

1. 수직선 위의 두 점 P(2), Q(x)에 대하여 $\overline{PQ} = 3$ 이고, x의 값을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하여라.

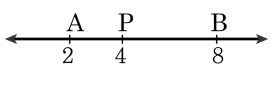
▶ 답 :

▷ 정답 : 26

해설

i) $x > 2$ 일 때, $x - 2 = 3 \therefore x = 5$
ii) $x < 2$ 일 때, $2 - x = 3 \therefore x = -1$
따라서 α, β 의 값은 -1 또는 5
 $\therefore \alpha^2 + \beta^2 = 26$

2. 다음 수직선 위의 세 점 A, B, P 에 대하여
선분 AP 와 선분 PB 의 길이의 비는?



- ① 1 : 2 ② 2 : 3 ③ 1 : 3 ④ 2 : 5 ⑤ 1 : 4

해설

선분 AP의 길이는 $4 - 2 = 2$,
선분 PB 의 길이는 $8 - 4 = 4$ 이다.
따라서 선분 AP와 선분 PB 의 길이의 비는
 $2 : 4 = 1 : 2$ 이다.

3. 두 점 A(-1, 2), B(4, 5)에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P와 y 축 위의 점Q의 좌표를 구하면?

① P(2.4, -1), Q(0, 6)

② P(3.6, 0), Q(-1, 6)

③ P(3.6, 0), Q(0, 6)

④ P(2.4, 0), Q(0, 5)

⑤ P(3.6, 0), Q(-1, 2)

해설

A(-1, 2), B(4, 5)에서 같은 거리에 있는 P(x , 0) 과 Q(0, y)
를 구해야 하므로 $\overline{AP} = \overline{BQ}$ 에서 $\sqrt{(x+1)^2+2^2} = \sqrt{(x-4)^2+5^2}$

양변을 정리하면 $10x = 36 \therefore x = 3.6 \therefore P(3.6, 0)$

$\overline{AQ} = \overline{BQ}$ 에서 $\sqrt{1^2+(y-2)^2} = \sqrt{4^2+(y-5)^2}$

양변을 정리하면 $6y = 36 \therefore y = 6 \therefore Q(0, 6)$

4. 좌표평면 위의 점 A(3, -2), B(4, 5), C(-1, 3)을 세 꼭짓점으로 하는 평행사변형 ABCD의 나머지 꼭짓점 D의 좌표를 (x, y)라 할 때 x+y의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

□ABCD는 평행사변형이므로
대각선 AC의 중점과 대각선 BD의 중점이 일치한다.
점 D의 좌표를 (x, y)라고 하면
$$\left(\frac{3+(-1)}{2}, \frac{-2+3}{2}\right) = \left(\frac{4+x}{2}, \frac{5+y}{2}\right)$$
$$\therefore x = -2, y = -4$$

따라서 점 D의 좌표는 (-2, -4)

5. A(1, 4), B(3, 3) 인 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표가 (6, 7) 일 때, 꼭짓점 C의 좌표를 구하면?

㉠ (14, 14)

㉡ (14, 5)

㉢ (4, 14)

㉣ (5, 17)

㉤ (6, 20)

해설

C의 좌표를 (x, y) 라 할 때, 무게중심 구하는 공식을 이용하면,

$$\left(\frac{1+3+x}{3}, \frac{4+3+y}{3} \right) = (6, 7)$$

$$\therefore (x, y) = (14, 14)$$

6. 세 점 A(6, 1), B(-1, 2), C(2, 3)을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 외심의 좌표를 구하면?

- ① O(1, -2) ② O(2, 2) ③ O(2, -2)
④ O(2, -1) ⑤ O(1, -1)

해설

외심의 좌표를 O(a, b)라 하면

$\overline{OA} = \overline{OB}$ 즉, $\overline{OA}^2 = \overline{OB}^2$ 이므로

$$(a-6)^2 + (b-1)^2 = (a+1)^2 + (b-2)^2$$

$$\therefore 7a - b = 16 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$\overline{OA} = \overline{OC}$, 즉 $\overline{OA}^2 = \overline{OC}^2$ 이므로

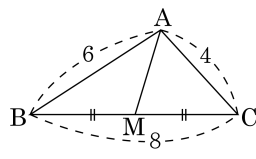
$$(a-6)^2 + (b-1)^2 = (a-2)^2 + (b-3)^2$$

$$\therefore 2a - b = 6 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡에서 $a = 2, b = -2$

$$\therefore O(2, -2)$$

7. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 8$, $\overline{AC} = 4$ 이고, $\overline{BC}$ 의 중점이 M일 때, $\overline{AM}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

