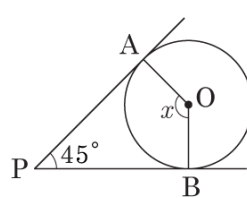


1. 다음 그림과 같이 원 밖의 한 점 P에서 원에 접선을 그어 그 접점을 A, B라 할 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: ○ —

▶ 정답 : 135°

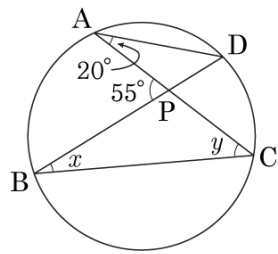
해설

$$\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$$

$$\angle x = 360^\circ - 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

$$\therefore \angle x = 135^\circ$$

2. 다음 그림에서 x , y 의 값을 각각 구하면?



- ① $x = 20^\circ$, $y = 20^\circ$ ② $x = 20^\circ$, $y = 30^\circ$
③ $x = 20^\circ$, $y = 35^\circ$ ④ $x = 25^\circ$, $y = 35^\circ$
⑤ $x = 25^\circ$, $y = 55^\circ$

해설

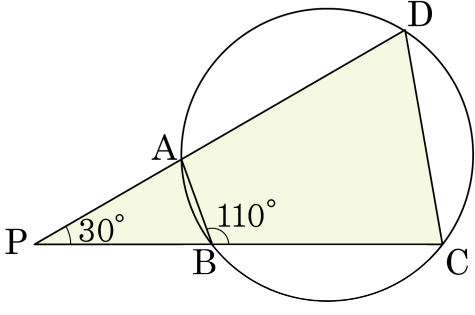
$$\angle x = \angle CAD = 20^\circ$$

$$\angle y = \angle ADB$$

$$\triangle ADP \text{ 에서 } 20^\circ + \angle ADB = 55^\circ$$

$$\therefore \angle ADB = \angle y = 35^\circ$$

3. 다음 그림과 같이 $\angle P = 30^\circ$ 이고 $\angle ABC = 110^\circ$ 인 내접사각형 ABCD에 대하여 $\angle BCD$ 의 크기는?

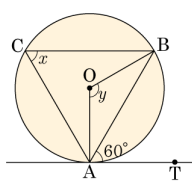


- ① 80° ② 90° ③ 100° ④ 110° ⑤ 120°

해설

□ABCD 가 원에 내접하므로
 $\angle ADC = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$
따라서 $\triangle PDC$ 에서 $\angle BCD = 180^\circ - (30^\circ + 70^\circ) = 80^\circ$ 이다.

4. 다음 그림에서 $\angle x$, $\angle y$ 의 크기를 각각 구하여라.



▶ 답: 1

▶ 답: ○ —

▷ 정답 : $\angle x = 60^\circ$

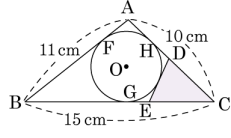
▷ 정답 : $\angle y = 120^\circ$

해설

$$\angle x = 60^\circ$$

$$\angle y = 2\angle x = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$$

5. 다음 그림과 같이 원 O는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고 $\overline{DE}$ 는 원 O에 접한다. $\overline{AB} = 11\text{cm}$, $\overline{BC} = 15\text{cm}$, $\overline{CA} = 10\text{cm}$ 일 때, $\triangle DEC$ 의 둘레의 길이는?

