

1. $A = 4xy^2 - 2x^2y + 3x^2y^2$, $B = x^2y - 3x^2y^2 - 2xy^2$ 일 때, $A + 2B$ 를 간단히 하면?

① xy^2

② x^2y

③ x^2y^2

④ $-2xy^2$

⑤ $-3x^2y^2$

해설

$$\begin{aligned} A + 2B &= (4xy^2 - 2x^2y + 3x^2y^2) + (2x^2y - 6x^2y^2 - 4xy^2) \\ &= -3x^2y^2 \end{aligned}$$

해설

2. 세 다항식 $A = 2x^2y - xy^2 + y^3$, $B = -2xy^2 + 2y^3$, $C = x^3 + y^3$ 에 대하여 $(2A - B) + C$ 를 계산하면?

① $2x^3 - 4x^2y + 3y^3$

② $-x^3 + 2x^2y - y^3$

③ $2x^3 + 4x^2y - y^2$

④ $x^3 + 4x^2y + y^3$

⑤ $x^3 + 4y^3$

해설

$$\begin{aligned}(2A - B) + C \\ &= 4x^2y - 2xy^2 + 2y^3 - (-2xy^2 + 2y^3) + x^3 + y^3 \\ &= x^3 + 4x^2y + y^3\end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned}(2A - B) + C \\ &= x^3 + 4x^2y + y^3\end{aligned}$$

3. 두 다항식 A, B 에 대하여 연산 Δ, ∇ 를 $A\Delta B = 2A + B$, $A\nabla B = A - 3B$ 로 정의한다.

$A = 2 + 3x^2 - x^3$, $B = x^2 + 3x + 1$ 일 때 $A\nabla(B\Delta A)$ 를 구하면?

- ① $2x^3 - 18x - 10$
- ② $2x^3 - 12x^2 - 18x - 10$
- ③ $2x^3 + 12x^2 + 18x + 10$
- ④ $2x^3 + 12x^2 + 18x - 10$
- ⑤ $2x^3 - 12x^2 + 18x + 10$

해설

$$\begin{aligned} A\nabla(B\Delta A) &= A\nabla(2B + A) \\ &= A - 3(2B + A) = -2A - 6B \end{aligned}$$

위와 같이 식을 간단히 정리한 후 A, B 에 대입하여 정리한다.

4. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 2$ 를 $x^2 - x + 1$ 로 나눈 나머지가 $x + 3$ 이 되도록 a, b 의 값을 정할 때, ab 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = -6$

해설

검산식을 사용

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 = (x^2 - x + 1) \cdot A + (x + 3)$$

$$A = (x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 - (x + 3) = (x^2 - x + 1)(x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + (b - 1)x - 1 = (x^2 - x + 1)(x - 1) \quad \therefore p = -1$$

우변을 정리하면

$$\therefore a = -2, b = 3$$

$$\therefore ab = -6$$

5. 다항식 $f(x)$ 를 $x - \frac{1}{2}$ 으로 나눌 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 라고 할 때, $f(x)$ 를 $2x - 1$ 으로 나눌 때의 몫과 나머지는?

- ① 몫 : $2Q(x)$ 나머지 : $\frac{1}{2}R$ ② 몫 : $2Q(x)$ 나머지 : R
③ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$ 나머지 : $\frac{1}{2}R$ ④ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$ 나머지 : R
⑤ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$ 나머지 : $2R$

해설

$x - \frac{1}{2}$ 에 2를 곱하면 $2x - 1$

$$f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)Q(x) + R = (2x - 1)\frac{1}{2}Q(x) + R$$

6. 등식 $2x^2 - 3x - 2 = a(x-1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x-1)$ 가 x 값에 관계없이 항상 성립할 때, 상수 $a + b + c$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면

$$-2 = 2a \quad \therefore a = -1$$

양변에 $x = 1$ 을 대입하면

$$-3 = -b \quad \therefore b = 3$$

양변에 $x = 2$ 를 대입하면

$$0 = 2c \quad \therefore c = 0$$

$$\therefore a + b + c = 2$$

7. 다음 식이 x 에 대한 항등식이 되도록 A , B 의 값을 정할 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

$$4x - 6 = A(x + 1) - B(x - 1)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

x 에 대한 항등식이므로 x 의 값에 관계없이 항상 성립한다.
따라서 $x = -1$ 을 양변에 대입하면,
 $4 \times (-1) - 6 = A(-1 + 1) - B(-1 - 1)$
 $-10 = 2B \quad \therefore B = -5$
또, $x = 1$ 을 양변에 대입하면,
 $4 \times 1 - 6 = A(1 + 1) - B(1 - 1)$
 $-2 = 2A \quad \therefore A = -1$
 $\therefore A = -1, B = -5$
 $\therefore A + B = -6$

