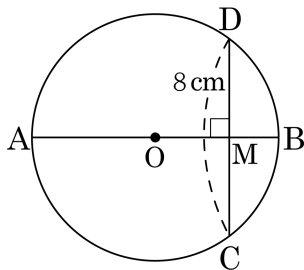


1. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 5cm 인 원 O 에서 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$, $\overline{CD} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{BM}$ 의 길이는?



① 1cm

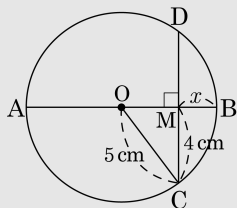
② 2cm

③ 3cm

④ 4cm

⑤ 5cm

해설



$\overline{BM} = x$ 라 하면

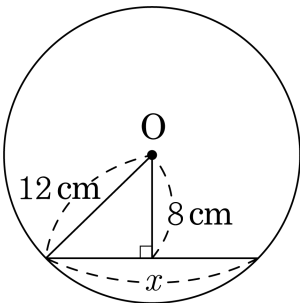
$\triangle OCM$ 에서 $\overline{OC}^2 = \overline{OM}^2 + \overline{CM}^2$ 이므로

$$5^2 = \overline{OM}^2 + 4^2$$

$$\overline{OM} = 3$$

$$\therefore x = 2$$

2. 다음 그림의 원 O 에서 x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

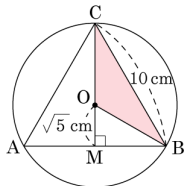
▷ 정답 : $8\sqrt{5}$ cm

해설

$$\frac{1}{2}x = \sqrt{12^2 - 8^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

$$\therefore x = 2 \times 4\sqrt{5} = 8\sqrt{5} \text{ (cm)}$$

3. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{OM} = \sqrt{5}\text{cm}$ 일 때, $\triangle COB$ 의 넓이는?



- ① $\frac{15\sqrt{3}}{2}\text{cm}^2$ ② $\frac{5\sqrt{30}}{4}\text{cm}^2$ ③ $5\sqrt{30}\text{cm}^2$
 ④ $\frac{5\sqrt{30}}{2}\text{cm}^2$ ⑤ $\frac{\sqrt{30}}{2}\text{cm}^2$

해설

$\overline{AB} = \overline{BC} = 10\text{cm}$, 점 O 에서 현 AB 에 내린 수선은 그 현을 이등분하므로 $\overline{MB} = 5\text{cm}$

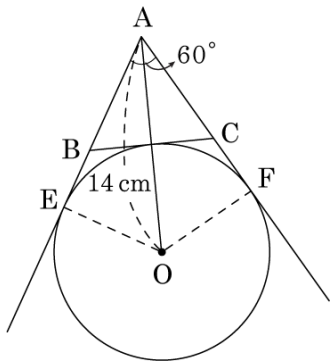
$$\triangle OMB \text{ 에서 } \overline{OB} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + 5^2} = \sqrt{30}(\text{cm})$$

$$\triangle COB = \triangle CMB - \triangle OMB$$

$$= \frac{1}{2} \times 5 \times (\sqrt{5} + \sqrt{30}) - \frac{1}{2} \times 5 \times \sqrt{5}$$

$$= \frac{5\sqrt{30}}{2} (\text{cm}^2)$$

4. 점 E, 점 F가 원 O와 $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{AF}$ 의 접점이고, 선분 BC가 원 O와 내접할 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는?