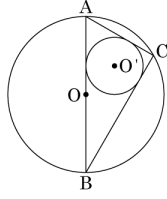


- ① 11cm ② 12cm ③ 13cm ④ 14cm ⑤ 15cm

해설

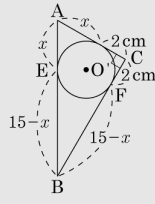
$$\begin{aligned} (\triangle CDE \text{의 둘레}) &= \overline{CG} + \overline{CH} = 2\overline{CG} \\ \overline{CG} &= x \text{ 라 하면} \\ \overline{BF} &= \overline{BG} = 15 - x, \overline{AF} = \overline{AH} = 10 - x \\ \overline{AB} &= 15 - x + 10 - x = 11 \quad \therefore x = 7 \\ \therefore (\triangle CDE \text{의 둘레}) &= 2\overline{CG} = 2 \times 7 = 14 \end{aligned}$$

6. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 외접원의 지름의 길이는 15cm 이고 내접원의 지름의 길이는 4cm 이다. $\overline{AB}$ 가 외접원의 지름일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면? (단, $\angle C$ 는 직각이다.)



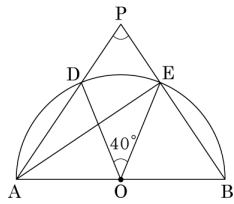
- ① 31cm^2 ② 32cm^2 ③ 33cm^2
 ④ 34cm^2 ⑤ 35cm^2

해설



$$\begin{aligned}\triangle ABC &= \frac{1}{2} \times 2 \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}) \\ &= \frac{1}{2} \times 2 \times (15 \times 2 + 2 \times 2) \\ &= \frac{1}{2} \times 2 \times 34 \\ &= 34(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

7. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이고, 점 P 는 $\overline{AD}$ 와 $\overline{BE}$ 의 연장선의 교점이다. $\angle APE$ 의 크기는?



- ① 50° ② 60° ③ 70° ④ 80° ⑤ 90°

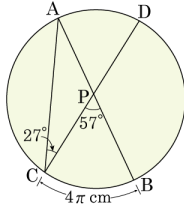
해설

$$\angle DAE = \frac{1}{2} \angle DOE = \frac{1}{2} \times 40^\circ = 20^\circ$$

$\angle AEB = 90^\circ$ 이므로 $\angle AEP = 90^\circ$ 이다.

따라서 $\angle APE = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$ 이다.

8. 다음 그림에서 점 P는 두 현 AB, CD의 교점이고 호 BC의 길이는 $4\pi\text{cm}$ 이다. $\angle ACD = 27^\circ$, $\angle BPC = 57^\circ$ 일 때, 이 원의 반지름의 길이를 구하면?



- ① 8cm ② 12cm ③ 16cm ④ 20cm ⑤ 24cm

해설

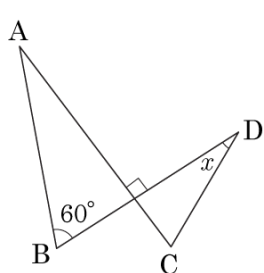
$\triangle ACP$ 에서 $\angle PAC = 30^\circ$

호 $\widehat{BC}$ 의 중심각은 60°

호 BC의 길이는 $4\pi = 2\pi r \times \frac{60^\circ}{360^\circ}$

$\therefore r = 12(\text{cm})$

9. 다음 그림에서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있을 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

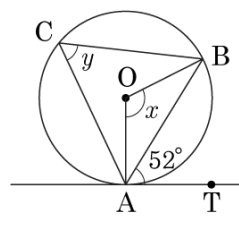
▷ 정답 : 30

해설

$\angle BAC = \angle BDC = 30^\circ$ 이므로

$\therefore x = 30$

10. 다음 그림에서 점 A 가 원 O 의 접점이고 $\angle BAT = 52^\circ$ 이다. $\angle x - \angle y = (\quad)^\circ$ 에서 $(\quad)$ 에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 52

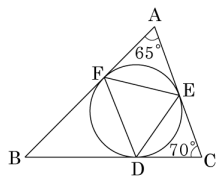
해설

$$\angle y = 52^\circ$$

$$\angle x = 2 \times \angle y = 2 \times 52^\circ = 104^\circ$$

$$\therefore x - y = 104^\circ - 52^\circ = 52^\circ$$

11. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 내접원이 $\triangle DEF$ 의 외접원이다.
 $\angle A = 65^\circ$, $\angle C = 70^\circ$ 일 때, $\angle DEF$ 의 크기는?



