1. 다음의 식의 값을 구하면?

$2 - 3\sin 30° \times \tan 45° + 2\sin 60° \times \cos 60°$

① $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{1+\sqrt{2}}{3}$

④ $\frac{1+2\sqrt{2}}{3}$ ⑤ $\frac{1+\sqrt{3}}{3}$

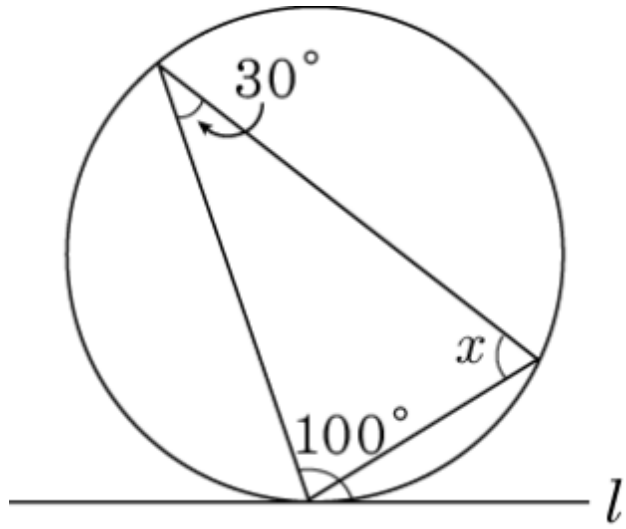
해설

$$(\text{준식}) = 2 - 3 \times \frac{1}{2} \times 1 + 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$= 2 - \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{1+\sqrt{3}}{2}$$

2. 다음 그림에서 직선 l 이 원의 접선일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?



① 70° ② 75° ③ 80° ④ 85° ⑤ 90°

해설

$\angle x = 180° - 100° = 80°$

3. $\sin A = \frac{1}{3}$ 일 때, $\cos A \times \tan A$ 의 값을 구하여라. (단, $\angle A$ 는 예각)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{3}$

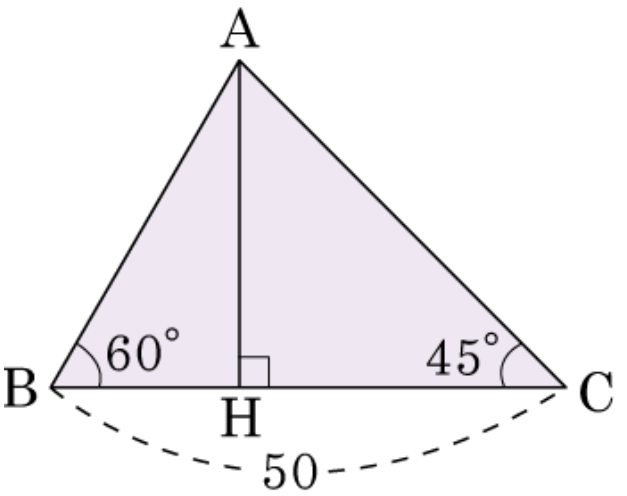
해설

$\sin A = \frac{1}{3}$ 이면

$\cos A = \frac{2\sqrt{2}}{3}$, $\tan A = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ 이다.

따라서 $\cos A \times \tan A = \frac{2\sqrt{2}}{3} \times \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{3}$ 이다.

4. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AH}$ 의 길이는?