해설

우변을 전개해서 내림차순으로 정리하면,
 $4x - 6 = (A - B)x + A + B$
 $\therefore A + B = -6$

8. 등식 $3x^2 + 5x = a(x-1)^2 + b(x+1) + c$ 가 x 에 관한 항등식이 되도록 하는 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b-c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

우변을 전개하여 계수비교법으로 미정계수를 구한다.

$$\begin{aligned} 3x^2 + 5x &= a(x-1)^2 + b(x+1) + c \\ &= ax^2 + (-2a+b)x + a+b+c \end{aligned}$$

$$a = 3, -2a + b = 5, a + b + c = 0$$

$$\therefore a = 3, b = 11, c = -14$$

$$\therefore a + b - c = 28$$

해설

수치대입법으로 미정계수를 구해도 된다.

양변에 $x = 0$ 을 대입하면

$$0 = a + b + c \cdots \textcircled{A}$$

양변에 $x = 1$ 을 대입하면

$$8 = 2b + c \cdots \textcircled{B}$$

양변에 $x = -1$ 을 대입하면

$$-2 = 4a + c \cdots \textcircled{C}$$

$\textcircled{A}, \textcircled{B}, \textcircled{C}$ 을 연립하면

$$a = 3, b = 11, c = -14$$

$$\therefore a + b - c = 28$$

9. 다음 등식 $a(x-1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x-1) = 2x^2 - 3x - 2$ 가 x 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, abc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면, $2a = -2$

$\therefore a = -1$

양변에 $x = 1$ 을 대입하면, $-b = -3$

$\therefore b = 3$

양변에 $x = 2$ 을 대입하면, $2c = 0$

$\therefore c = 0$

$\therefore abc = 0$

10. 등식 $2x^2 - 3x - 2 = a(x - 1)(x - 2) + bx(x - 2) + cx(x - 1)$ 이 x 에 관한 항등식이 되도록 하는 상수 a, b, c 에 대하여 $a + 2b + 3c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면

$$-2 = 2a \quad \therefore a = -1$$

양변에 $x = 1$ 을 대입하면

$$-3 = -b \quad \therefore b = 3$$

양변에 $x = 2$ 를 대입하면

$$0 = 2c \quad \therefore c = 0$$

$$\therefore a + 2b + 3c = 5$$

11. 다항식 $x^3 + ax + b$ 가 다항식 $x^2 - x + 1$ 로 나누어 떨어지도록 상수 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

나누어 떨어지려면 나머지가 0이어야 하므로

$x^2 = x - 1$ 을 대입하면

$$ax + (b - 1) = 0$$

이 등식이 x 에 대한 항등식이므로,

$$a = 0, b - 1 = 0$$

$$\therefore a = 0, b = 1$$

$$\therefore a + b = 1$$

해설

$$x^3 + ax + b$$

$$= (x^2 - x + 1)Q(x)$$

$$= (x^2 - x + 1)(x + b)$$

$$\therefore b = 1, a = 0$$

12. 다항식 $(x^3 + x^2 - 2x - 1)^5$ 을 전개한 식이 $a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \cdots + a_{14}x^{14} + a_{15}x^{15}$ 일 때, $a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \cdots + a_{14} - a_{15}$ 의 값을 구하면?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} &(x^3 + x^2 - 2x - 1)^5 \\ &= a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \cdots + a_{14}x^{14} + a_{15}x^{15} \\ &\text{양변에 } x = -1 \text{ 을 대입하면} \\ &(-1 + 1 + 2 - 1)^5 = a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \cdots + a_{14} - a_{15} = 1 \end{aligned}$$

13. 다음 중 $x^4 - x^2$ 의 인수가 아닌 것은?