중선정리에 의하여
 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2)$ 이므로

$$6^2 + 4^2 = 2(\overline{AM}^2 + 4^2)$$

$$36 + 16 = 2\overline{AM}^2 + 32$$

$$\therefore \overline{AM}^2 = 10$$

8. 세 점 $O(0,0)$, $A(3,6)$, $B(6,3)$ 와 선분 AB 위의 점 $P(a,b)$ 에 대하여 삼각형 OAP 의 넓이가 삼각형 OBP 의 넓이의 2배일 때, $a-b$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 6

해설

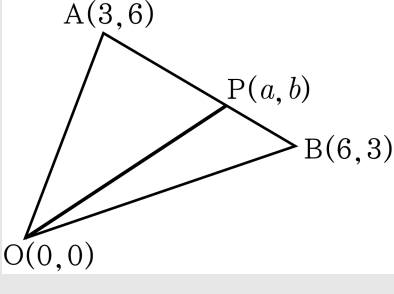
다음 그림에서 $\triangle OAB$ 와 $\triangle OAP$ 의 넓이가 같으므로 $\triangle OAP = 2\triangle OBP$ 이려면

P 는 두 점 A, B 를 $2:1$ 로 내분하여야 한다.

따라서 $P\left(\frac{12+3}{3}, \frac{6+6}{3}\right)$

즉 $P(5,4)$ 이므로 $a=5, b=4$

$\therefore a-b=1$



9. 평면 위에 세 점 A(0, a), B(2, 3), C(1, 0) 에 대하여 $\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이 되도록 하는 모든 a 의 값의 합은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$$\overline{AB}^2 = (0 - 2)^2 + (a - 3)^2 = a^2 - 6a + 13$$

$$\overline{BC}^2 = (2 - 1)^2 + (3 - 0)^2 = 10$$

$$\overline{AC}^2 = (0 - 1)^2 + (a - 0)^2 = a^2 + 1$$

1) $\overline{AB} = \overline{BC}$ 일 때, $\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2$ 에서

$$a^2 - 6a + 13 = 10 \text{ 즉 } a^2 - 6a + 3 = 0$$

$$\therefore a = 3 \pm \sqrt{6}$$

2) $\overline{AC} = \overline{BC}$ 일 때, $\overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$ 에서

$$a^2 + 1 = 10 \text{ 즉 } a^2 = 9$$

$$\therefore a = \pm 3$$

3) $\overline{AC} = \overline{AB}$ 일 때, $\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2$ 에서

$$a^2 + 1 = a^2 - 6a + 13 \text{ 즉 } 6a = 12$$

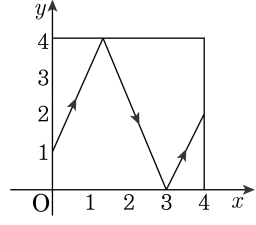
$$\therefore a = 2$$

$a = -3$ 이면 세 점 A, B, C는 일직선 상에 있으므로 구하는 a

의 값의 합은

$$(3 + \sqrt{6}) + (3 - \sqrt{6}) + 3 + 2 = 11$$

10. $(0, 0)$, $(0, 4)$, $(4, 4)$ 와 $(4, 0)$ 을 꼭짓점으로 하는 정사각형을 생각하자. $(0, 1)$ 에서 출발하여 윗변과 밑변으로 반사시켜 $(4, 2)$ 에 도달하는 꺾인 직선을 그리려면 윗변의 어느 점을 지나야 하는가? (단, 입사각과 반사각은 같다)



- ① $(1, 4)$ ② $\left(\frac{10}{7}, 4\right)$ ③ $\left(\frac{5}{3}, 4\right)$
 ④ $\left(\frac{4}{3}, 4\right)$ ⑤ $\left(\frac{3}{2}, 4\right)$

해설

대칭성을 이용하여 $(0, 1)$ 과 $(4, 10)$ 을 연결하는 직선과 $y = 4$

와의 교점을 계산하면 된다.
$$\begin{cases} y = \frac{9}{4}x + 1 \\ y = 4 \end{cases} \quad \therefore x = \frac{4}{3}$$

따라서, $\left(\frac{4}{3}, 4\right)$ 를 지난다.