- ① 65° ② 65.5° ③ 66° ④ 67.5° ⑤ 68.5°

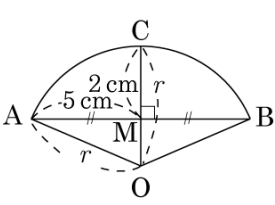
해설

$$\angle FBD = 180^\circ - (65^\circ + 70^\circ) = 45^\circ$$

$\overline{BF} = \overline{BD}$ 이므로

$$\therefore \angle DEF = \angle BDF = (180^\circ - 45^\circ) \div 2 = 67.5^\circ$$

12. 다음 그림은 원의 일부이다. $\overline{AM} = \overline{BM} = 5\text{ cm}$, $\overline{CM} = 2\text{ cm}$, $\overline{AB} \perp \overline{CM}$ 일 때, 원의 반지름의 길이는?

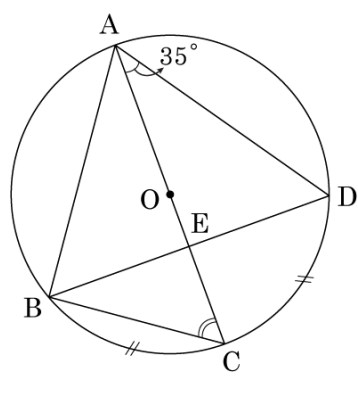


- ① $\frac{13}{4}\text{ cm}$
 ② $\frac{19}{4}\text{ cm}$
- ③ $\frac{23}{4}\text{ cm}$
 ④ $\frac{25}{4}\text{ cm}$
- ⑤ $\frac{29}{4}\text{ cm}$

해설

직각삼각형 AOM 에서
 $r^2 = (r - 2)^2 + 5^2$, $r = \frac{29}{4}\text{ cm}$ 이다.

13. 다음 그림에서 $\overline{AC}$ 는 지름이고,
 $5.0\text{pt}\widehat{BC} = 5.0\text{pt}\widehat{CD}$, $\angle CAD = 35^\circ$ 일 때, $\angle ACB$ 의 크기는?

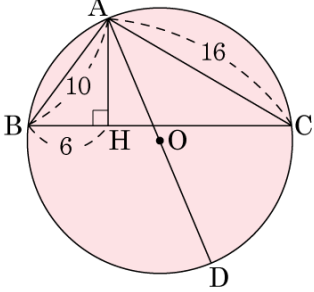


- ① 35° ② 40° ③ 45° ④ 50° ⑤ 55°

해설

- i) $5.0\text{pt}\widehat{BC} = 5.0\text{pt}\widehat{CD}$ 이므로 $\angle BAC = 35^\circ$
 ii) $\angle ABC$ 는 반원에 대한 원주각이므로
 $\angle ABC = 90^\circ$
 $\therefore \angle ACB = 180^\circ - (90^\circ + 35^\circ) = 55^\circ$

14. 다음 그림에서 $\overline{AD}$ 는 원 O의 지름이고 $AH \perp BC$ 이다. $AB = 10$, $BH = 6$, $\overline{AC} = 16$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$\triangle ABH$ 에서 피타고라스 정리에 의해

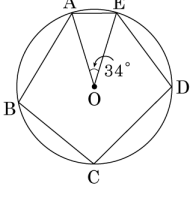
$\overline{AH} = 8$ 이다.

또한, $\overline{CD}$ 를 연결하면 원주각 $\angle H = \angle C = 90^\circ$, $\angle ABH = \angle ADC$ (5.0ptA $\widehat{C}$ 의 원주각)으로 같으므로

$\triangle ABH \sim \triangle ADC$

따라서 $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AH} : \overline{AC} \Rightarrow 10 : \overline{AD} = 8 : 16$ 이므로 $\overline{AD} = 20$ 이다.