① x

② $x - 1$

③ $x + 1$

④ $x^3 - x$

⑤ x^4

해설

$$\begin{aligned}x^4 - x^2 &= x(x^3 - x) \\&= x^2(x^2 - 1) \\&= x^2(x - 1)(x + 1)\end{aligned}$$

14. x 에 대한 다항식 $x^3 - 2x^2 - x + 2$ 가 $(x+a)(x+b)(x+c)$ 로 인수분해될 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값은? (단, a, b, c 는 상수)

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = (x+1)(x-1)(x-2)$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = (-1)^2 + 1^2 + 2^2 = 6$$

15. 사차방정식 $x^4 + x^3 - 3x^2 - x + 2$ 을 인수분해 했을 때 인수가 아닌 것은?

- ① $x - 1$
- ② $x + 1$
- ③ $x + 2$
- ④ $(x - 1)^2$
- ⑤ $(x + 1)^2$

해설

조립제법을 이용한다.

1	1	1	-3	-1	2
		1	2	-1	-2
1	1	2	-1	-2	0
		1	3	2	
-1	1	3	2	0	
		-1	-2		
-2	1	2	0		
		-2			
	1	0			

$x^4 + x^3 - 3x^2 - x + 2 = (x - 1)^2(x + 1)(x + 2)$

16. 다음 등식 $x+y+(2x-y)i=2+7i$ 를 만족하는 두 실수 x, y 에 대하여 xy 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$)

① 3

② -3

③ 0

④ 5

⑤ -5

해설

$$x+y+(2x-y)i=2+7i$$

$$\Rightarrow x+y-2+(2x-y-7)i=0$$

$$\Rightarrow x+y-2=0, 2x-y-7=0$$

$$\text{연립하면, } x=3, y=-1$$

17. $z = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$ 일 때, $z^{100} = (a+bi)z$ 를 만족시키는 실수 a, b 에 대하여 ab 의 값을 구하면?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ 1

해설

$$z^2 = \left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^2 = i \text{ 이므로}$$

$$z^{100} = (z^2)^{50} = i^{50} = (i^4)^{12} \cdot i^2 = -1$$

$$\begin{aligned} \therefore -1 &= (a+bi) \left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(a-b) + \frac{1}{\sqrt{2}}(a+b)i \end{aligned}$$

따라서 복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(a-b) = -1, \quad \frac{1}{\sqrt{2}}(a+b) = 0$$

$$\therefore a = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \quad b = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore ab = -\frac{1}{2}$$

18. $\alpha = 1 + i, \beta = 1 - i$ 일 때, $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}$ 의 값은?

① i

② $-i$

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

$$\begin{aligned}\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} &= \frac{1-i}{1+i} + \frac{1+i}{1-i} = \frac{(1-i)^2 + (1+i)^2}{(1+i)(1-i)} \\ &= \frac{(1-2i+i^2) + (1+2i+i^2)}{1-i^2} \\ &= \frac{2+2i^2}{1-(-1)} = \frac{2-2}{2} = 0\end{aligned}$$

19. $x = 1 + \sqrt{2}i, y = 1 - \sqrt{2}i$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$x + y = 2, \quad xy = 3$$

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 2^2 - 2 \times 3 = 4 - 6 = -2$$

20. 다음 계산 과정에서 최초로 틀린 부분은?

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{-2}} &= \boxed{\text{㉠}} \frac{\sqrt{8} \cdot \sqrt{-2}}{\sqrt{-2} \cdot \sqrt{-2}} \\ &= \boxed{\text{㉡}} \frac{\sqrt{-16}}{\sqrt{-2} \cdot \sqrt{-2}} \\ &= \boxed{\text{㉢}} \frac{\sqrt{-16}}{2} \\ &= \boxed{\text{㉣}} \frac{4i}{2} \\ &= \boxed{\text{㉤}} = \sqrt{-4}\end{aligned}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

$\sqrt{-2}\sqrt{-2} = \sqrt{2}i\sqrt{2}i = 2i^2 = -2$
따라서 최초로 틀린 부분은 ㉢이다.

21. 방정식 $x^3 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을 α , $x^2 - \alpha x + 1 = 0$ 의 한 근을 β 라 할 때, $\beta^3 + \frac{1}{\beta}$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$\alpha^3 - 3\alpha + 1 = 0 \text{에서 } \alpha^3 - 3\alpha = -1$$

$$\beta^2 - \alpha\beta + 1 = 0 \text{에서 양변을 } \beta \text{로 나누면}$$

$$\beta + \frac{1}{\beta} = \alpha (\because \beta \neq 0)$$

$$\begin{aligned} \therefore \beta^3 + \frac{1}{\beta} &= \left(\beta + \frac{1}{\beta}\right)^3 - 3\beta \cdot \frac{1}{\beta} \left(\beta + \frac{1}{\beta}\right) \\ &= \alpha^3 - 3\alpha = -1 \end{aligned}$$

22. 이차방정식 $2x^2 - 4x + 5 = 0$ 의 두 근을 α 와 β 라 할 때, $\alpha^3 + \beta^3$ 의 값은?

