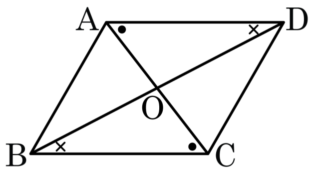
1. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 증명한 것이다. 가정으로 옳은 것은?



[가정] $\boxed{}$

[결론] $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$

[증명] $\triangle OAD$와 $\triangle OCB$에서

$\overline{AD} = \overline{BC} \cdots$ ㉠

$\overline{AD} \mathbin{/\mkern-4mu/} \overline{BC}$이므로

$\angle OAD = \angle OCB$ (엇각) $\cdots$ ㉡

$\angle ODA = \angle OBC$ (엇각) $\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle OAD \equiv \triangle OCB$ (ASA 합동)

$\therefore \overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$

① □ABCD에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

② □ABCD에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} \mathbin{/\mkern-4mu/} \overline{BC}$

③ □ABCD에서 $\overline{AB} \mathbin{/\mkern-4mu/} \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

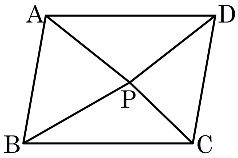
④ □ABCD에서 $\overline{AB} \mathbin{/\mkern-4mu/} \overline{DC}$, $\overline{AD} \mathbin{/\mkern-4mu/} \overline{BC}$

⑤ □ABCD에서 $\overline{AB} \mathbin{/\mkern-4mu/} \overline{AD}$, $\overline{CD} \mathbin{/\mkern-4mu/} \overline{BC}$

해설

□ABCD에서 $\overline{AB} \mathbin{/\mkern-4mu/} \overline{DC}$, $\overline{AD} \mathbin{/\mkern-4mu/} \overline{BC}$를 가정하여 $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$를 증명하는 과정이다.

2. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 내부에 임의의 점 P 를 잡았다. $\triangle APB = 24\,\mathrm{cm}^2$, $\triangle APD = 20\,\mathrm{cm}^2$, $\triangle DPC = 14\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle PBC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $18\,\mathrm{cm}^2$

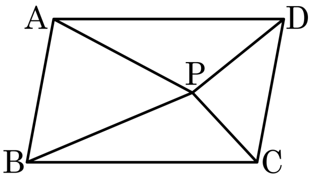
해설

$\triangle APB + \triangle DPC = \triangle APD + \triangle PBC$

$24 + 14 = 20 + \triangle PBC$

$\therefore\ \triangle PBC = 18\ (\mathrm{cm}^2)$

3. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 내부에 한 점 P를 잡을 때, □ABCD의 넓이는 $60cm^2$이고, △ABP의 넓이는 △CDP의 넓이의 2배일 때, △CDP의 넓이를 구하면 ?



① $5cm^2$　② $10cm^2$　③ $15cm^2$

④ $20cm^2$　⑤ $25cm^2$

해설

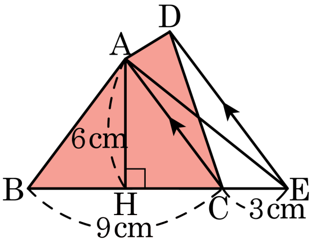
내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}□ABCD = △PAB + △PCD = △PAD + △PBC$이므로

$△ABP + △CDP = \frac{1}{2}□ABCD$이다.

$△ABP = 2△CDP$이므로 $3△CDP = \frac{1}{2}□ABCD$

$\therefore\ △CDP = \frac{1}{6}□ABCD = 10(cm^2)$

4. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} // \overline{DE}$, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$일 때, $\square ABCD$의 넓이는?



① $18cm^2$ ② $24cm^2$ ③ $27cm^2$

④ $30cm^2$ ⑤ $36cm^2$

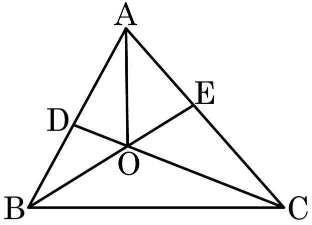
해설

$\overline{AC} // \overline{DE}$이므로 $\triangle ADC$와 $\triangle AEC$는 밑변과 높이가 같으므로 넓이가 같다.

