

1. 등식 $(x-2)(ax-3) = 4x^2 + bx + c$ 가 항등식이 되도록 상수 a, b, c 의 값을 구하면?

① $a = 4, b = 5, c = 6$

② $a = 2, b = -10, c = 5$

③ $a = 4, b = -11, c = 6$

④ $a = 2, b = -10, c = 6$

⑤ $a = 2, b = -9, c = 5$

해설

(좌변) = $ax^2 - (2a+3)x + 6$ 이므로

$$ax^2 - (2a+3)x + 6 = 4x^2 + bx + c$$

계수를 비교하면 $a = 4, -2a - 3 = b, 6 = c$

이것을 풀면 $a = 4, b = -11, c = 6$

2. 등식 $(x - 2) + (2y + 3)i = -7i$ 를 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① -3

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 4

해설

$$x - 2 = 0, 2y + 3 = -7$$

$$\therefore x = 2, y = -5$$

3. $3x + y = 1$ 이고 $1 \leq x \leq 5$ 일 때, y 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① -20

② -16

③ -12

④ -8

⑤ 4

해설

$x = \frac{1-y}{3}$ 이므로 $1 \leq x \leq 5$ 에 대입하면

$$1 \leq \frac{1-y}{3} \leq 5, \quad 3 \leq 1-y \leq 15$$

$$2 \leq -y \leq 14$$

$$\therefore -14 \leq y \leq -2$$

따라서 y 의 최댓값은 -2 , 최솟값은 -14 이므로 합은 -16

4. 다음 두 점 사이의 거리를 구하여라.

$$A(\sqrt{5}-1, 1-\sqrt{2}), B(\sqrt{5}, 1+\sqrt{2})$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \sqrt{(\sqrt{5}-\sqrt{5}+1)^2 + (1+\sqrt{2}-1+\sqrt{2})^2} \\ &= \sqrt{1+8} = 3\end{aligned}$$

5. 좌표평면 위의 점 (1, 2) 와 직선 $x + 2y = 0$ 사이의 거리는?

① 1

② $\sqrt{2}$

③ 2

④ $\sqrt{5}$

⑤ 5

해설

점 (1, 2) 와 직선 $x + 2y = 0$ 사이의 거리 d 는

$$\therefore d = \frac{|1 \cdot 1 + 2 \cdot 2|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \sqrt{5}$$

6. 방정식 $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 11 = 0$ 은 어떤 도형을 나타내는가?

- ① 중심이 (2, 1) 이고 반지름의 길이가 1 인 원
- ② 중심이 (2, -1) 이고 반지름의 길이가 2 인 원
- ③ 중심이 (-2, 1) 이고 반지름의 길이가 2 인 원
- ④ 중심이 (2, -1) 이고 반지름의 길이가 4 인 원
- ⑤ 중심이 (-2, 1) 이고 반지름의 길이가 4 인 원

해설

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y - 11 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 16$$

\therefore 중심은 (2, -1) 이고,

반지름은 4 이다.

7. 다음 중 집합이 아닌 것을 모두 찾아라.

① 7 보다 작은 자연수의 모임

② 키가 큰 나무의 모임

③ 월드컵을 개최한 나라의 모임

④ 우리 반에서 농구를 잘 하는 학생의 모임

⑤ 15의 약수의 모임

해설

‘키가 큰’, ‘농구를 잘하는’ 은 그 대상을 분명히 알 수 없으므로 집합이 아니다.

8. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, \dots, 9, 10\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{3, 6, 9\}$ 에 대하여 $A \cup (A^c \cap B)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{1, 3, 5, 6, 9\}$

해설

$$A \cup (A^c \cap B) = A \cup B \text{ 이므로}$$

$$A \cup (A^c \cap B) = \{1, 3, 5, 6, 9\}$$

9. 명제 'x가 4의 배수이면 x는 2의 배수이다'의 대우는?

- ① x가 2의 배수이면 x는 4의 배수이다.
- ② x가 2의 배수이면 x는 4의 배수가 아니다.
- ③ x가 4의 배수이면 x는 2의 배수가 아니다.
- ④ x가 4의 배수가 아니면 x는 2의 배수가 아니다.
- ⑤ x가 2의 배수가 아니면 x는 4의 배수가 아니다.