① $10\sqrt{3}\text{cm}$

② $12\sqrt{3}\text{cm}$

③ $14\sqrt{3}\text{cm}$

④ $16\sqrt{3}\text{cm}$

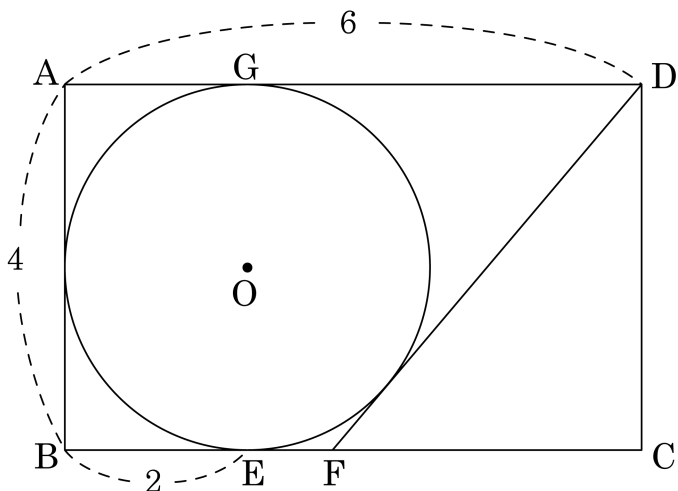
⑤ $17\sqrt{3}\text{cm}$

해설

$$\overline{AE} = \overline{AF} = 7\sqrt{3}\text{cm}, \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CF} \text{ 이므로}$$

$$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = \overline{AE} + \overline{AF} = 14\sqrt{3}(\text{cm})$$

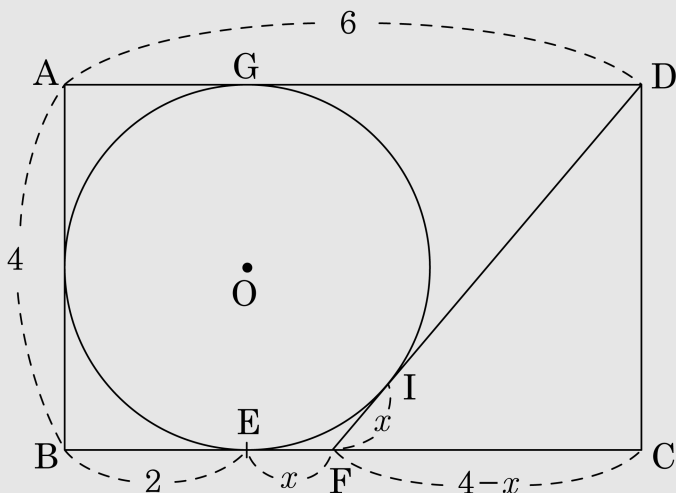
5. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변에 접하는 원 O 가 있다. DF 가 원 O 의 접선일 때, EF 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설



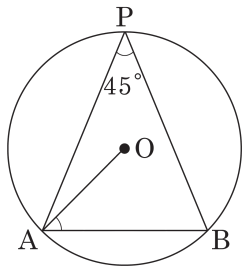
$$\overline{BE} = 2 \text{ 이므로 } \overline{AG} = 2, \overline{DI} = 4$$

$$\overline{FI} = \overline{EF} = x \text{ 로 놓으면 } \overline{CF} = 4 - x$$

$$\therefore (4 + x)^2 = 4^2 + (4 - x)^2, 16x = 16, x = 1$$

$$\text{따라서 } \overline{EF} = 1$$

6. 다음 그림에서 $\angle APB = 45^\circ$ 일 때, $\angle OAB$ 의 크기는?



① 35°

② 40°

③ 45°

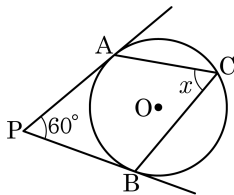
④ 50°

⑤ 55°

해설

점 O 와 B 에 보조선을 그으면
 $\angle AOB = 45 \times 2 = 90^\circ$,
 $\triangle AOB$ 는 이등변삼각형이므로
 $\angle OAB = 45^\circ$ 이다.

7. 다음 그림에서 $\overrightarrow{PA}, \overrightarrow{PB}$ 는 원 O의 접선이다.
 $\angle APB = 60^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

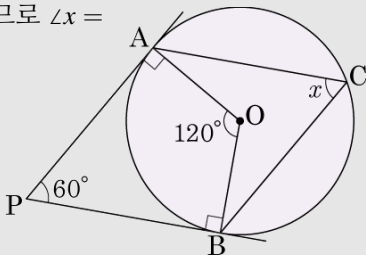


▶ 답: °

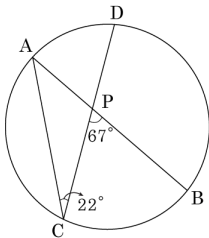
▶ 정답: 60 °

해설

5.0pt $\widehat{AB}$ 의 중심각이 120° 이므로 $\angle x =$
 $\frac{1}{2} \times 120^\circ = 60^\circ$



8. 다음 그림에서 점 P는 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 의 교점이고, $5.0\text{pt}\widehat{BC} = 2\text{cm}$ 일 때, $\angle ACD = 22^\circ$, $\angle BPC = 67^\circ$ 이다. 이 원의 원주의 길이를 구하면?