① $25(\sqrt{3}-1)$ ② $25(3-\sqrt{3})$ ③ $25\sqrt{3}-1$

④ $50\sqrt{3}-1$ ⑤ $50\sqrt{3}+1$

해설

$\overline{BH}=a$ 라 하면 $a:\overline{AH}=1:\sqrt{3}$ 이므로

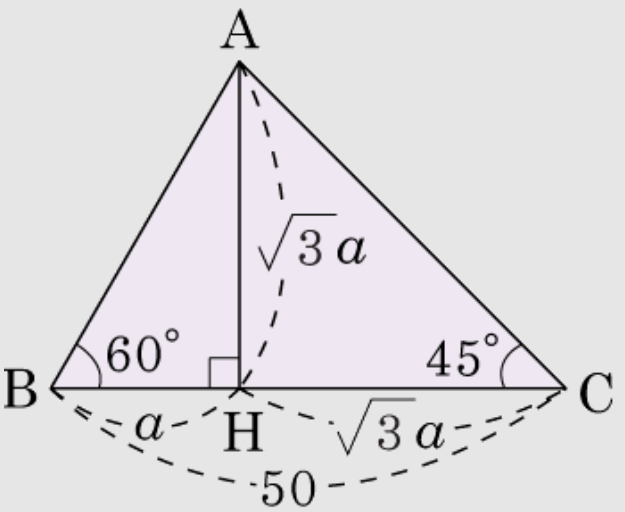
$\overline{AH}=\sqrt{3}a$

$\overline{CH}=\overline{AH}=\sqrt{3}a$, $\overline{BC}=a+\sqrt{3}a=50$

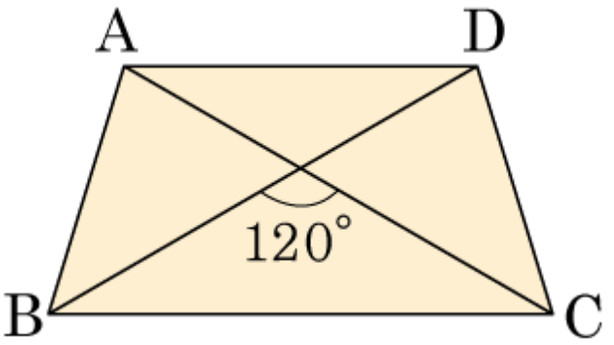
$(1+\sqrt{3})a=50,\ a=\dfrac{50}{\sqrt{3}+1}=$

$25(\sqrt{3}-1)$

$\therefore \overline{AH}=\sqrt{3}\times 25(\sqrt{3}-1)=25(3-\sqrt{3})$



5. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD에서 두 대각선이 이루는 각이 $120°$이고 넓이가 $8\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\overline{AC}$의 길이는?



① $4\,\mathrm{cm}$ ② $4\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ ③ $4\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$

④ $4\sqrt{6}\,\mathrm{cm}$ ⑤ $8\,\mathrm{cm}$

해설

등변사다리꼴의 두 대각선의 길이가 같고, 등변사다리꼴의 넓이는 $8\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ 이므로

$\overline{AC} = \overline{BD} = x\,\mathrm{cm}$ 라 하면

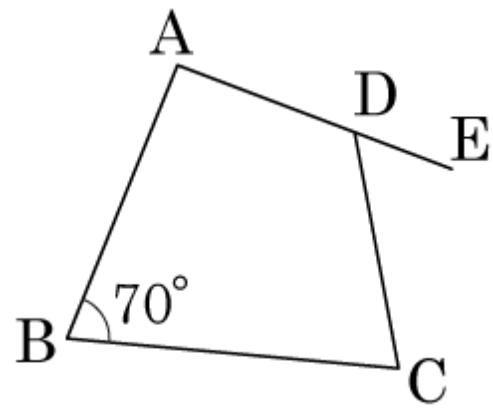
$$\frac{1}{2}x^2 \times \sin 60° = 8\sqrt{3}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 = 8\sqrt{3}$$

$$x^2 = 32$$

$$\therefore x = 4\sqrt{2}\ (\because x > 0)$$

6. 다음 사각형 ABCD 에서 $\angle B = 70^\circ$ 일 때, 이 사각형이 원에 내접하기 위한 조건으로 옳은 것은?



① $\angle A = 110^\circ$

② $\angle C = 70^\circ$

③ $\angle D = 120^\circ$

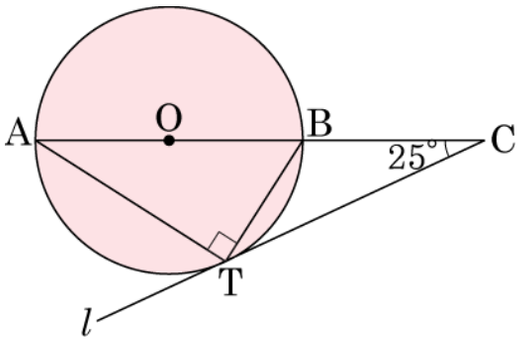
④ $\angle A + \angle D = 180^\circ$

⑤ $\angle EDC = 70^\circ$

해설

원에 내접하는 사각형은 대각의 크기의 합이 180° 이므로 $\angle B = \angle EDC = 70^\circ$ 이다.