- ① -7 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 7

해설

$2x^2 - 4x + 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = \frac{5}{2}$$

$$\begin{aligned}\alpha^3 + \beta^3 &= (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) = 2^3 - 3 \times \frac{5}{2} \times 2 \\ &= 8 - 15 = -7\end{aligned}$$

23. 이차방정식 $x^2 - 2x + a + 1 = 0$ 의 두 근이 서로 다른 부호의 실근을 가질 때, a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a < -1$

해설

(두 근의 곱) = $a + 1 < 0 \quad \therefore a < -1$

24. 포물선 $y = -x^2 + kx$ 와 직선 $y = x + 1$ 이 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 k 의 범위는?

- ① $k > 2, k < -1$ ② $k > 3, k < -1$ ③ $k > 1, k < -1$
④ $k > 3, k < -2$ ⑤ $k > 3, k < -3$

해설

포물선과 직선이 다른 두 점에서 만나므로
 $-x^2 + kx = x + 1, x^2 + (1 - k)x + 1 = 0$ 에서
 $D = (1 - k)^2 - 4 > 0$
 $k^2 - 2k - 3 = (k - 3)(k + 1) > 0$
 $\therefore k > 3$ 또는 $k < -1$

25. 이차함수 $y = x^2 - 2ax - 2b^2 - 4a + 4b - 6$ 의 그래프가 x 축에 접할 때,

$a^2 + b^2$ 의 값은? (단, a, b 는 실수)

- ① 2 ② 5 ③ 8 ④ 10 ⑤ 13

해설

$x^2 - 2ax - 2b^2 - 4a + 4b - 6 = 0$ 에서

$$\frac{D}{4} = a^2 - (-2b^2 - 4a + 4b - 6) = 0$$

$$\therefore (a + 2)^2 + 2(b - 1)^2 = 0$$

이 때, a, b 가 실수이므로 $a + 2 = 0, b - 1 = 0$

따라서 $a = -2, b = 1$ 이므로

$$a^2 + b^2 = 5$$

26. 이차함수 $y = x^2 - 2ax + 2am - 2m + b$ 의 그래프가 m 의 값에 관계없이 x 축에 접할 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

① -1 ② 1 ③ 3 ④ 4 ⑤ 6

해설

이차방정식 $x^2 - 2ax + 2am - 2m + b = 0$ 에서

$$\frac{D}{4} = a^2 - (2am - 2m + b) = 0$$

$$\therefore a^2 - 2am + 2m - b = 0$$

이 식이 m 의 값에 관계없이 성립하므로

$$(2 - 2a)m + (a^2 - b) = 0 \text{에서}$$

$$2 - 2a = 0, a^2 - b = 0$$

따라서 $a = 1, b = 1$ 이므로 $ab = 1$

27. 이차함수 $y = -x^2 + 10x - 13$ 의 최댓값을 m , 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + x + 1$ 의 최솟값을 n 이라고 할 때, mn 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$y = -x^2 + 10x - 13 = -(x - 5)^2 + 12$$

$$\text{최댓값 } m = 12$$

$$y = \frac{1}{2}x^2 + x + 1 = \frac{1}{2}(x + 1)^2 + \frac{1}{2}$$

$$\text{최솟값 } n = \frac{1}{2}$$

$$\therefore mn = 12 \times \frac{1}{2} = 6$$

28. 다음 삼차방정식을 풀었을 때 두 허근의 합을 구하여라.

$$x^3 - x^2 + x - 6 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$f(x) = x^3 - x^2 + x - 6$ 으로 놓으면 $f(2) = 8 - 4 + 2 - 6 = 0$ 이므로 $f(x)$ 는 $x - 2$ 를 인수로 갖는다.