- ① 8cm ② 9cm ③ 10cm ④ 11cm ⑤ 12cm

해설

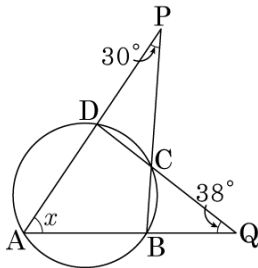
$$\angle BAC = \angle BPC - \angle ACP = 67^\circ - 22^\circ = 45^\circ$$

$\therefore 5.0\text{pt}\widehat{BC}$ 는 원주의 $\frac{1}{4}$

$\therefore$ 원주의 길이는 $4 \times 5.0\text{pt}\widehat{BC} = 8$

9. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 원에 내접하고 $\angle P = 30^\circ$, $\angle Q = 38^\circ$ 일 때, $\angle PAQ$ 의 크기는?

- ① 38° ② 50° ③ 54°
 ④ 56° ⑤ 68°



해설

$\triangle PAB$ 에서

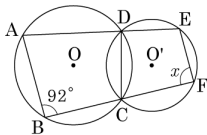
$$\angle BCQ = \angle A = x$$

$$\angle CBQ = x + 30^\circ (\because \text{삼각형의 외각})$$

$$\triangle CBQ \text{ 에서 } x + x + 30^\circ + 38^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore x = 56^\circ$$

10. 다음 그림에서 두 원 O , O' 이 두 점 C , D 에서 만나고, $\angle ABC = 92^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?



① 80°

② 82°

③ 84°

④ 86°

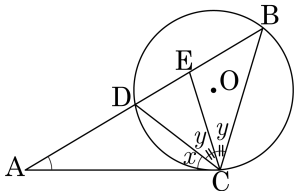
⑤ 88°

해설

$$\angle CDE = \angle ABC = 92^\circ$$

$$\therefore \angle x = 180^\circ - 92^\circ = 88^\circ$$

11. 다음 그림에서 $\angle ACD = x$, $\angle DCE = \angle BCE = y$ 이고, $x + y = 70^\circ$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라. (단, 단위는 생략)



▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

$$\angle B = x$$

$$\angle CED = x + y$$

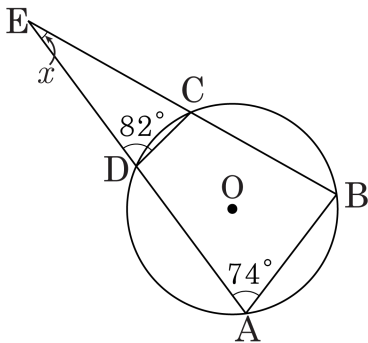
$\triangle ACE$ 에서

$$\angle A + \angle CEA + \angle ACE = 180^\circ$$

$$\angle A + (x + y) + (x + y) = 180^\circ$$

$$\therefore \angle A = 40^\circ$$

12. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기로 적절한 것은?



① 20°

② 22°

③ 23°

④ 24°

⑤ 25°

해설

$$\angle DCE = 74^\circ$$

$$\angle x = 180^\circ - 74^\circ - 82^\circ = 24^\circ$$

13. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원의 접선이고,
 $\angle APT = \angle ABT$ 라고 할 때, $\overline{PT}$ 의 길
 이는 얼마인가?

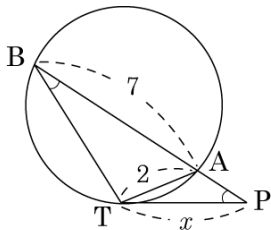
① $\sqrt{2}$

② $2\sqrt{2}$

③ $3\sqrt{2}$

④ $4\sqrt{2}$

⑤ $5\sqrt{2}$



해설

$\angle PTA = \angle ABT$ 이므로 $\triangle PAT$ 는 이등변삼각형이다.

$$\overline{PA} = \overline{AT} = 2, \quad x^2 = 2 \times 9$$

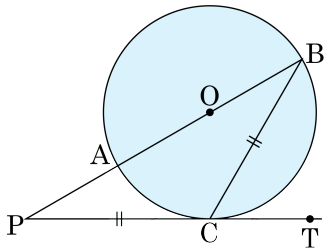
$$x^2 = 18$$

$$\therefore x = 3\sqrt{2} (\because x > 0)$$

14. 다음 그림과 같이 원 O의 지름 AB의 연장선 위의 점 P에서 원 O에 접선 PT를 그어 그 접점을 C라 한다. $\overline{PC} = \overline{BC}$ 가 성립할 때, $\angle BCT$ 의 크기는?