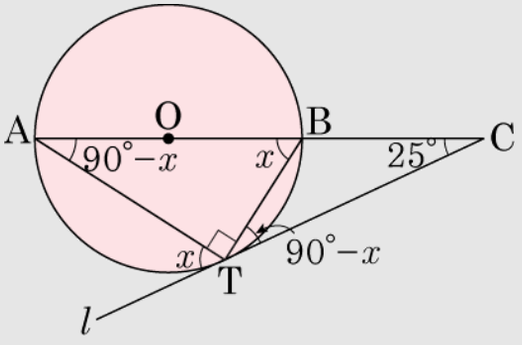
7. 다음 그림에서 원 O 의 지름 AB 의 연장선이 접선 l 과 이루는 각의 크기가 25° 일 때, $\angle ABT$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 57.5 °

해설



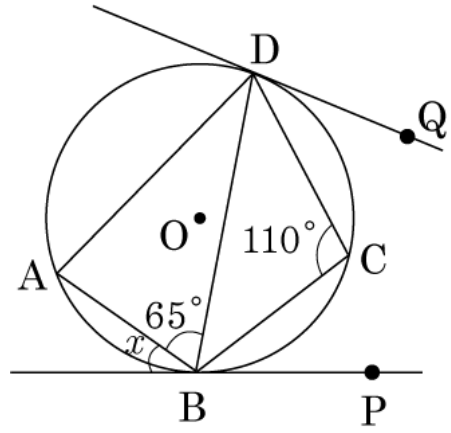
그림에서

$90° - x + 25° = x$

$2x = 115°$

$\therefore\ x = 57.5°$

8. 다음 그림에서 직선 BP, DQ 는 원 O 의 접선일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____°

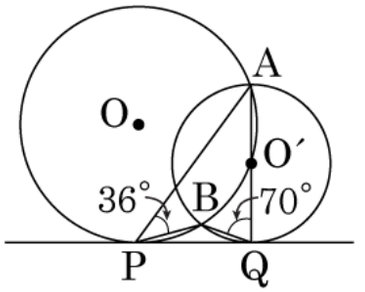
▷ 정답 : 45°

해설

$\angle DAB = 180° - 110° = 70°$

$\therefore \angle x = \angle ADB = 180° - (70° + 65°) = 45°$

9. 다음 그림과 같이 두 점 A, B 에서 만나는 두 원 O, O′ 에 공통인 접선을 긋고, 두 원과의 접점을 각각 P, Q 라고 하자. $\angle APB = 36°$, $\angle AQB = 70°$ 일 때, $\angle PAQ$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 37 °

해설

$\angle PAB = a$, $\angle QAB = b$ 라 하면

$\angle BPQ = \angle PAB = a$

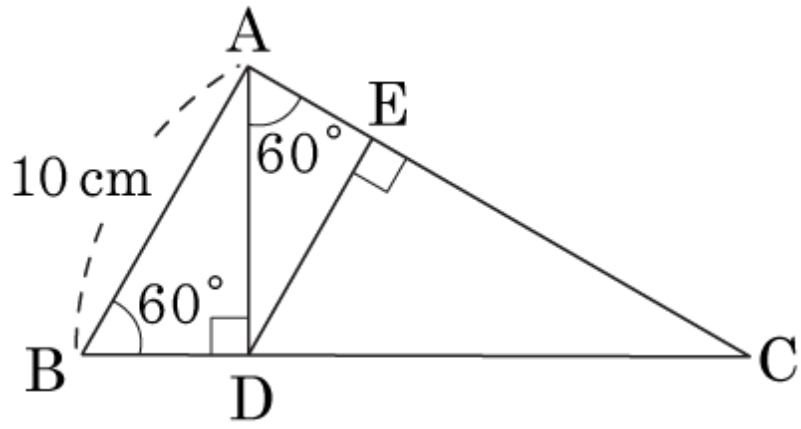
$\angle BQP = \angle QAB = b$

$\triangle APQ$ 는 내각의 합이 $180°$ 이므로

$a + b + 36° + a + b + 70° = 180°$ 이다.