$\therefore \ \square ABCD = \triangle ABC + \triangle ADC = \triangle ABC + \triangle AEC$

$= \triangle ABE = \dfrac{1}{2} \times (9+3) \times 6 = 36(cm^2)$

5. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\overline{AE} : \overline{EC} = 3 : 4$, $\overline{BO} : \overline{OE} = 3 : 2$이다. $\triangle EOC$의 넓이가 $8cm^2$일 때, $\triangle ABC$의 넓이는?



① $20cm^2$ ② $24cm^2$ ③ $28cm^2$

④ $32cm^2$ ⑤ $35cm^2$

해설

$\triangle EOC$와 $\triangle COB$에서 높이는 같고 밑변은 $2 : 3$이므로

$\triangle EOC = \triangle CBE \times \dfrac{2}{2+3} = 8(cm^2)$

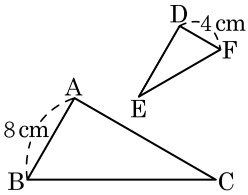
$\therefore \triangle CBE = 20(cm^2)$

$\triangle ABE$와 $\triangle BCE$에서 높이는 같고 밑변은 $3 : 4$이므로

$\triangle CBE = \triangle ABC \times \dfrac{4}{3+4} = 20(cm^2)$

$\therefore\ \triangle ABC = 35cm^2$

6. 다음 그림에서 $\triangle ABC \backsim \triangle DFE$ 이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



① 점 A 에 대응하는 점은 점 D 이다.

② $\angle C$ 에 대응하는 각은 $\angle E$ 이다.

③ 변 AB 에 대응하는 변은 변 DF 이다.

④ $\overline{AC} : \overline{DE} = 2 : 1$

⑤ $\overline{BC} : \overline{DF} = 2 : 1$

해설

④ $\overline{AC} : \overline{DE} = \overline{AB} : \overline{DF} = 8 : 4 = 2 : 1$
⑤ $\overline{BC}$ 와 $\overline{DF}$ 는 대응하는 변이 아니므로 주어진 그림에서 그 비를 알 수 없다.

7. 다음 중 항상 닮음인 두 도형을 모두 골라라.

㉠ 두 정사각형	㉡ 두 원
㉢ 두 원뿔	㉣ 두 직육면체
㉤ 두 정육면체	

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

해설

모든 원과 변의 개수가 같은 모든 정다각형끼리는 각각 항상 닮음이다. 따라서 ㉠, ㉡, ㉤이다.

8. 다음 중 도형에 관한 설명으로 옳지 않은 것은?

㉠ 한 도형을 일정한 비율로 확대 또는 축소할 때, 이 두 도형은 닮음이다. ㉡ 합동인 두 도형은 닮은 도형이며 닮음비는 1 : 1 이다. ㉢ 항상 닮음인 두 평면도형은 원, 이등변삼각형, 정사각형이다. ㉣ 두 닮은 도형의 대응각의 크기는 같다. ㉤ 닮음비란 닮은 도형에서 대응변의 길이의 비이다.

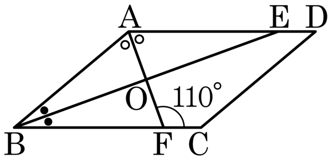
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

㉢ 이등변삼각형은 항상 닮음이 아니다.

9. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AF}, \overline{BE}$ 는 각각 $\angle A, \angle B$ 의 이등분선이다. $\angle AFC = 110°$ 일 때, $\angle DEB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 160 °

해설

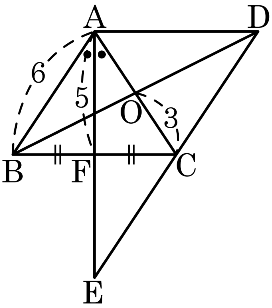
$\angle EAF = 180° - 110° = 70°$

$\angle B = 180° - \angle A = 180° - 140° = 40°$

$\angle AEB = \dfrac{1}{2}\angle B = \dfrac{1}{2} \times 40° = 20°$

$\therefore \angle DEB = 180° - 20° = 160°$

10. 다음 평행사변형 ABCD에서 $\angle BAC$의 이등분선이 $\overline{BC}$의 중점을 지나고, $\overline{AF}=5$, $\overline{AB}=6$, $\overline{OC}=3$일 때, $\triangle ACE$의 둘레를 구하면?