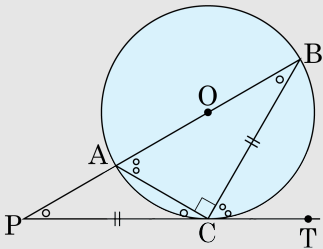
① 35 ② 40 ③ 45

④ 50 ⑤ 60



해설

점 A와 점 C를 이으면



$\angle B = a$ 라 하면 $\angle P = a$ ($\because$ 이등변삼각형)

$\angle ACP = a$ (접선과 현이 이루는 각의 성질)

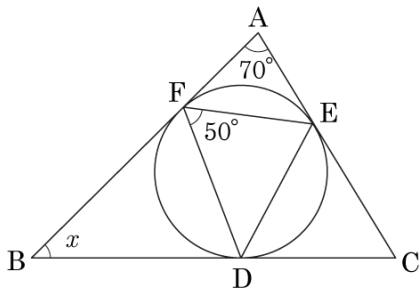
$\triangle APC$ 의 외각 $\angle BAC = 2a$, $\angle ACB = 90^\circ$

$\triangle ABC$ 에서 $3a = 90^\circ$, $a = 30^\circ$

$\angle BCT = \angle BAC = 2a = 60^\circ$

$\therefore \angle BCT = 60^\circ$

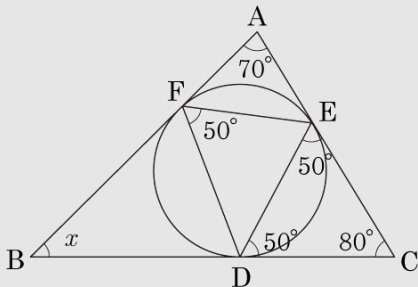
15. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 내접원과 $\triangle DEF$ 의 외접원이 같을 때, $\angle ABC$ 의 크기는?



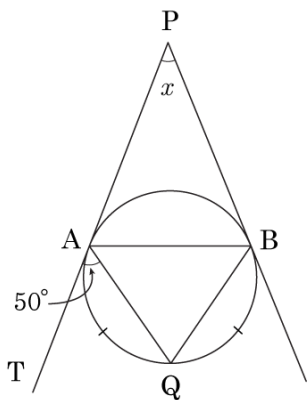
- ① 30° ② 35° ③ 40° ④ 45° ⑤ 50°

해설

$\angle EFD = \angle EDC = \angle DEC = 50^\circ$ 이므로 $\angle ECD = 80^\circ$ 따라서, $\angle x = 180^\circ - 70^\circ - 80^\circ = 30^\circ$ 이다.



16. 다음 그림에서 직선 PA, PB 는 원의 접선이다. $\angle APB = \angle x$, $\angle QAT = 50^\circ$, $5.0\text{pt}\widehat{AQ} = 5.0\text{pt}\widehat{BQ}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



- ① 20° ② 35° ③ 40° ④ 45° ⑤ 50°

해설

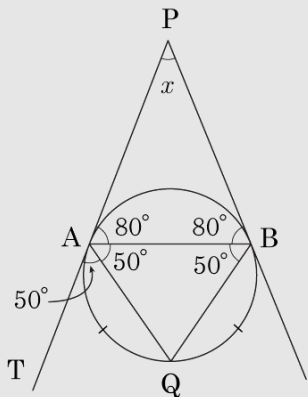
접선과 현이 이루는 각의 크기는
그 내부의 호에 대한 원주각의 크
기와 같으므로

$$\angle QAT = \angle QBA$$

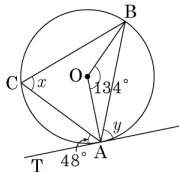
$$\widehat{AQ} = \widehat{BQ} \text{ 이므로 } \angle QBA = \angle BAQ = 50^\circ$$

따라서, $\angle PAB = 180^\circ - 50^\circ - 50^\circ = 80^\circ$ 이다.