따라서 $a + b = 37°$ 이므로 $\angle PAQ = 37°$ 이다.

10. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} \perp \overline{AD}$, $\overline{AC} \perp \overline{DE}$, $\angle ABD = \angle DAE = 60°$, $\overline{AB} = 10\text{cm}$ 일 때, $\overline{CE}$ 의 길이는?



① $4\sqrt{3}\,\text{cm}$ ② $5\sqrt{3}\,\text{cm}$ ③ $\frac{15\sqrt{3}}{2}\,\text{cm}$

④ $\frac{12\sqrt{3}}{5}\,\text{cm}$ ⑤ $5\,\text{cm}$

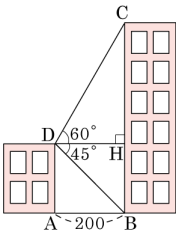
해설

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{AD} = \overline{AB} \cdot \sin 60° = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$

$\triangle ADE$ 에서 $\overline{DE} = \overline{AD} \cdot \sin 60° = 5\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{15}{2}$

$\triangle DCE$ 에서 $\overline{CE} = \frac{\overline{DE}}{\tan 30°} = \frac{15}{2} \times \sqrt{3} = \frac{15\sqrt{3}}{2}(\text{cm})$

11. 다음 그림과 같이 간격이 200m 인 두 건물이 있다. 왼쪽의 낮은 건물의 옥상에서 다음 건물을 올려다 본 각도는 60° 이고 내려다 본 각도는 45° 일 때, 다음 건물의 높이를 구하여라.



① $200\,\mathrm{m}$

② $200\left(1+\sqrt{2}\right)\mathrm{m}$

③ $200\left(1+\sqrt{3}\right)\mathrm{m}$

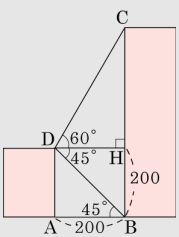
④ $200\left(1+\sqrt{5}\right)\mathrm{m}$

⑤ $200\left(1+\sqrt{6}\right)\mathrm{m}$

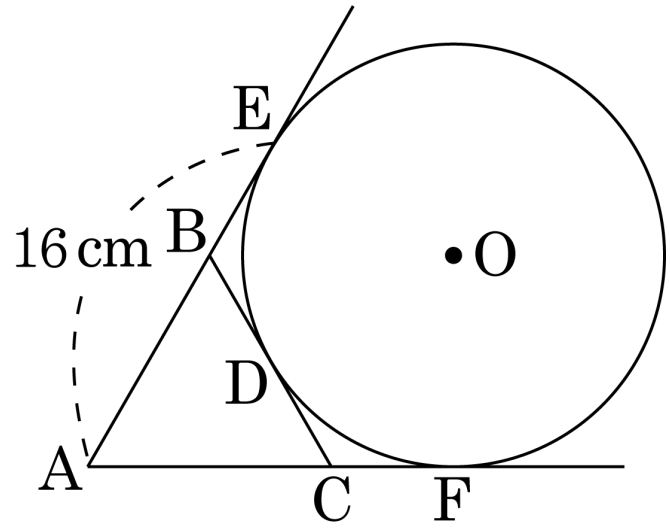
해설

$\overline{\mathrm{BH}}=200(\mathrm{m}),\ \overline{\mathrm{DH}}=200(\mathrm{m})$

$\overline{\mathrm{CH}}=\tan 60^\circ\times\overline{\mathrm{DH}}$
$=\sqrt{3}\times 200=200\sqrt{3}(\mathrm{m})$
$\therefore \overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{BH}}+\overline{\mathrm{CH}}$
$=200+200\sqrt{3}$
$=200\left(1+\sqrt{3}\right)(\mathrm{m})$