2		1	-1	1	-6
			2	2	6
		1	1	3	0

위의 조립제법에서 $f(x) = (x - 2)(x^2 + x + 3)$ 이므로 주어진 방정식은 $(x - 2)(x^2 + x + 3) = 0$

$\therefore x = 2, x = \frac{-1 \pm \sqrt{11}i}{2}$

두 허근의 합은 -1

29. 연립방정식 $\begin{cases} x-2y=1 \\ xy-y^2=6 \end{cases}$ 의 해를 구하면 $x=p, y=q$ 또는 $x=r, y=s$ 이다. $p+q+r+s$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{cases} x-2y=1 & \cdots \textcircled{A} \\ xy-y^2=6 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

①에서 $x=2y+1 \cdots \cdots \textcircled{C}$

②을 ②에 대입하여 정리하면

$$y^2+y-6=0(y-2)(y+3)=0$$

$$\therefore y=2, -3$$

$y=2, y=-3$ 을 ③에 대입하면

$$\text{각각 } x=5, x=-5$$

$$\therefore x=5, y=2 \text{ 또는 } x=-5, y=-3$$

30. $x^2 + ax + b = 0$, $x^2 + bx + a = 0$ 이 단 한 개의 공통근을 가진다.
 $-1 \leq a \leq 0$ 일 때 $a^2 + b^2$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{9}{2}$

해설

공통근을 α 라 하면

$$\alpha^2 + a\alpha + b = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$\alpha^2 + b\alpha + a = 0 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} : (a - b)(\alpha - 1) = 0 \text{에서}$$

$$a \neq b \text{이므로 } \alpha = 1$$

$$1 + a + b = 0 \text{에서 } b = -a - 1$$

$$a^2 + b^2 = a^2 + (-a - 1)^2 = 2a^2 + 2a + 1$$

$$= 2 \left(a + \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{1}{2}$$

$$-1 \leq a \leq 0 \text{이므로 } M = 1, m = \frac{1}{2}$$

31. 두 이차방정식 $x^2 + kx + 3 = 0$, $x^2 + x + 3k = 0$ 이 공통인 실근 α 를 가질 때, $\alpha - k$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

공통근이 α 이므로
 $\alpha^2 + k\alpha + 3 = 0 \dots\dots\textcircled{1}$
 $\alpha^2 + \alpha + 3k = 0 \dots\dots\textcircled{2}$
 $\textcircled{1} - \textcircled{2}$ 에서 $(k - 1)\alpha - 3(k - 1) = 0$,
 $(k - 1)(\alpha - 3) = 0$
(i) $k = 1$ 인 경우 두 이차방정식이 $x^2 + x + 3 = 0$ 으로 일치하여
공통근은 갖지만 실근이 아니므로 부적합하다.
(ii) $\alpha = 3$ 인 경우 $9 + 3k + 3 = 0 \therefore k = -4$
 $\therefore \alpha - k = 7$

32. $1 \leq x \leq 8$, $2 \leq y \leq 5$ 일 때, $x - y$ 의 값의 범위는?

① $-9 \leq x - y \leq 10$

② $-4 \leq x - y \leq 6$

③ $-3 \leq x - y \leq 4$

④ $2 \leq x - y \leq 40$

⑤ $3 \leq x - y \leq 13$

해설

$$1 - 5 \leq x - y \leq 8 - 2$$

33. $3x + y = 1$ 이고 $1 \leq x \leq 5$ 일 때, y 의 최댓값과 최솟값의 합은?

- ① -20 ② -16 ③ -12 ④ -8 ⑤ 4

해설

$x = \frac{1-y}{3}$ 이므로 $1 \leq x \leq 5$ 에 대입하면

$$1 \leq \frac{1-y}{3} \leq 5, \quad 3 \leq 1-y \leq 15$$

$$2 \leq -y \leq 14$$

$$\therefore -14 \leq y \leq -2$$

따라서 y 의 최댓값은 -2 , 최솟값은 -14 이므로 합은 -16

34. 150 개의 배를 바구니에 담는데 한 바구니에 담을 때 10 개씩 담으면 배가 남게 되고, 11 개씩 담게 되면 마지막 바구니를 다 채우지 못한다. 이 때, 바구니의 개수는 몇 개인가?