또한, $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\angle x = 180^\circ - 80^\circ - 80^\circ = 20^\circ$ 이다.



17. 다음 그림과 같이 원 O가 $\overleftrightarrow{AT}$ 와 접해 있다고 할 때, $\angle x + 3\angle y$ 의 값을 구하여라.



① 264°

② 265°

③ 266°

④ 267°

⑤ 268°

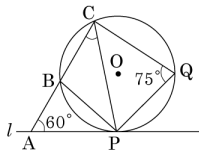
해설

$$\angle x = \frac{1}{2} \times 134^\circ = 67^\circ$$

$$\angle x = \angle y = 67^\circ$$

$$\angle x + 3\angle y = 67^\circ + 3 \times 67^\circ = 268^\circ$$

18. 다음 그림에서 직선 l 이 원의 접선이고 $\angle BAP = 60^\circ, \angle CQP = 75^\circ$ 일 때, $\angle BCP$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: ○

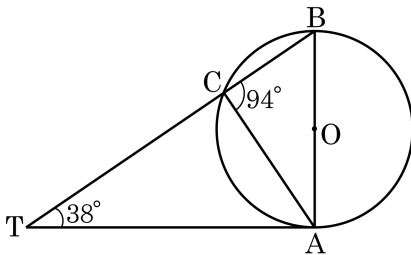
▶ 정답 : 45°

해설

$$\angle CPA = \angle CQP = 75^\circ$$

$\triangle CAP$ 에서 $\angle BCP = 180^\circ - 60^\circ - 75^\circ = 45^\circ$

19. 다음 그림에서 $\overline{TA}$ 가 원의 접선일 때, $\angle CBA$ 의 크기는?



① 30°

② 32°

③ 40°

④ 56°

⑤ 62°

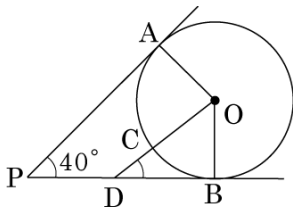
해설

$$\angle TCA = 86^\circ$$

$$\angle TAC = 180^\circ - 86^\circ - 38^\circ = 56^\circ$$

$$\therefore \angle CBA = \angle TAC = 56^\circ$$

20. 다음 그림에서 두 직선 PA 와 PB 는
 원 O 의 접선이고, $\angle APB = 40^\circ$ 이다.
 5.0pt $\widehat{AC} : 5.0pt \widehat{CB} = 3 : 2$ 인 점 C 를
 잡아 $\overline{OC}$ 의 연장선과 $\overline{PB}$ 와의 교점을
 D 라고 할 때, $\angle ODB = (\quad)^\circ$ 이다.
 ()안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 34

해설

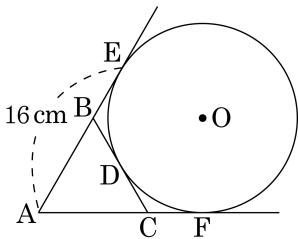
$\angle A = \angle B = 90^\circ$ 이므로 $\angle AOB = 140^\circ$ 이다.

5.0pt $\widehat{AC} : 5.0pt \widehat{CB} = 3 : 2$ 이므로

$$\angle DOB = 140^\circ \times \frac{2}{3+2} = 56^\circ \text{ 이다.}$$

$$\therefore \angle ODB = 90^\circ - 56^\circ = 34^\circ$$

21. 다음 그림에서 점 D, E, F는 원 O의 접점이고 $\overline{AE} = 16\text{ cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



답 :

cm



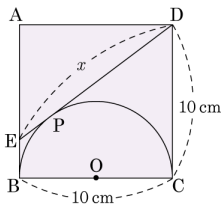
정답 : 32 cm

해설

$\overline{AE}, \overline{AF}$ 는 원 O의 접선이므로 $\overline{AE} = \overline{AF}$ 이고 $\overline{BE}, \overline{BD}$ 는 원 O의 접선이므로 $\overline{BE} = \overline{BD}$ 이다.

