1. 다음 중 이차함수인 것은? (정답 2 개)

① $y = x(x-3)+1$ ② $y = -x^3 + 3x$

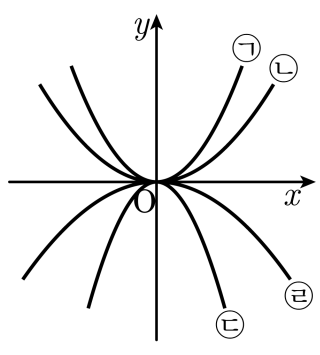
③ $y = 2x + 1$ ④ $y = \dfrac{1}{x^2}$

⑤ $y = 1 - 2x^2$

해설

$y = -x^3 + 3x$ 는 삼차함수, $y = 2x + 1$ 는 일차함수, $y = \dfrac{1}{x^2}$ 는 분수함수이다.

2. 다음 그림은 $y = ax^2$ 의 그래프이다. a 의 값이 가장 작은 것을 찾아라.



▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

$y = ax^2$ 의 그래프에서 $a > 0$ 이면 아래로 볼록하고, $a < 0$ 이면 위로 볼록하다.
a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁다. 따라서, a 의 값이 가장 작은 것은 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 그래프이다.

3. 다음 중 이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2 + 2$ 의 y의 값의 범위는?

① $y \geq 2$ ② $y \leq 2$ ③ $y \geq -8$
④ $y \leq -8$ ⑤ $y \geq 0$

해설

실수의 제곱은 항상 0 또는 양수이기 때문에 이 그래프의 y의 값의 범위는 $y \geq 2$ 이다.

4. 이차함수 $y=-\frac{5}{4}(x-3)^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선이 점 $(7,a)$ 를 지날 때, 상수 a 의 값을 구하면?

① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

해설

$y=-\frac{5}{4}(x-3)^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선은 $y=\frac{5}{4}(x-3)^2$ 이다.

이다. 따라서 식에 $(7,\ a)$ 를 대입하면 $a=\frac{5}{4}\times 4^2=20$ 이다.

5. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(2, -16)$ 을 지난다고 한다. 이때, 상수 a 의 값을 구하여라.

① -4 ② 4 ③ -3 ④ 3 ⑤ 0

해설

점 $(2, -16)$ 을 지나므로 이차함수식 $y = ax^2$ 에 대입하면
$-16 = 4a$, $a = -4$

6. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 그래프의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 19 ② 20 ③ 21 ④ 22 ⑤ 23

해설

$y = 2(x+2)^2 + 3 = 2x^2 + 8x + 11$
$\therefore a + b + c = 2 + 8 + 11 = 21$

7. 이차함수 $y=-\frac{1}{3}(x-2)(x+4)$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

① $(1,\ 3)$ ② $(1,\ -3)$ ③ $(-1,\ -3)$

④ $(-1,\ 3)$ ⑤ $(-3,\ 3)$

해설

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{3}(x-2)(x+4) \\ &= -\frac{1}{3}(x^2+2x-8) \\ &= -\frac{1}{3}(x^2+2x+1-1)+\frac{8}{3} \\ &= -\frac{1}{3}(x+1)^2+\frac{1}{3}+\frac{8}{3} \\ &= -\frac{1}{3}(x+1)^2+3 \end{aligned}$$

8. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x - 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3만큼 평행이동시키면 점 $(a, -2)$ 를 지난다. a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: -3

▷ 정답: -5

해설

$y = 2x^2 + 4x - 2 = 2(x+1)^2 - 4$를 x축의 방향으로 -3만큼 평행이동시키면

$y = 2(x+1+3)^2 - 4$

$= 2(x+4)^2 - 4$

$= 2x^2 + 16x + 28$

$(a, -2)$ 를 대입하면

$2a^2 + 16a + 28 = -2$

$a^2 + 8a + 15 = 0$

$(a+3)(a+5) = 0$

$a = -3$ 또는 $a = -5$

9. 다음 보기의 이차함수의 그래프를 그렸을 때, 폭이 넓은 순서대로 나열하여라.