15. 다음 그림의 원 O 에 내접하는 오각형 ABCDE 에서 $\angle AOE = 34^\circ$ 일 때, $\angle ABC + \angle CDE$ 의 크기는?



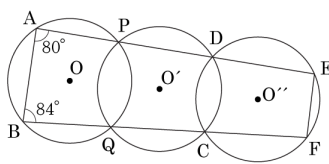
- ① 191° ② 193° ③ 195° ④ 197° ⑤ 199°

해설

A 와 D 를 이으면
 $\angle ADE = 17^\circ$
 $\square ABCD$ 가 원에 내접하므로
 $\angle ABC + \angle CDA = 180^\circ$
 $\therefore \angle ABC + \angle CDE = 180^\circ + 17^\circ = 197^\circ$

16. 다음 그림에서 두 점 P, Q 는 두 원 O, O' 의 교점이고, 점 D, C 는 두 원 O', O'' 의 교점이다.

$\angle BAP = 80^\circ$, $\angle ABQ = 84^\circ$ 일 때, $\angle DEF$ 의 크기는?

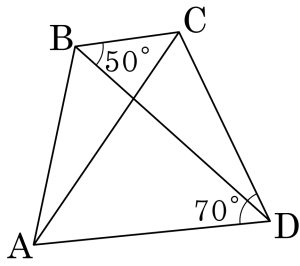


- ① 83° ② 92° ③ 96° ④ 100° ⑤ 102°

해설

내접하는 사각형의 성질에 의해
 $\angle ABQ = \angle QPD = \angle DCF = 84^\circ$
 대각의 합 $\angle DCF + \angle DEF = 180^\circ$ 이다.
 $\therefore \angle DBF = 180^\circ - 84^\circ = 96^\circ$

17. 다음 그림에서 이 사각형이 원에 내접할 때, $\angle ACD$ 의 크기를 바르게 구한 것은?

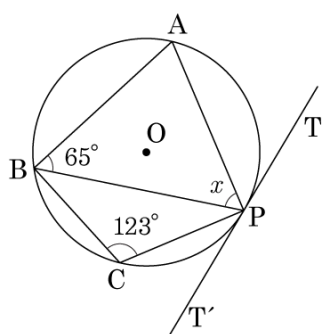


- ① 64° ② 63° ③ 62° ④ 61° ⑤ 60°

해설

□ABCD 가 원에 내접하므로
 $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$, $\angle ABD = 60^\circ$
 $\angle ABD = \angle ACD = 60^\circ$

18. 다음 그림과 같이 $\square ABCP$ 가 원 O 에 내접한다. $\overleftrightarrow{TT'}$ 이 원 O 의 접선일 때, $\angle APB$ 의 크기를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



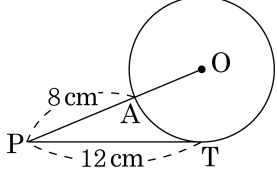
▶ 답 : $\underline{\hspace{1cm}}$ $^\circ$

▶ 정답 : $58 \underline{\hspace{1cm}}$ $^\circ$

해설

$$\begin{aligned}\angle BPT &= 123^\circ \\ \angle APT &= 65^\circ \\ \angle x &= 123^\circ - 65^\circ = 58^\circ\end{aligned}$$

19. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원 O의 접선이고 점 T는 접점이다. $PA = 8\text{ cm}$, $PT = 12\text{ cm}$ 일 때, 이 원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 5cm