$\overline{CD}, \overline{CF}$ 는 원 O의 접선이므로 $\overline{CD} = \overline{CF}$ 이다. 따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는 $2 \times 16 = 32(\text{cm})$ 이다.

22. 다음 그림에서 □ABCD 는 한 변의 길이가 10cm 인 정사각형이다.
 $\overline{DE}$ 가 $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 원에 접할 때, $\overline{DE}$ 의 길이는?



① $\frac{24}{2}$ cm

② $\frac{25}{2}$ cm

③ 13cm

④ $\frac{27}{2}$ cm

⑤ 14cm

해설

$$\overline{EP} = \overline{EB} = x - 10$$

$$\overline{AE} = 10 - (x - 10) = 20 - x$$

△AED에서

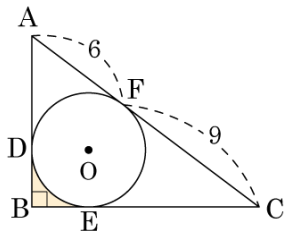
$$\overline{DE}^2 = \overline{AE}^2 + \overline{DA}^2$$

$$x^2 = (20 - x)^2 + 10^2$$

$$40x = 500$$

$$x = \frac{25}{2} \text{ cm}$$

23. 다음 그림에서 원 O는 직각삼각형 ABC의 내접원이고, 점 D, E, F는 접점이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이는?



- ① $10 - \frac{9}{4}\pi$ ② $9 - \pi$ ③ $\frac{44}{9} - \pi$
 ④ $9 - \frac{9}{4}\pi$ ⑤ $20 - 5\pi$

해설

원 O의 반지름을 x 라 하면 $\overline{BD} = \overline{BE} = x$

$\overline{AD} = \overline{AF} = 6$ 이므로 $\overline{AB} = 6 + x$,

$\overline{CE} = \overline{CF} = 9$ 이므로 $\overline{BC} = 9 + x$

$$(6 + x)^2 + (x + 9)^2 = 15^2$$

$$x^2 + 15x - 54 = 0$$

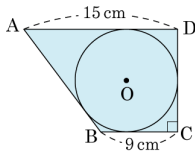
$$(x + 18)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = 3$$

색칠한 부분의 넓이는 정사각형 ODBE에서 부채꼴 ODE의 넓이를 뺀 것과 같다.

$$\therefore 3^2 - \frac{1}{4} \times 3^2 \times \pi = 9 - \frac{9}{4}\pi$$

24. 다음 그림에서 □ABCD 에 내접하는 원 O 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▶ 정답 : $\frac{45}{4}\pi$ cm

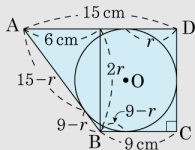
해설

반지름의 길이를 r cm 라 하면 $(15-r+9-r)^2 = 6^2 + (2r)^2$, $(24-2r)^2 = 36 + 4r^2$

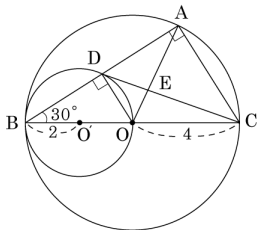
$$576 - 96r + 4r^2 = 36 + 4r^2$$

$$\therefore r = \frac{45}{8}(\text{cm})$$

$$(\text{원의 둘레의 길이}) = 2\pi \times \frac{45}{8} = \frac{45}{4}\pi(\text{cm})$$



25. 다음 그림의 원 O의 지름은 8, 원 O'의 지름은 4, $\angle ABC = 30^\circ$ 이다. 이때, $\overline{DE}$ 의 길이는?



① $\frac{\sqrt{7}}{3}$

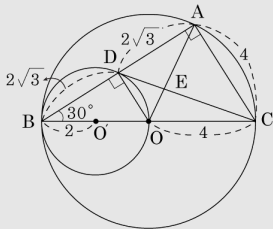
② $\frac{\sqrt{7}}{2}$

③ $\frac{2\sqrt{7}}{3}$

④ $\sqrt{7}$

⑤ $\frac{3\sqrt{7}}{2}$

해설

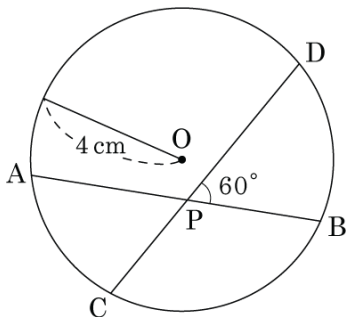


$\overline{AD} = \overline{BD} = 2\sqrt{3}$, $\overline{BO} = \overline{CO} = 4$ 이므로 점 E 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다.