12. 다음 그림에서 점 D, E, F 는 원 O 의 접점이고 $\overline{AE} = 16\,\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



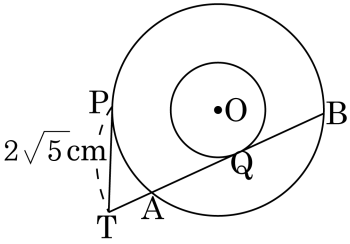
▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 32 cm

해설

$\overline{AE}, \overline{AF}$ 는 원 O 의 접선이므로 $\overline{AE} = \overline{AF}$ 이고 $\overline{BE}, \overline{BD}$ 는 원 O 의 접선이므로 $\overline{BE} = \overline{BD}$ 이다.
$\overline{CD}, \overline{CF}$ 는 원 O 의 접선이므로 $\overline{CD} = \overline{CF}$ 이다. 따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는 $2 \times 16 = 32(\text{cm})$ 이다.

13. 다음 그림과 같이 중심이 같고, 반지름의 길이가 각각 $2\,\mathrm{cm}$, $2\sqrt{5}\,\mathrm{cm}$ 인 두 원이 있다. 원 밖의 한 점 T 에서 큰 원과 작은 원에 각각 접선 $\overline{PT}$ 와 $\overline{QT}$ 를 긋고 $\overrightarrow{TQ}$ 와 큰 원이 만나는 점을 각각 A, B 라 한다. $\overline{PT} = 2\sqrt{5}\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{TA}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 2 cm

해설

$\overline{OQ} = 2\,\mathrm{cm}$, $\overline{OA} = 2\sqrt{5}\,\mathrm{cm}$, $\angle OQA = 90°$

$\therefore \overline{AQ} = \sqrt{20-4} = 4(\,\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{QB} = \overline{AQ} = 4(\,\mathrm{cm})$

$\overline{TA} = x$ 라 하면

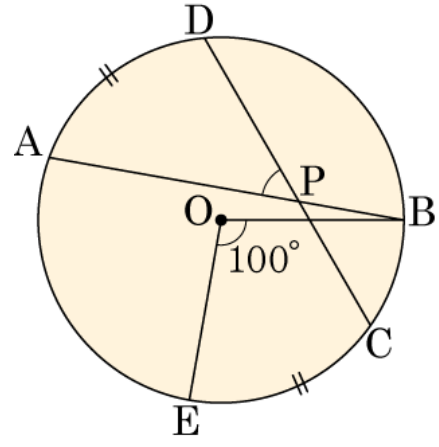
$\overline{PT}^2 = \overline{TA} \times \overline{TB}$

$(2\sqrt{5})^2 = x \times (x+8)$

$x^2 + 8x - 20 = (x+10)(x-2) = 0$

$\therefore x = 2(\,\mathrm{cm})$

14. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{AD}} = 5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{EC}}$ 이고, $\angle\text{BOE} = 100°$ 일 때, $\angle\text{DPA}$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 50°

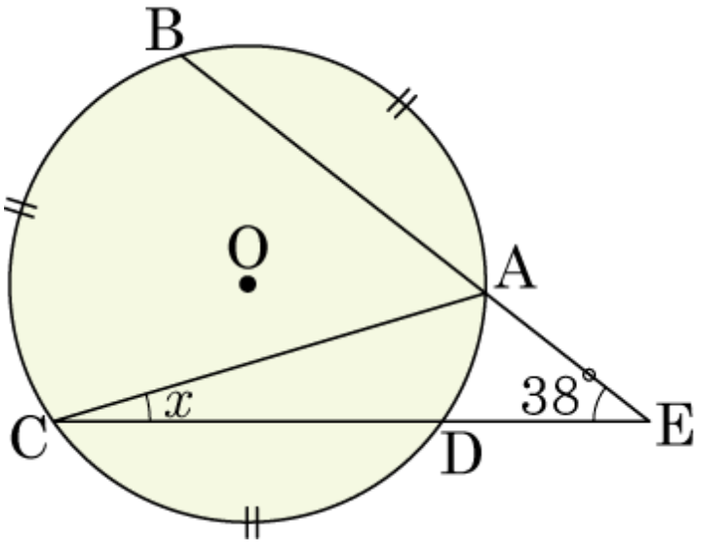
해설

$\angle\text{BAE} = \frac{1}{2} \times 100° = 50°$

$5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{AD}} = 5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{EC}}$ 이므로 $\overline{\text{AE}} // \overline{\text{DC}}$