해설

반지름의 길이를 $x\text{ cm}$ 라고 하면

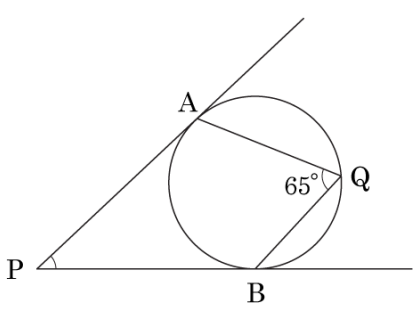
$$12^2 = 8(8 + 2x)$$

$$144 = 64 + 16x$$

$$16x = 80$$

$$\therefore x = 5(\text{cm})$$

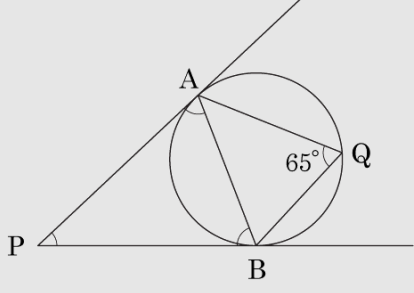
20. 다음 그림에서 두 직선 PA, PB 는 원의 접선이고 $\angle AQB = 65^\circ$ 일 때, $\angle APB$ 의 크기는?



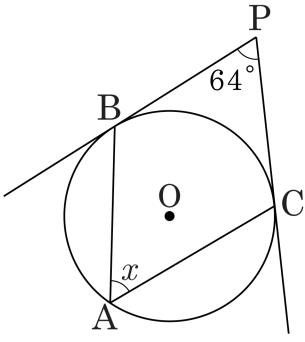
- ① 30° ② 40° ③ 50° ④ 60° ⑤ 70°

해설

점 A 와 점 B 를 연결하면 접선과 현이 이루는 각의 크기는 그 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같으므로 $\angle ABP = \angle AQB = 65^\circ$ 이고 $\triangle PAB$ 는 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 인 이등변삼각형이므로 $\angle APB = 180^\circ - 65^\circ - 65^\circ = 50^\circ$



21. 다음과 같이 원 O의 접선 $\overrightarrow{PB}$, $\overrightarrow{PC}$ 가 있을 때, $\angle x$ 의 크기로 알맞은 것은?

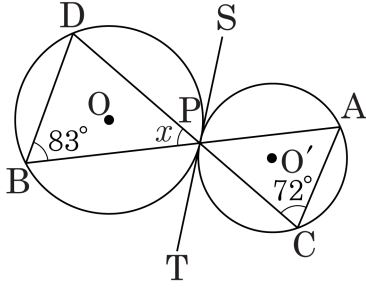


- ① 55°
- ② 56°
- ③ 57°
- ④ 58°
- ⑤ 59°

해설

$$\angle x = 116^\circ \times \frac{1}{2} = 58^\circ$$

22. 직선 ST가 두 원 O와 O'의 접선이고 접점 P를 지나는 두 직선이 원과 점 A, B, C, D에서 만날 때, $\angle x$ 의 크기로 옳은 것은?

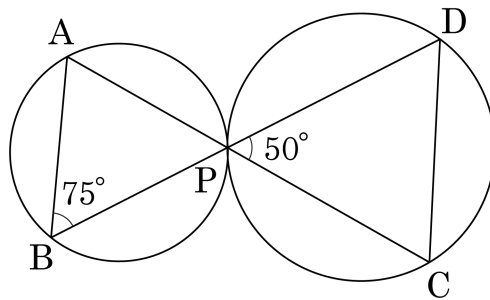


- ① 25° ② 26° ③ 27° ④ 28° ⑤ 29°

해설

$$\begin{aligned} \angle APS &= \angle ACP = 72^\circ \\ \angle SPD &= \angle DBP = 83^\circ \\ \therefore \angle x &= 180^\circ - (72^\circ + 83^\circ) = 25^\circ \end{aligned}$$

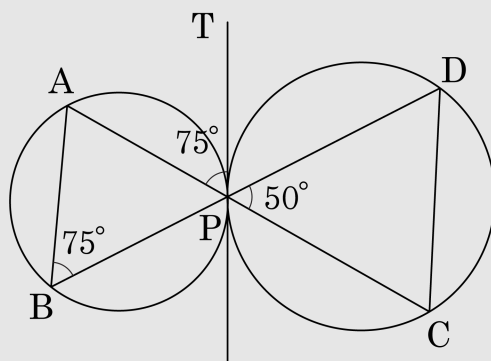
- 23.** 다음 그림과 같이 외접하는 두 원의 접점을 지나는 두 선분이 원과 만나는 점을 각각 A, B, C, D 라고 할 때, $\angle ACD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: 1