$\triangle ACD$ 에서 $\overline{CD} = 2\sqrt{7}$ 이다.

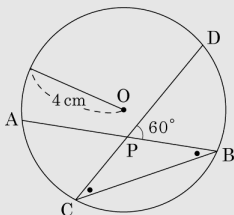
$$\therefore \overline{DE} = 2\sqrt{7} \times \frac{1}{3} = \frac{2\sqrt{7}}{3}$$

26. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 4cm 인 원 O 에서 $\angle BPD = 60^\circ$ 일 때, $5.0\text{pt}\widehat{AC} + 5.0\text{pt}\widehat{BD}$ 의 값은?



- ① $\frac{5}{3}\pi\text{cm}$ ② $2\pi\text{cm}$ ③ $\frac{7}{3}\pi\text{cm}$
 ④ $\frac{8}{3}\pi\text{cm}$ ⑤ $3\pi\text{cm}$

해설



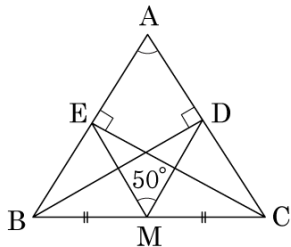
점 C 와 점 B 를 연결하는 보조선을 그으면 $\triangle PCB$ 에서 $\angle PCB + \angle PBC = 60^\circ$,

즉, $5.0\text{pt}\widehat{AC}$, $5.0\text{pt}\widehat{BD}$ 에 대한 원주각의 합이 60° 이므로 중심각의 합은 120° 이다.

원의 둘레는 $2\pi \times 4 = 8\pi$

$$\therefore 5.0\text{pt}\widehat{AC} + 5.0\text{pt}\widehat{BD} = 8\pi \times \frac{120}{360} = \frac{8}{3}\pi$$

27. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점이고, $\overline{AB} \perp \overline{CE}$, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이다. $\angle EMD = 50^\circ$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하면?



① 25°

② 30°

③ 45°

④ 50°

⑤ 65°

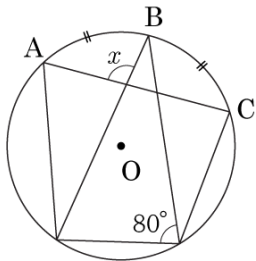
해설

$\angle BEC = \angle BDC$ 이므로 네 점 B, C, D, E 는 한 원 위에 있고, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이므로 점 M 은 원의 중심이다. $\angle EMD = 2\angle EBD = 50^\circ$ 이므로 $\angle EBD = 25^\circ$ 이다.

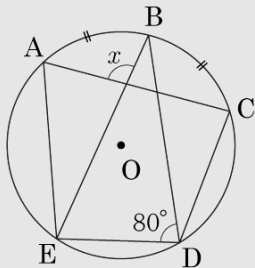
따라서 $\triangle ABD$ 에서 $\angle BAD = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$ 이다.

28. 다음 그림과 같이 원 O 위의 점 A, B, C가 있다. $\angle x$ 의 크기는? (단, $5.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{BC}$)

- ① 100° ② 110° ③ 120°
 ④ 130° ⑤ 140°

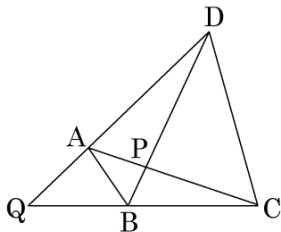


해설



다음 그림에서 점 D, E를 잡으면 $\angle BDC = \angle BEA$ 이다.
 내접사각형 AEDC에서 $\angle A + \angle EDC = 180^\circ$ 이므로 $x = \angle A + \angle BEA = \angle A + \angle BDC = 100^\circ$ 이다.

29. 다음 중 $\square ABCD$ 가 원에 내접하는 조건인 것을 골라라.