$\angle\text{DPA} = \angle\text{BAE} = 50°$

15. 다음 그림에서 원 위에 $5.0\text{pt}\overset{\frown}{AB} = 5.0\text{pt}\overset{\frown}{BC} = 5.0\text{pt}\overset{\frown}{CD}$ 인 점 A, B, C, D 를 잡고, 직선AB 와 직선 CD 의 교점을 E 라 한다. $\angle E = 38°$ 일 때, $\angle ACD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 16.5 °

해설

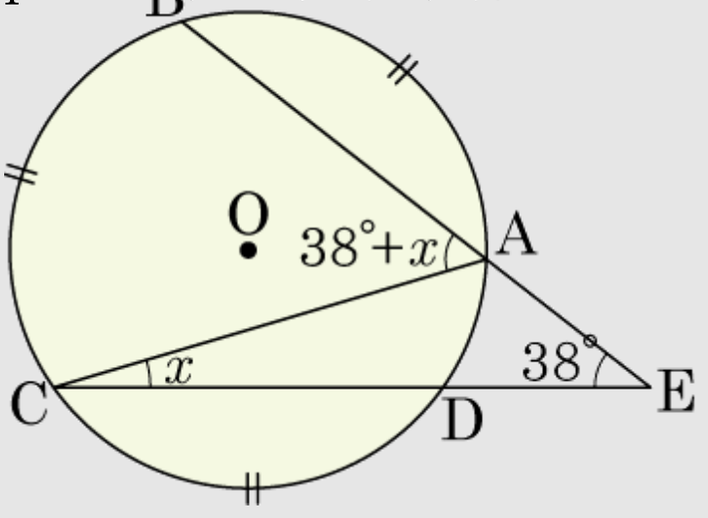
$5.0\text{pt}\overset{\frown}{AB}$, $5.0\text{pt}\overset{\frown}{BC}$, $5.0\text{pt}\overset{\frown}{CD}$, $5.0\text{pt}\overset{\frown}{AD}$의 원주각의 합은