▶ 정답 : 55°

해설



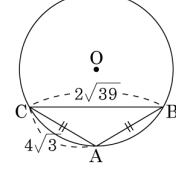
점 P 를 지나고 두 원에 공통인 접선 TP 를 그리면

$$\angle ABP = \angle APT = 75^\circ$$

$$\angle DPT = 180^\circ - (75^\circ + 50^\circ) = 55^\circ$$

$$\angle DPT = \angle ACD = 55^\circ$$

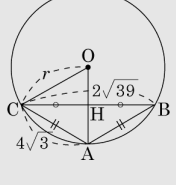
24. 다음 그림과 같은 $\overline{AB} = \overline{AC} = 4\sqrt{3}$, $\overline{BC} = 2\sqrt{39}$ 인 이등변삼각형 ABC 의 외접원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

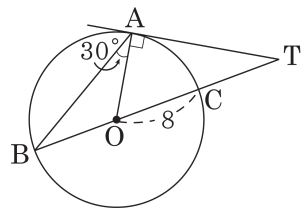
▷ 정답 : 8

해설



$\overline{OA}, \overline{OC}$ 를 그리 $\overline{OC}$ 의 길이를 r 이라 하고 $\overline{OA}$ 와 $\overline{CB}$ 의 교점을 H 라 하면 $\overline{OA}$ 는 $\overline{BC}$ 를 수직이등분하므로 $\overline{HC} = \sqrt{39}$
 $\triangle HCA$ 에서 $\overline{HA} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 - (\sqrt{39})^2} = 3$
 $\triangle OCH$ 에서 $\overline{OC}^2 = \overline{HC}^2 + \overline{OH}^2$
 $r^2 = (\sqrt{39})^2 + (r-3)^2 = 39 + r^2 - 6r + 9$
 $6r = 48$
 $\therefore r = 8$

25. 그림에서 $\overline{AT}$ 는 반지름의 길이가 8 인 원 O 의 접선이고 점 A 는 접점이다. $\angle BAO = 30^\circ$ 일 때, $\overline{CT}$ 의 길이를 구하면?

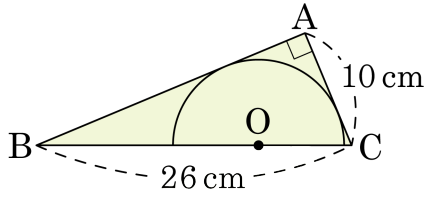


- ① 6 ② 8 ③ 10
④ 12 ⑤ 13

해설

$\angle AOC = 60^\circ$, $\angle ATC = 30^\circ$, $\overline{OA} = 8$
 $1 : 2 = 8 : \overline{OT} \quad \therefore \overline{OT} = 16$
 $\therefore \overline{CT} = 16 - 8 = 8$

26. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{BC} = 26\text{cm}$, $\overline{CA} = 10\text{cm}$ 이다. 이 삼각형에서 빗변 BC 위에 지름이 있는 반원 O 의 반지름의 길이를 구하여라.(단, AB , CA 는 반원 O 의 접선이다.)



▶ 답 : cm

▶ 정답 : $\frac{120}{17}$ cm

해설

반원 O의 반지름의 길이를 $r\text{cm}$ 이라 하면

$$\overline{AB} = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24(\text{cm}) \text{이므로}$$