㉠ $\angle ABC + \angle BCD = 180^\circ$

㉡ $\angle ACD = \angle ABC$

㉢ $\angle BAD = \angle BCD$

㉤ $\overline{PA} \times \overline{PC} = \overline{PB} \times \overline{PD}$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉤

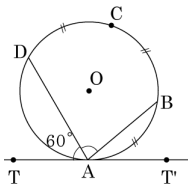
해설

㉠ $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$

㉡ $\angle ACD = \angle ABD$

㉢ $\angle BAD = \angle BCD = 90^\circ$

30. 다음 그림에서 직선 TA는 원 O의 접선이고 $5.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{BC} = 5.0\text{pt}\widehat{CD}$, $\angle DAT = 60^\circ$ 이다. $\angle BAD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

—°

▷ 정답 : 80—°

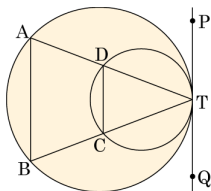
해설

$\overline{BD}$ 를 그으면 $\angle BAT' = \angle ADB$

$5.0\text{pt}\widehat{AB} : 5.0\text{pt}\widehat{BD} = 1 : 2$ 이므로 $\angle BAT' = \frac{1}{2}\angle BAD$

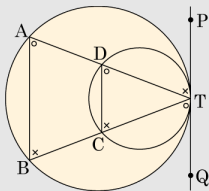
$60^\circ + \angle BAD + \frac{1}{2}\angle BAD = 180^\circ$ 이므로 $\angle BAD = 80^\circ$

31. 다음 그림과 같이 점 T는 두 원의 공통 접점이고 $\overleftrightarrow{PQ}$ 는 두 원의 공통인 접선이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



- ① $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ② $\angle BAT = \angle CDT$
 ③ $\overline{TA} : \overline{TB} = \overline{TC} : \overline{TD}$ ④ $\angle ABT = \angle ATP$
 ⑤ $\triangle ATB \sim \triangle DTC$

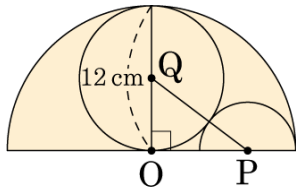
해설



직선 PQ가 두 원의 공통접선이고, 접선과 현이 이루는 각의 성질에 따라 그림처럼 같은 각의 관계가 성립한다.

따라서, 동위각이 같으므로 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 이고 $\triangle ATB \sim \triangle DTC$ 이므로 $\overline{TA} : \overline{TB} = \overline{TD} : \overline{TC}$ 이다.

32. 다음 그림과 같이 반원 P와 원 Q가 외부에서 접하고 원 Q가 반원 O의 내부에서 접하고 있다. 원 Q의 지름의 길이가 12 cm 일 때, 반원 P의 반지름의 길이는?



① 1 cm

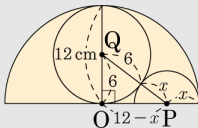
② 2 cm

③ 2.5 cm

④ 3 cm

⑤ 4 cm

해설



작은 반원의 반지름을 x cm 라 하면 $\triangle QOP$ 에서

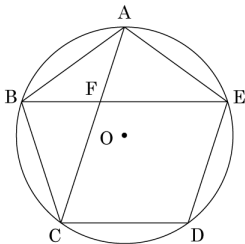
$$\overline{PQ} = 6 + x, \overline{OQ} = 6, \overline{OP} = 12 - x$$

$$(x + 6)^2 = 6^2 + (12 - x)^2$$

$$36x = 144$$

$$\therefore x = 4$$

33. 다음 그림과 같이 원 O에 내접하는 정오각형 ABCDE에 대하여 $\overline{CF}$
 $\overline{BC}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

정오각형에서 호 BC는 원주의 $\frac{1}{5}$ 이므로

$$\angle BAC = 180^\circ \times \frac{1}{5} = 36^\circ$$

$\triangle ABC \sim \triangle AFB$ (AA 닮음)

또한 $\triangle ABF$ 에서 외각의 성질에 의하여 $\angle BFC = 36^\circ + 36^\circ = 72^\circ$

$$\angle CBF = 180^\circ - (36^\circ + 72^\circ) = 72^\circ$$

따라서 $\triangle BCF$ 는 $\overline{BC} = \overline{CF}$ 인 이등변삼각형이다.

$$\therefore \frac{\overline{CF}}{\overline{BC}} = 1$$