보기

㉠ $y=(x-3)^2+2$　　㉡ $y=-2x^2$

㉢ $y=5(x+1)^2-4$　　㉣ $y=\frac{3}{2}x^2+\frac{5}{2}x-1$

㉤ $y=-0.5x^2+1$　　㉥ $y=\frac{1}{5}x^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉥

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 작을수록 폭이 넓으므로
㉥,㉤,㉠,㉣,㉡,㉢

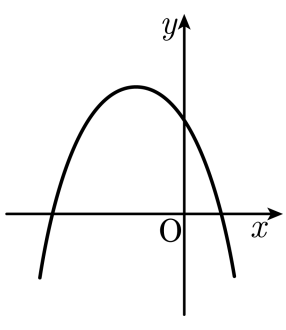
10. 이차함수 $y = 2x^2 - 12x + 16$의 그래프에서 x의 값이 증가함에 따라 y의 값도 증가하는 x의 값의 범위는?

① $x > 3$ ② $x > 2$ ③ $x < 3$
④ $x < 2$ ⑤ $x < -3$

해설

$y = 2x^2 - 12x + 16$
$= 2(x^2 - 6x + 9 - 9) + 16$
$= 2(x-3)^2 - 2$
대칭축이 $x = 3$이고 아래로 볼록한 포물선이다.

11. 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a, p, q 의 부호는?



① $a > 0, p > 0, q > 0$
② $a < 0, p < 0, q < 0$
③ $a > 0, p < 0, q < 0$
④ $a < 0, p < 0, q > 0$
⑤ $a < 0, p > 0, q > 0$

해설

위로 볼록한 모양의 포물선이고, 꼭짓점의 좌표는 제 2 사분면 위에 있으므로
$a < 0, p < 0, q > 0$ 이다.

12. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① 원점이 꼭짓점이다.

② a 의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 좁아진다.

③ $a < 0$ 일 때, 위로 볼록하다.

④ $y = -ax^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

⑤ 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.

해설

② a 의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 넓어진다.

13. 이차함수 $y = -2(x+1)^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것은?

① $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프이다.
② y 축에 대하여 대칭이다.
③ 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ 0)$ 이다.
④ 최솟값 0 을 갖는다.
⑤ $x > -1$ 일 때, x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값은 감소한다.

해설

① $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프이다.
② $x = -1$ 에 대하여 대칭이다.
③ 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ 0)$ 이다.
④ 최댓값 0 을 갖는다.

14. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x + 9$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x > -1$

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 + 4x + 9 \\ &= 2\left(x^2 + 2x + 1 - 1\right) + 9 \\ &= 2(x+1)^2 + 7 \end{aligned}$$

축의 방정식이 $x = -1$ 이고, 아래로 볼록하므로
$x > -1$ 일 때, x 의 값이 증가하면, y 의 값도 증가한다.

15. 다음 이차함수의 그래프에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $y = ax^2 + q$ $(a \neq 0)$ 의 그래프는 $y = ax^2$ 의 그래프를 y 축의 양의 방향으로 q 만큼 평행이동한 것이다.

② $y = a(x + p)^2$ 의 그래프는 $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 양의 방향으로 p 만큼 평행이동 한 것이다.

③ $y = a(x - p)^2 + q$, $y = -a(x - p)^2 - q$ 의 그래프는 x 축에 대하여 서로 대칭이 된다.

④ $y = ax^2$ 의 그래프는 원점을 꼭짓점, y 축을 대칭축으로 하는 포물선이다.

⑤ $y = a(x - p)^2$ 의 그래프에서 $a > 0$ 일 때, $p > 0$ 인 x 의 값에 대하여 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

해설

② $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 양의 방향으로 $-p$ 만큼 평행이동 한 것이다.

16. 아래 이차함수 식 가운데 x 축과 교점이 한 개인 것은?

① $y = x^2 - x + 3$　② $y = x^2 + x - 2$

③ $y = x^2 + 1$　④ $y = x^2 - 3x + 4$

⑤ $y = 4x^2 - 4x + 1$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 와 x 축과의 교점의 개수