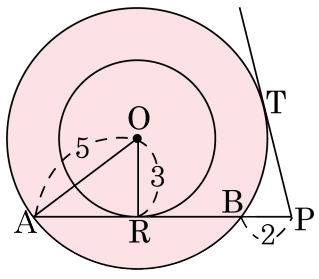
$$\triangle ABC \text{의 넓이} = 10 \times 24 \times \frac{1}{2} = 120(\text{cm}^2)$$

$$\begin{aligned} \triangle AOB + \triangle AOC &= 24 \times r \times \frac{1}{2} + 10 \times r \times \frac{1}{2} \\ &= 10 \times 24 \times \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$17r = 120$$

$$\therefore r = \frac{120}{17}(\text{cm})$$

27. 다음 그림과 같이 중심이 점 O이고 반지름의 길이가 각각 3, 5인 두 동심원이 있다. 큰 원 밖의 한 점 P에서 큰 원과 작은 원에 접선 PT, PR을 그었을 때, $\overline{PT}$ 의 길이는?

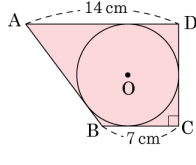


- ① $\sqrt{5}$ ② 3 ③ 4 ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ 5

해설

$\angle ARO = 90^\circ$ 이므로
 $\overline{AR} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$, $\overline{AB} = 2 \times \overline{AR} = 8$
 $\overline{PT}^2 = 2 \times (2 + 8) = 20 \therefore \overline{PT} = 2\sqrt{5}$

28. 다음 그림에서 □ABCD 에 내접하는 원 O 의 둘레의 길이를 구하여라.

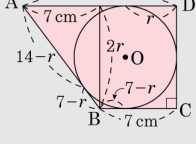


▶ 답 : cm

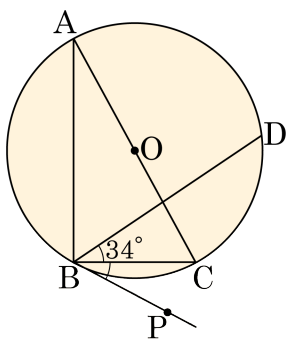
▷ 정답 : $\frac{28}{3}\pi$ cm

해설

반지름을 r cm라 하면
 $(14 - r + 7 - r)^2 = 7^2 + (2r)^2$
 $(21 - 2r)^2 = 49 + 4r^2$
 $441 - 84r + 4r^2 = 49 + 4r^2$
 $392 = 84r$
 $\therefore r = \frac{392}{84} = \frac{14}{3}$ (cm)
(원의 둘레) $= 2\pi \times \frac{14}{3} = \frac{28}{3}\pi$ (cm)



30. 다음 그림에서 $\overline{AC}$ 는 원 O 의 지름이고 $\overrightarrow{BP}$ 는 원 O 의 접선이다.
 $\overline{BD} = \overline{AB}$ 이고, $\angle DBC = 34^\circ$ 일 때, $\angle CBP$ 의 크기를 구하여라.

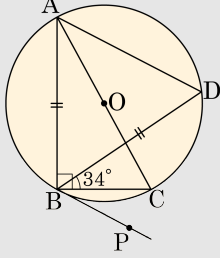


▶ 답 :

°

▶ 정답 : 28 °

해설

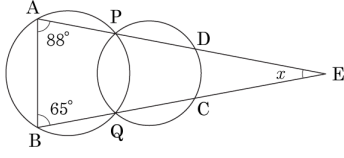


$$\angle ABD = 90^\circ - 34^\circ = 56^\circ$$

$$\angle BAD = \angle BDA = \frac{1}{2}(180^\circ - 56^\circ) = 62^\circ$$

$$\angle CBP = \angle DBP - 34^\circ = \angle BAD - 34^\circ = 28^\circ$$

31. 다음 그림에서 두 원은 두 점 P, Q 에서 만나고, $\angle PAB = 88^\circ$, $\angle QBA = 65^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

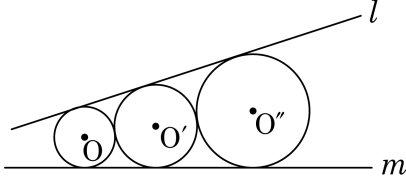


- ① 17° ② 20° ③ 27° ④ 30° ⑤ 37°

해설

보조선 CD, PQ 를 연결하면 내접하는 사각형의 성질에 의해
 $\angle ABQ = \angle QPD = \angle DCE = 65^\circ$
 $\angle BAP = \angle PQC = \angle CDE = 88^\circ$
따라서 $\angle x = 180^\circ - 65^\circ - 88^\circ = 27^\circ$ 이다.