① 20 ② 21 ③ 22 ④ 23 ⑤ 24

해설

$\angle AFB = \angle CFE$, $\angle BAF = \angle FEC$이고, $\overline{BF} = \overline{FC}$이므로 $\triangle ABF \equiv \triangle ECF$이다.

따라서 $\triangle ACE$의 둘레는 $6+6+5+5=22$이다.

11. 다음 중 평행사변형이 아닌 것은?

① $\overline{AB} = \overline{CD},\ \overline{AB} /\!/ \overline{CD}$

② $\overline{AD} /\!/ \overline{BC},\ \angle A = \angle B = 90^\circ$

③ $\angle A = \angle C, \angle B = \angle D$

④ $\overline{AB} = \overline{CD},\ \overline{AD} = \overline{BC}$

⑤ $\overline{AB} /\!/ \overline{CD},\ \overline{AD} /\!/ \overline{BC}$

해설

평행사변형이 되는 조건

다음의 각 경우의 어느 한 조건을 만족하면 평행사변형이 된다.

(1) 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.(정의)

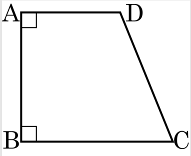
(2) 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

(3) 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

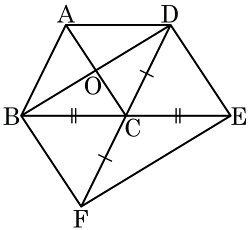
(4) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

(5) 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

②



12. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BC}=\overline{CE}$, $\overline{DC}=\overline{CF}$ 가 되도록 $\overline{BC}$, $\overline{DC}$ 의 연장선 위에 각각 점 E, F 를 잡았다. $\triangle ADC$ 의 넓이가 $7\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\square BFED$ 의 넓이를 구하여라.



▶ **답 :** ______ cm^2

▷ **정답 :** $28\,\mathrm{cm}^2$

해설

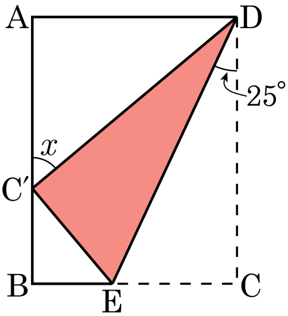
두 대각선이 서로 다른 것을 이등분했으므로 $\square BDEF$ 는 평행사변형이 된다.

$\triangle CBD$ 의 넓이는 $\square ABCD$ 의 $\frac{1}{2}$ 이므로 $\triangle ADC$ 의 넓이와 같다.

$\triangle CBD = 7\,\mathrm{cm}^2$, $\square BFED = 4 \times \triangle CBD$

$\therefore\ \square BFED = 4 \times 7 = 28\ (\mathrm{cm}^2)$

13. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 를 $\angle \mathrm{EDC} = 25^\circ$ 가 되고 꼭짓점 C 가 변 AB 위에 있도록 접었다. 이 때, $\angle x$ 의 크기는?

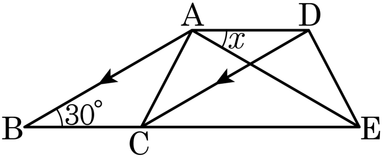


① 40° ② 45° ③ 50° ④ 55° ⑤ 60°

해설

직사각형의 네 내각의 크기는 모두 90° 이고,
$\angle \mathrm{EDC} = \angle \mathrm{C'DE} = 25^\circ$ 이므로
$\angle \mathrm{ADC'} = 90^\circ - (25^\circ \times 2) = 40^\circ$ 이다.
$\angle x = \triangle \mathrm{AC'D}$ 에서 $\angle \mathrm{AC'D} = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$ 이다.

14. 다음 그림의 □ACED가 $\overline{AD} /\!/ \overline{CE}$인 등변사다리꼴이고, $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\angle ABC = 30°$일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하시오.



▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 30 °

해설

$\triangle ADE$와 $\triangle DAC$에서

$\overline{DE} = \overline{AC}$, $\angle ADE = \angle DAC$, $\overline{AD}$는 공통

$\therefore \triangle ADE \equiv \triangle DAC$ (SAS 합동)

$\therefore \angle ADC = \angle DAE = \angle x$

$\overline{AD} /\!/ \overline{CE}$이므로

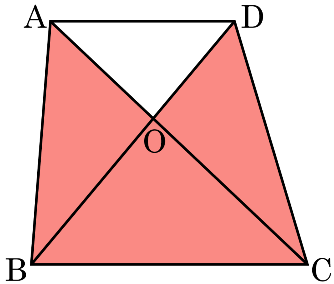
$\angle x = \angle ADC = \angle DCE$ (엇각)

$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$이므로

$\angle x = \angle DCE = \angle ABC$ (동위각)

$\therefore \ \angle x = 30°$

15. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서 $\triangle ABD$ 의 넓이가 90 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라. (단, $3\overline{DO} = 2\overline{BO}$)



▶ 답 :

▷ 정답 : 189

해설

$\triangle AOD : \triangle AOB = 2 : 3$ 이므로

$\triangle AOB = \dfrac{3}{5} \times \triangle ABD = 54$

이때 $\triangle ABD = \triangle ACD$ 이므로

$\triangle AOB = \triangle COD = 54$

또, $\triangle COD : \triangle BCO = 2 : 3$ 이므로

$54 : \triangle BCO = 2 : 3 \quad \therefore \triangle BCO = 81$

(색칠한부분의 넓이) $= 54 + 54 + 81 = 189$

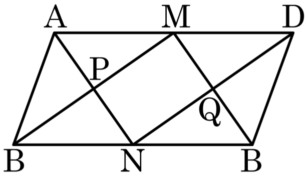
16. 세 변의 길이가 18cm , 24cm , 36cm 인 삼각형이 있다. 한 변의 길이가 3cm 이고 이 삼각형과 닮음인 삼각형 중에서 가장 작은 삼각형과 가장 큰 삼각형의 닮음비를 구하여라.

① 2 : 3 ② 4 : 5 ③ 1 : 2 ④ 3 : 5 ⑤ 1 : 3

해설

주어진 삼각형의 변의 길이의 비는 $18 : 24 : 36 = 3 : 4 : 6$ 이고 한 변의 길이가 3cm 인 삼각형을 만들면 3가지 경우가 나온다.
그 중 가장 작은 삼각형의 세 변의 길이는 $\frac{3}{2} : 2 : 3$ 이고, 가장 큰 삼각형의 세 변의 길이는 $3 : 4 : 6$ 이다.
따라서 가장 작은 삼각형과 가장 큰 삼각형의 닮음비는 $3 : 6 = 1 : 2$ 이다.

17. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AD}=2\overline{AB}$ 이고, $\overline{AD}$ 와 $\overline{BC}$ 의 중점을 각각 M, N 이라 할 때, □MPNQ 는 어떤 사각형인지 구하여라.



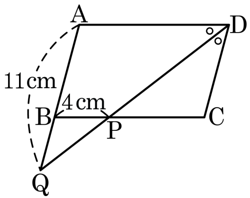
▶ 답 :

▷ 정답 : 직사각형

해설

□ABCM, □MBND 가 평행사변형 이므로 $\overline{PM} // \overline{NQ}$, $\overline{PN} // \overline{MQ}$ 이다.
따라서 □ABNM 은 $\angle P=90°$ 이고 □MPNQ 은 직사각형이다.

18. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AD}+\overline{DC}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 18 cm

해설

$\triangle BQP$가 $\overline{BQ}=\overline{BP}$인 이등변삼각형이므로

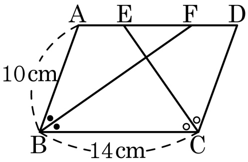
$\overline{DC}=\overline{AB}=11-4=7(\mathrm{cm})$

$\triangle AQD$가 $\overline{AQ}=\overline{AD}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{AD}=\overline{AQ}=11(\mathrm{cm})$

$\overline{AD}+\overline{DC}=11+7=18(\mathrm{cm})$

19. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BF}$, $\overline{CE}$ 는 각각 $\angle B$, $\angle C$ 의 이등분선이다. $\overline{AB}=10\text{cm}$, $\overline{BC}=14\text{cm}$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 6 cm

해설

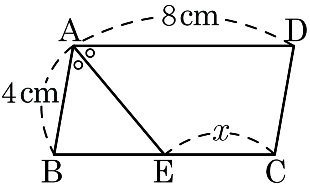
$\overline{AF}=\overline{AB}=10\ (\text{cm})$

$\overline{CD}=\overline{DE}=10\ (\text{cm})$

$\overline{AF}+\overline{ED}-\overline{EF}=14\ (\text{cm})$ 이므로

$\overline{EF}=10+10-14=6\ (\text{cm})$

20. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{AD} = 8\text{cm}$ 이고, $\overline{AE}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선일 때, x 의 길이를 구하여라.