해설

$p \rightarrow q$ 의 대우는 $\sim q \rightarrow \sim p$

10. $(2x^3 - 3x^2 + 3x + 4)(3x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 7x + 8)$ 을 전개한 식에서 x^3 의 계수는?

① 31

② 33

③ 35

④ 37

⑤ 39

해설

$$2x^3 \times 8 - 3x^2 \times (-7x) + 3x \times (-2x^2) + 4 \times 2x^3 = 39x^3$$

11. x 에 대한 이차식 $2x^2 + (k + 1)x + k - 1$ 이 완전제곱식이 될 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$2x^2 + (k + 1)x + k - 1$ 이 완전제곱식이므로

$$D = (k + 1)^2 - 8(k - 1) = 0$$

$$(k - 3)^2 = 0$$

$$\therefore k = 3$$

12. 이차식 $x^2 + 2x + 4$ 를 일차식의 곱으로 인수분해 하여라.

① $(x + 1 - \sqrt{3}i)(x + 1 + \sqrt{3}i)$

② $(x + 1 - \sqrt{3})(x + 1 + \sqrt{3})$

③ $(x + 1 - \sqrt{2}i)(x + 1 + \sqrt{2}i)$

④ $(x + 1 - \sqrt{2})(x + 1 + \sqrt{2})$

⑤ $(x - 1 - \sqrt{2}i)(x - 1 + \sqrt{2}i)$

해설

$x^2 + 2x + 4 = 0$ 의 해를 구하면

$$x = -1 \pm \sqrt{1 - 4} = -1 \pm \sqrt{3}i$$

$$\therefore x^2 + 2x + 4$$

$$= \{x - (-1 + \sqrt{3}i)\} \{x - (-1 - \sqrt{3}i)\}$$

$$= (x + 1 - \sqrt{3}i)(x + 1 + \sqrt{3}i)$$

13. 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 가 $f(1) = f(3) = 8$ 이고 최솟값 5를 가질 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

꼭짓점의 좌표가 $(2, 5)$ 이므로

이차함수는 $f(x) = a(x - 2)^2 + 5$ 라고 할 수 있다.

$f(3) = 8$ 이므로 $x = 3, y = 8$ 을 대입하면

$a + 5 = 8 \quad \therefore a = 3$ 이므로

$f(x) = 3(x - 2)^2 + 5 = 3x^2 - 12x + 17$

$\therefore a + b + c = 8$

14. $x(x-1)(x+1) - 6 = 0$ 의 세근을 구하면?

① 2, -1, -3

② -2, 1, -3

③ 2, 1, -3

④ -2, $-1 \pm \sqrt{2}i$

⑤ 2, $-1 \pm \sqrt{2}i$

해설

$$\text{준식} = x(x^2 - 1) - 6 = x^3 - x - 6 = 0$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & 0 & -1 & -6 \\ & & 2 & 4 & 6 \\ \hline & 1 & 2 & 3 & 0 \end{array}$$

$$(x-2)(x^2 + 2x + 3) = 0$$

$$\therefore x = 2, -1 \pm \sqrt{2}i$$

15. 모든 실수 x, y 에 대하여 $\sqrt{mx^2 - mx + 2}$ 가 0이 아닌 실수가 될 실수 m 의 값의 범위는?

① $0 < m < 4$

② $4 \leq m \leq 8$

③ $0 \leq m < 8$

④ $4 < m \leq 8$

⑤ $m \geq 8$

해설

$\sqrt{mx^2 - mx + 2}$ 가 0이 아닌 실수가 되려면 $mx^2 - mx + 2 > 0$ 이어야 한다.

i) $m = 0$ 일 때 $0 \cdot x^2 - 0 \cdot x + 2 > 0$ 이므로
모든 실수 x 에 대하여 항상 성립한다.

ii) $m \neq 0$ 일 때 $mx^2 - mx + 2 > 0$ 가
모든 실수 x 에 대하여 항상 성립하려면
 $m > 0 \dots \textcircled{\text{㉠}}$

또 이차방정식 $mx^2 - mx + 2 = 0$ 의 판별식을
 D 라 할 때

$$D = (-m)^2 - 8m < 0, m(m - 8) < 0$$

$$\therefore 0 < m < 8 \dots \textcircled{\text{㉡}}$$

$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$ 의 공통 범위를 구하면 $0 < m < 8$

i), ii)에서 $0 \leq m < 8$

16. $ac < 0$, $bc > 0$ 일 때, 일차함수 $ax + by + c = 0$ 이 나타내는 직선이 지나지 않는 사분면을 구하여라.

