1$

⑤ $f(x) = -|x-1|+1$

해설

주어진 그래프는 함수 $y = |x|$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이므로 $y = |x|$ 에 x 대신 $x-1$, y 대신 $y+1$ 을 대입하면

$y+1 = |x-1|$

$y = |x-1|-1$

$\therefore f(x) = |x-1|-1$

25. 두 원 $(x-a)^2+y^2=4$, $x^2+(y-b)^2=9$가 서로 외접할 때, 점 $(a,\ b)$가 그리는 도형에 대한 설명 중 옳은 것은?

① 이 도형에 내접하는 정사각형의 한 변의 길이는 12이다.

② 이 도형에 내접하는 정삼각형의 한 변의 길이는 $6\sqrt{3}$이다.

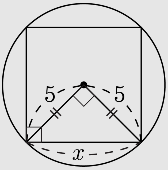
③ 두 종류의 두형이 나타난다.

④ 이 도형의 길이는 10π이다.

⑤ 원점을 지나는 원이다.

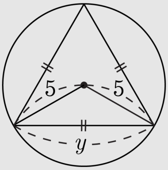
해설

두 원이 서로 외접할 조건은 두 원의 중심을 연결한 선분의 길이가 두 원의 반지름들의 합과 같으면 된다.
원 $(x-a)^2+y^2=4$에서 중심은 $(a,\ 0)$, 반지름은 2이고, 원 $x^2+(y-b)^2=9$에서 중심은 $(0,\ b)$, 반지름은 3이다.
따라서, $(a,\ 0)$과 $(0,\ b)$ 사이의 거리가 5가 되므로 $\sqrt{a^2+b^2}=5$
$\therefore a^2+b^2=25$
그러므로 구하려는 자취는 $x^2+y^2=25$
① 내접하는 정사각형의 한 변의 길이를 x라 하면



$2x^2=10 \therefore\ x=5\sqrt{2}$

② 내접하는 정삼각형의 한 변의 길이를 y라 하면



$y=\dfrac{5}{2}\sqrt{3}\times 2=5\sqrt{3}$

$\therefore\ y=5\sqrt{3}$ 이다.