$b^2 - 4ac > 0$: 2개

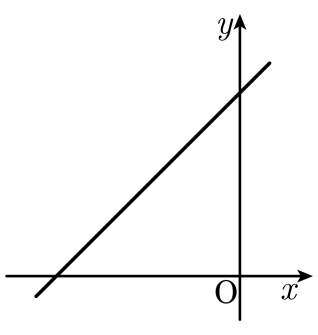
$b^2 - 4ac = 0$: 1개

$b^2 - 4ac < 0$: 0개

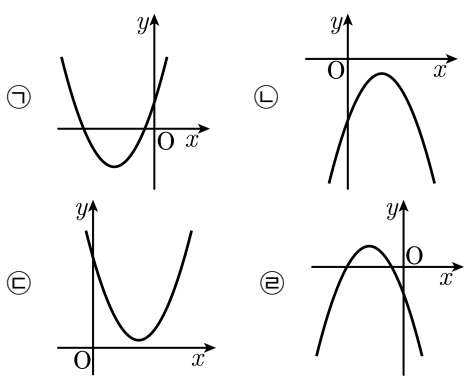
⑤ $(-4)^2 - 4 \times 4 = 0$

따라서 x 축과 한 점에서 만난다.

17. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = -a(x-b)^2 - a$ 의 그래프로 적당한 것을 보기에서 골라라.



보기



▶ 답:

▷ 정답: ㉡

해설

그래프가 오른쪽 위를 향하므로 $a > 0$ 이고 (y절편) > 0 이므로 $b > 0$ 이다.
따라서 $y = -a(x-b)^2 - a$ 의 그래프는 위로 볼록하고, $b > 0$, $-a < 0$ 이므로
꼭짓점이 제 4 사분면 위에 있는 그래프이다.

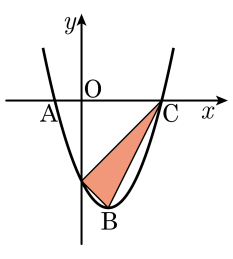
18. 이차함수 $y = -3x^2 - 6x + 2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 (a, b) 이고, y 축과의 교점의 y 좌표가 q 일 때, $\dfrac{a+b}{q}$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$y = -3x^2 - 6x + 2$ 의 식을 $y = a(x+p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면
$y = -3(x^2 + 2x + 1 - 1) + 2$
$y = -3(x+1)^2 + 5$ 이므로
i) 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 5)$ $\therefore a = -1, b = 5$
ii) y 축과 만나는 점의 x 좌표는 0 이므로 $x = 0$ 을 대입하면
$q = 2$
따라서 $\dfrac{a+b}{q} = \dfrac{(-1)+5}{2} = \dfrac{4}{2} = 2$ 이다.

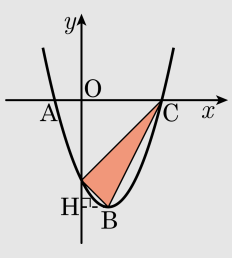
19. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = x^2 - 2x - 3$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점을 A, 꼭짓점을 B, x 축과 만나는 한 점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설



i) A(0, −3)

ii) $y = x^2 - 2x - 3$
$= (x^2 - 2x + 1) - 1 - 3$
$= (x-1)^2 - 4$

$\therefore$ B(1, −4)

iii) $0 = x^2 - 2x - 3$
$= (x-3)(x+1)$

$\therefore$ $x = 3$ 또는 $x = -1$
양수인 x 절편이므로 C(3, 0) 이다.

iv) $\triangle ABC$
$= \square OHBC - \triangle OAC - \triangle AHB$
$= \frac{1}{2} \times (3+1) \times 4 - \frac{1}{2} \times 3 \times 3 - \frac{1}{2} \times 1 \times 1$
$= 8 - \frac{9}{2} - \frac{1}{2} = 3$

20. 일차함수 $y = 2x + 5$ 와 이차함수 $y = x^2 + 6x - 7$ 의 그래프의 교점과 이차함수의 꼭짓점이 이루는 삼각형의 넓이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 60

해설

$y = x^2 + 6x - 7$ 과 $y = 2x + 5$ 의 교점의 좌표를 구하면
$2x + 5 = x^2 + 6x - 7$
$x^2 + 4x - 12 = 0$
$(x + 6)(x - 2) = 0$
$\therefore (-6, -7), (2, 9)$
$y = x^2 + 6x - 7 = (x+3)^2 - 16$ 이므로 꼭짓점은 $(-3, -16)$ 이다.
교점 $(-6, -7), (2, 9)$ 과 꼭짓점 $(-3, -16)$ 이 이루는 삼각형의 넓이는 60 이다.