▶ 답: 사분면

▷ 정답: 제 2사분면

해설

$b \neq 0$ 이므로,

$$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b} \cdots \text{㉠}$$

$ac < 0$, $bc > 0$ 에서 $ac \cdot bc < 0$

$\therefore abc^2 < 0$ 즉, $ab < 0$

$ab < 0$ 에서 기울기 $-\frac{a}{b} > 0$

$bc > 0$ 에서 y 절편 $-\frac{c}{b} < 0$

따라서 ㉠은 제 2 사분면을 지나지 않는다.

17. 두 직선 $x + y - 4 = 0$, $2x - y + 1 = 0$ 의 교점과 점 $(2, -1)$ 을 지나는 직선의 방정식을 구하면 $y = ax + b$ 이다. ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $ab = -28$

해설

$$\begin{cases} x + y - 4 = 0 \\ 2x - y + 1 = 0 \end{cases} \quad \text{을 연립하면}$$

교점 : $(1, 3) \Rightarrow (1, 3), (2, -1)$ 을 지나는 직선

$$y = \frac{-1 - 3}{2 - 1}(x - 1) + 3$$

$$\Rightarrow y = -4x + 7$$

$$\therefore a = -4, b = 7$$

$$\therefore ab = -28$$

18. 원 $x^2 + y^2 + ax + by = 0$ 을 y 축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식이 $x^2 + y^2 + (2 - b)x + (2a - 4)y = 0$ 일 때, 상수 a, b 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답: 14

해설

원 $x^2 + y^2 + ax + by = 0$ 을

y 축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은

$$(-x)^2 + y^2 + a(-x) + by = 0$$

$$\text{즉, } x^2 + y^2 - ax + by = 0$$

이것이 $x^2 + y^2 + (2 - b)x + (2a - 4)y = 0$ 과

같으므로 계수를 비교하면

$$-a = 2 - b, \quad b = 2a - 4$$

두 식을 연립하여 풀면 $a = 6, b = 8$

$$\therefore a + b = 6 + 8 = 14$$

19. 다음은 삼차방정식의 근과 계수의 관계를 유도하는 과정을 나타낸 것이다. 이 때, (가) ~ (매)에 들어갈 말로 옳지 않은 것은?

삼차방정식 $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ 의 세 근을 α, β, γ 라고 하면 이 방정식의 좌변은 다음과 같이 인수분해할 수 있다.

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = a(\text{가})(x - \beta)(x - \gamma)$$

이 때, 이 등식의 우변을 전개하여 정리하면

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = ax^3 - a(\text{나})x^2 + a(\text{다})x - a(\text{라})$$

가 되는데 이것은 x 에 대한 (매)이다.

따라서, 이 등식의 동류항의 계수는 서로 같아야 하므로

$$b = -a(\text{나}), c = a(\text{다}), d = -a(\text{라})$$

각 식의 양변을 a 로 나누고, 좌변과 우변을 바꾸어 쓰면

$$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}$$

$$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}$$

$$\alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$$

① (가) $x + a$

② (나) $\alpha + \beta + \gamma$

③ (다) $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha$

④ (라) $\alpha\beta\gamma$

⑤ (매) 항등식

해설

(가) $x - \alpha$

20. 연립부등식 $3x - 2 \leq 5x + 8 \leq 4x + a$ 의 해가 $b \leq x \leq 9$ 일 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수)

① -6

② -4

③ 12

④ 14

⑤ 22

해설

$$3x - 2 \leq 5x + 8, 3x - 5x \leq 8 + 2, -2x \leq 10$$

$$\therefore x \geq -5$$

$$5x + 8 \leq 4x + a, 5x - 4x \leq a - 8$$

$$\therefore x \leq a - 8$$

$$-5 \leq x \leq a - 8$$

그런데 해가 $b \leq x \leq 9$ 이므로

$$b = -5, a - 8 = 9$$

$$\therefore a + b = 17 + (-5) = 12$$

21. 다음 중 옳은 것을 모두 골라라. (정답 2개)

① $A = \{\emptyset\}$ 이면 $n(A) = 0$

② $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $n(A) = n(B)$

③ $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$

④ $n(A) = 0$ 이면 $A = \emptyset$

⑤ $n(A) = 0$, $n(B) \neq 0$ 이면 $B \subset A$ 이다.