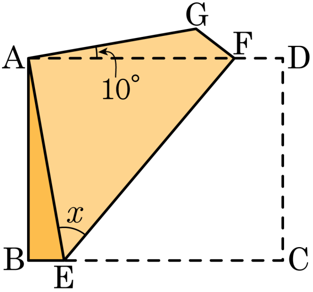
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

$\overline{AB} = \overline{BE}$ 이므로 $x = 8 - 4 = 4(\text{cm})$

21. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 꼭짓점 C 가 A 에 오도록 접었다. $\angle\mathrm{GAF} = 10°$ 일 때, $\angle x$ 의 값을 구하여라.



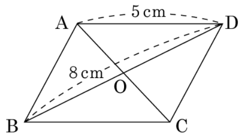
▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad ^\circ}$

▷ 정답 : $\underline{50^\circ}$

해설

$\angle\mathrm{GAE} = 90°$ 이고 $\angle\mathrm{GAF} = 10°$ 이므로 $\angle\mathrm{FAE} = 80°$ 이다.
$\angle\mathrm{FEC} = \angle\mathrm{AFE} = \angle\mathrm{AEF} = \angle x$ 이므로 $\triangle\mathrm{AEF}$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 $(180° - 80°) \div 2 = 50°$ 이다.
따라서 $\angle x = 50°$ 이다.

22. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 가 직사각형이 되도록 하는 조건을 보기에서 모두 골라라. (단, 점 O 는 두 대각선의 교점이다.)



보기

㉠ $\overline{CD} = 5\text{cm}$

㉡ $\overline{OB} = 4\text{cm}$

㉢ $\angle C = 90°$

㉣ $\overline{AC} = 8\text{cm}$

㉤ $\angle A + \angle B = 180°$

㉥ $\angle AOD = 90°$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

해설

평행사변형이 직사각형이 되는 조건
두 대각선의 길이가 서로 같다. → $\overline{AC} = 8\text{cm}$
한 내각이 직각이다. → $\angle C = 90°$

23. 다음 중 평행사변형이 마름모가 되는 조건의 개수는?

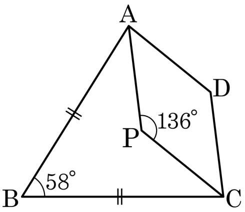
㉠ 한 내각의 크기가 직각이다. ㉡ 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분한다. ㉢ 두 대각선의 길이가 같다. ㉣ 두 대각선이 직교한다. ㉤ 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉡, ㉣, ㉤ 평행사변형이 마름모가 되려면 두 대각선이 서로 수직이등분하면 되고, 네 변의 길이가 모두 같으면 된다. 두 대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형이다.

24. 다음 그림에서 □APCD 는 마름모이다. $\overline{AB} = \overline{CB}$ 일 때, $\angle BCD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad °}$

▷ 정답 : $\underline{83°}$

해설

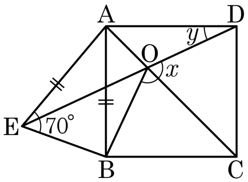
$\overline{AC}$ 를 이으면

$\angle BCA = (180° - 58°) \div 2 = 61°$

$\angle ACD = (180° - 136°) \div 2 = 22°$

$\therefore \angle BCD = \angle BCA + \angle ACD = 83°$

25. 다음 그림의 정사각형 ABCD에 대하여 $\angle x + \angle y$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad {}^{\circ}}$

▷ 정답 : $\underline{165^{\circ}}$

해설

$\triangle$ABE는 이등변삼각형이므로 $\angle EAB = 40^{\circ}$이고, $\angle EAD = 130^{\circ}$이다.

$\triangle$EAD도 이등변삼각형이므로 $\angle y = 25^{\circ}$이다.

$\angle y = 25^{\circ}$, $\angle ODC = 65^{\circ} = \angle OBC$이므로

$\angle DOB + \angle OBC + \angle BCD + \angle CDO = 360^{\circ}$

$\angle x = 360^{\circ} - 90^{\circ} - 65^{\circ} - 65^{\circ} = 140^{\circ}$

$\therefore \ \angle x + \angle y = 165^{\circ}$