$3(38° + x) + x = 180°$,

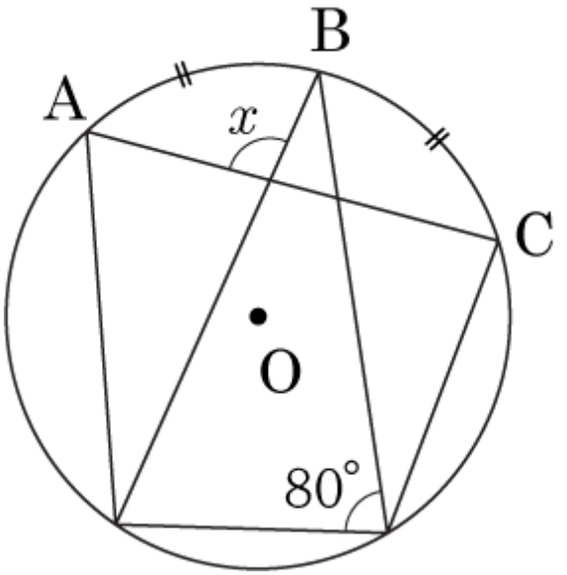
$114° + 3x + x = 180°$

$4x = 66°$

$\therefore\ x = 16.5°$



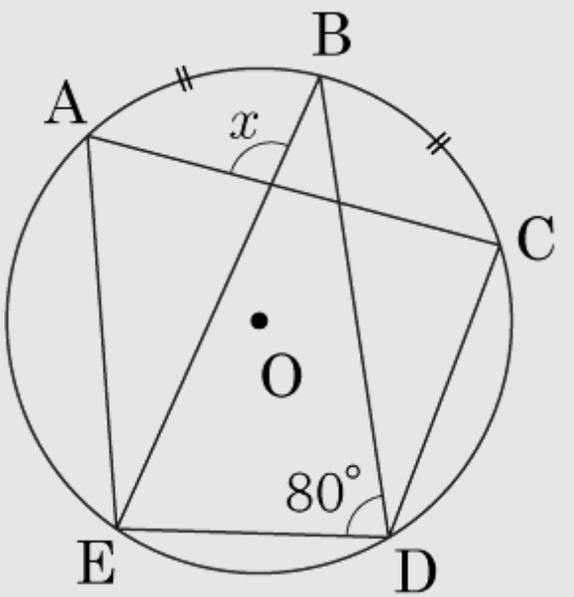
16. 다음 그림과 같이 원 O 위의 점 A, B, C 가 있다. $\angle x$ 의 크기는? (단, 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AB}} = 5.0\mathrm{pt}\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$)



① 100° ② 110° ③ 120°

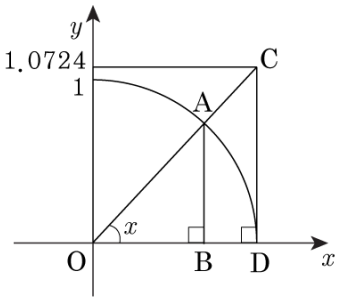
④ 130° ⑤ 140°

해설



다음 그림에서 점 D, E 를 잡으면 $\angle \mathrm{BDC} = \angle \mathrm{BEA}$ 이다.
내접사각형 AEDC 에서 $\angle \mathrm{A} + \angle \mathrm{EDC} = 180°$ 이므로 $x = \angle \mathrm{A} + \angle \mathrm{BEA} = \angle \mathrm{A} + \angle \mathrm{BDC} = 100°$ 이다.

17. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1 인 사분원에서 다음 표를 이용하여 $\overline{BD}$ 의 길이를 구하면?



〈삼각비의 표〉

x	sin x	cos x	tan x
43°	0.6820	0.7314	0.9325
44°	0.6947	0.7193	0.9657
45°	0.7071	0.7071	1.0000
46°	0.7193	0.6947	1.0355
47°	0.7314	0.6821	1.0724

① 0.2807 ② 0.3179 ③ 0.6821

④ 0.7314 ⑤ 0.9657

해설

$\tan x = \overline{CD} = 1.0724$

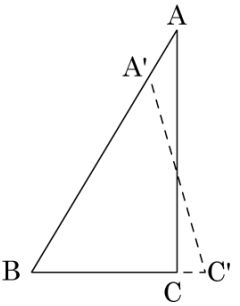
$\therefore x = 47°$

$\overline{BD} = \overline{OD} - \overline{OB}$ 이므로

$\overline{OB} = \cos x = \cos 47°$

$\therefore \overline{BD} = 1 - 0.6821 = 0.3179$

18. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 한 변의 길이는 20% 줄이고, 다른 한 변의 길이는 20% 늘여서 새로운 삼각형 $A'BC'$ 를 만들 때, $\triangle A'BC'$ 의 넓이의 변화는?



① 변함이 없다. ② 1% 줄어든다.

③ 4% 줄어든다. ④ 4% 늘어난다.

⑤ 10% 줄어든다.

해설

$\overline{AB} = x$, $\overline{BC} = y$ 라 하면

$\overline{A'B} = \frac{80}{100}x = \frac{4}{5}x$

$\overline{BC'} = \frac{120}{100}y = \frac{6}{5}y$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2}xy\sin B$ 이고,

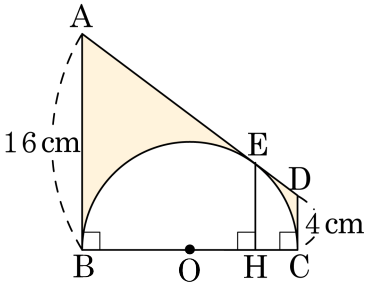
$\triangle A'BC'$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \frac{4}{5}x \times \frac{6}{5}y \times \sin B = \frac{24}{25} \times \frac{1}{2}xy\sin B$$
$$= \frac{24}{25}\triangle ABC$$

그러므로 $\triangle A'BC'$ 는

$\triangle ABC$ 의 $\frac{24}{25} \times 100 = 96\,(\%)$ 이므로 4% 줄어든다.