해설

① $A = \{\emptyset\}$ 이면 집합 A 의 원소가 \emptyset 이므로, $n(A) = 1$ 이다.

③ 예를 들어 $A = \{2, 3, 5\}$ 이고, $B = \{a, b, c, d, e\}$ 이면 $n(A) < n(B)$ 이지만, $A \not\subset B$ 이다.

⑤ $A = \emptyset$ 이므로, 집합 A 의 부분집합은 \emptyset 하나 밖에 없다.

22. 두 조건 $p : x$ 는 한 자리의 소수, $q : |x + a| \leq 3$ 에 대하여 p 는 q 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 a 의 최댓값과 최솟값의 곱은?

① -20

② -10

③ 0

④ 10

⑤ 20

해설

두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 P, Q 라 하면 $P = \{2, 3, 5, 7\}$

$$|x + a| \leq 3$$

$$\Leftrightarrow -3 \leq x + a \leq 3$$

$$\Leftrightarrow -a - 3 \leq x \leq -a + 3$$

$$Q = \{x \mid -a - 3 \leq x \leq -a + 3\}$$

p 는 q 이기 위한 충분조건이므로

$$\{2, 3, 5, 7\} \subset \{x \mid -a - 3 \leq x \leq -a + 3\}$$

$$\text{즉, } -a - 3 \leq 2, \quad -a + 3 \geq 7 \text{ 이므로 } -5 \leq a \leq -4$$

따라서 a 의 최댓값은 -4 , 최솟값은 -5 이므로 $(-4) \times (-5) = 20$

23. 서로 다른 두 양수 a, b 에 대하여 다음 중 옳은 것은? (단, $a \neq b$)

① $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \geq \frac{2ab}{a+b}$

② $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} > \frac{2ab}{a+b}$

③ $\frac{a+b}{2} \leq \sqrt{ab} \leq \frac{2ab}{a+b}$

④ $\frac{a+b}{2} < \sqrt{ab} \leq \frac{2ab}{a+b}$

⑤ $\frac{a+b}{2} > \sqrt{ab} > \frac{2ab}{a+b}$

해설

$a > 0, b > 0$ 일 때, 산술·기하·조화·평균의 관계에서

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \geq \frac{2ab}{a+b} \quad (\text{등호는 } a=b \text{ 일 때 성립})$$

그런데 문제의 조건에서 $a \neq b$ 이므로

$$\frac{a+b}{2} > \sqrt{ab} > \frac{2ab}{a+b}$$

24. $x > 2$ 일 때, $x - 2 + \frac{4}{x - 2}$ 의 최솟값은?

① 0

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

산술 기하평균의 관계에서

$$(x - 2) + \frac{4}{(x - 2)} \geq 2 \sqrt{(x - 2) \frac{4}{(x - 2)}}$$

$$= 2\sqrt{4} = 4$$

∴ 최솟값 : 4

25. $a(a+1) = 1$ 일 때, $\frac{a^6 - 1}{a^4 - a^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$$\begin{aligned}\frac{a^6 - 1}{a^4 - a^2} &= \frac{(a^3 + 1)(a^3 - 1)}{a^2(a^2 - 1)} \\ &= \frac{(a + 1)(a^2 - a + 1)(a - 1)(a^2 + a + 1)}{a^2(a + 1)(a - 1)} \\ &= \frac{(a^2 - a + 1)(a^2 + a + 1)}{a^2} \leftarrow a^2 = 1 - a \text{ 대입} \\ &= \frac{2(1 - a) \times 2}{1 - a} = 4\end{aligned}$$