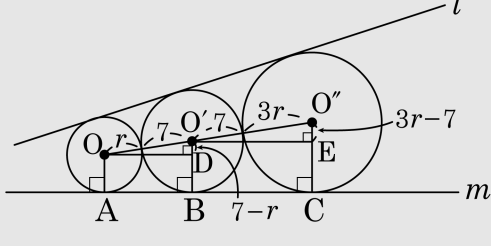
32. 다음 그림과 같이 세 개의 원이 서로 외접하고 두 직선 l, m 은 공통외접선이다. 두 원 O, O'' 의 반지름의 길이의 비가 $1:3$ 이고 원 O' 의 반지름의 길이가 7 일 때, 원 O 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{49}{3}\pi$

해설



다음 그림에서 원 O 의 반지름의 길이를 r 이라 하면 원 O'' 의 반지름의 길이는 $3r$ 이다.

$$\overline{OO'} = 7 + r, \overline{O'D} = 7 - r$$

$$\overline{O'O''} = 7 + 3r, \overline{O''E} = 3r - 7$$

이때 $\triangle ODO' \sim \triangle O'E O''$ (AA닮음) 이므로

$$\overline{OO'} : \overline{O'D} = \overline{O'O''} : \overline{O''E}$$

$$(7 + r) : (7 - r) = (7 + 3r) : (3r - 7)$$

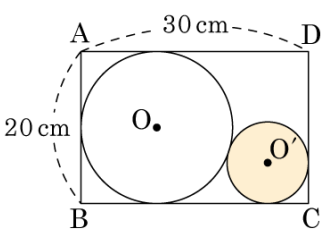
$$(7 - r) \times (7 + 3r) = (7 + r) \times (3r - 7),$$

$$6r^2 = 98, r^2 = \frac{98}{6} = \frac{49}{3}$$

$$\therefore r = \frac{7}{3}\sqrt{3} (\because r > 0)$$

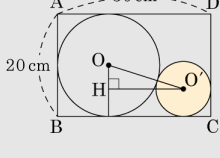
따라서 원 O 의 넓이는 $\left(\frac{7}{3}\sqrt{3}\right)^2 \times \pi = \frac{49}{3}\pi$ 이다.

33. 다음 그림에서 원 O는 직사각형 ABCD에 내접하는 큰 원이고 원 O'은 그 나머지 부분에 내접하는 작은 원이다. 원 O'의 넓이는?



- ① $400(10 - 17\sqrt{3})\text{cm}^2$ ② $400(7 - 4\sqrt{3})\text{cm}^2$
 ③ $420(10 - 19\sqrt{3})\text{cm}^2$ ④ $400(100 - 20\sqrt{3})\text{cm}^2$
 ⑤ $410(10 - 21\sqrt{3})\text{cm}^2$

해설



그림과 같이 보조선을 그려 $\triangle O'O'H$ 에서
 $\overline{OO'} = 10 + x$
 $\overline{OH} = 10 - x$
 $\overline{O'H} = 20 - x$
 $\overline{OO'}^2 = \overline{OH}^2 + \overline{O'H}^2$ 에서
 $(10 + x)^2 = (10 - x)^2 + (20 - x)^2$
 $x^2 - 80x + 400 = 0$
 $x = 40 \pm 20\sqrt{3}$
 x 는 30보다 작으므로 $x = (40 - 20\sqrt{3})\text{cm}$ 이다.
 $\therefore (\text{원 } O' \text{의 넓이}) = \pi(40 - 20\sqrt{3})^2 = 400(7 - 4\sqrt{3})(\text{cm}^2)$