▶ 답: 개

▶ 정답 : 14개

해설

문제에서 구하고자 하는 바꾸니의 개수를 x 라고 놓자.
 10 개씩 모든 바꾸니를 채우면 배의 개수는 $10x$ 이고, 11 개씩 모든 바꾸니를 채우면 배의 개수는 $11x$ 이다. 그러나 배의 개수가 10 개씩 채운 개수보다 많고 11 개씩 채운 개수보다는 적으므로 이를 식으로 나타내면 $10x < 150 < 11x$ 이다.

이를 연립부등식으로 표현하면 $\begin{cases} 10x < 150 \\ 11x > 150 \end{cases}$ 이고, 간단히 하

면, $\begin{cases} x < 15 \\ x > \frac{150}{11} \end{cases}$ 이다. 이를 다시 나타내면 $\frac{150}{11} < x < 15$ 이다.

$\frac{150}{11} = 13.6363\cdots$ 이므로, 바구니의 개수는 14 개이다.

35. 사탕을 포장하는데 한 박스에 4개씩 넣으면 12개가 남고, 6개씩 넣으면 3개 이상 5개 미만이 남는다고 한다. 전체 사탕의 개수는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 28개

해설

묶음의 수를 x 묶음이라 하면
사탕의 수 : $(4x + 12)$ 개
 $6x + 3 \leq 4x + 12 < 6x + 5$
$$\begin{cases} 6x + 3 \leq 4x + 12 \\ 4x + 12 < 6x + 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x \leq 9 \\ -2x < -7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \leq \frac{9}{2} \\ x > \frac{7}{2} \end{cases}$$

 $\frac{7}{2} < x \leq \frac{9}{2}$ 에서 x 는 자연수이어야 하므로 $x = 4$
 $\therefore$ 사탕의 수는 $4 \times 4 + 12 = 28$ (개) 이다.

36. 부등식 $|x+1|+|x-2|<5$ 를 만족하는 정수 x 의 개수는?

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$|x+1|+|x-2|<5$
구간을 나누어 부등식을 풀어보면
i) $x<-1$ 일 때
 $-x-1-x+2<5$
 $x>-2$
 $\therefore -2<x<-1$: 정수 없음
ii) $-1\leq x<2$ 일 때
 $x+1-x+2<5$
 $2<5$: 항상 성립
 $\therefore -1\leq x<2$: 정수 $-1, 0, 1$
iii) $x\geq 2$ 일 때
 $x+1+x-2<5$
 $x<3$
 $\therefore 2\leq x<3$: 정수 2
만족하는 정수 $-1, 0, 1, 2$ 이므로 4개

37. 부등식 $|x - 1| < 2$ 을 풀면?

① $-1 < x < 0$

② $-1 < x < 3$

③ $1 < x < 3$

④ $x < -1$ 또는 $x > 3$

⑤ $\frac{1}{2} < x < 1$

해설

$$\begin{aligned} |x - 1| < 2 \text{에서 } -2 < x - 1 < 2 \\ \therefore -1 < x < 3 \end{aligned}$$

38. 이차부등식 $x^2 + 2x + a < 0$ 의 해가 $-4 < x < 2$ 일 때, a 의 값을 구하여라.(단, a 는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

해가 $-4 < x < 2$ 이므로

$$(x+4)(x-2) < 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = x^2 + 2x + a$$

$$\therefore a = -8$$

39. 다음 연립부등식을 풀어라.

$$\begin{cases} x^2 - 2x + 1 \leq 0 \\ x^2 + 2x + 2 \geq 0 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

해설

$$x^2 - 2x + 1 \leq 0 \rightarrow (x - 1)^2 \leq 0$$

$(x - 1)^2$ 은 항상 0 이상이므로

만족하는 해는 $x = 1$ 이 유일

$$x^2 + 2x + 2 = (x + 1)^2 + 1 > 0$$

$$\rightarrow (x + 1)^2 + 1 \geq 1$$

$\therefore$ 모든 실수

$$\therefore x = 1$$

40. 다음 연립부등식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} 2x - 4 > 0 \\ 2x^2 - 3x + 1 > 0 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > 2$

해설

부등식 $2x - 4 > 0$ 에서

$$x > 2 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

부등식 $2x^2 - 3x + 1 > 0$ 에서

$$(2x - 1)(x - 1) > 0$$

$$\therefore x > 1 \quad \text{또는} \quad x < \frac{1}{2} \cdots \cdots \textcircled{2}$$

따라서, 구하는 해는 ①과 ②를

동시에 만족하는 x 의 값이므로

$$\therefore x > 2$$