19. 그림과 같이 반원 O 에 세 접선을 그어 그 교점과 접점을 각각 A, B, C, D, E 라고 한다. $\overline{AB} = 16\text{cm}$, $\overline{CD} = 4\text{cm}$ 이고, 점 E 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{EH}$ 의 길이를 구하여라.

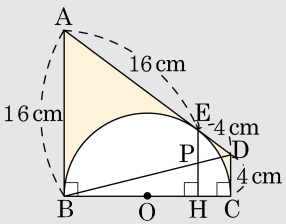


▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : $\frac{32}{5}$ cm

해설

다음 그림과 같이 점 B 와 점 D 를 연결하는 보조선을 긋고 $\overline{BD}$ 와 $\overline{EH}$ 의 교점을 P 라고 하자.



$\overline{AB} = \overline{AE}$, $\overline{DC} = \overline{DE}$

$\overline{AB} // \overline{EP} // \overline{DC}$ 이므로

$\triangle ABD \backsim \triangle EPD$, $\triangle BCD \backsim \triangle BHP$

$\triangle ABD \backsim \triangle EPD$ 에서 $\overline{DE} : \overline{DA} = \overline{EP} : \overline{AB}$,

$4 : 20 = \overline{EP} : 16$

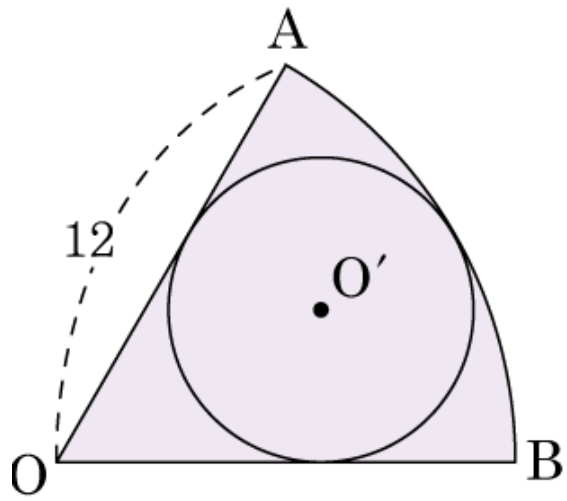
$\therefore \overline{EP} = \frac{16}{5}(\text{cm})$

또, $\triangle BCD \backsim \triangle BHP$ 에서 $\overline{BP} : \overline{BD} = \overline{PH} : \overline{CD}$ 이고, $\overline{BP} : \overline{BD} = \overline{AE} : \overline{AD}$ 이므로 $16 : 20 = \overline{PH} : 4$

$\therefore \overline{PH} = \frac{16}{5}(\text{cm})$

따라서 $\overline{EH} = \overline{EP} + \overline{PH} = \frac{32}{5}(\text{cm})$ 이다.

20. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 12 이고, 중심각의 크기가 60° 인 부채꼴 AOB 에 내접하는 원 O′ 의 반지름의 길이를 구하여라.

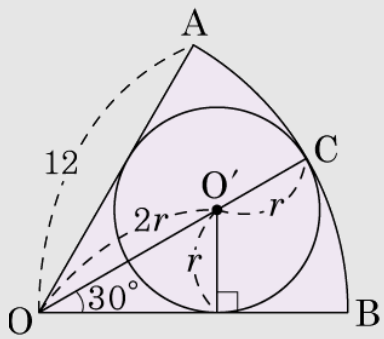


▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

원 O′ 의 중심을 지나는 선분이 호 AB 와 만나는 점을 C 라고 하면



직각삼각형의 특수각에 의해서 $\overline{OO'} = 2r$ 이므로 $\overline{OC} = 3r = 12$
따라서 원의 반지름은 4 이다.