

1.  $\frac{7}{15}$  의 분모에 45를 더하였을 때, 분수의 크기가 같으려면 분자에 얼마를 더해야 하는지 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$60 = 15 + 45 = 15 \times 4$  이므로

$$\frac{7}{15} = \frac{7 \times 4}{15 \times 4} = \frac{28}{60} \text{ 입니다.}$$

따라서, 분자에  $28 - 7 = 21$  을 더해 주어야 합니다.

2. 보기와 같이 분모가 8 인 진분수 중 기약분수는 모두 4 개입니다. 다음과 같이 분모가 각각 21, 22, 23, 24, 25 인 진분수 중에서 기약분수의 개수가 가장 적은 것은 어느 것인지 구하시오.

보기

$$\frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{7}{8}$$

①  $\frac{\square}{21}$

②  $\frac{\square}{22}$

③  $\frac{\square}{23}$

④  $\frac{\square}{24}$

⑤  $\frac{\square}{25}$

해설

기약분수가 되려면 분자에 올 수 있는 수는 분모와 공약수가 1 뿐이어야 합니다.

각 분수의 분자에 올 수 있는 수의 개수는 다음과 같습니다.

① 1, 2, 4, 5, 8, 10, 11, 13, 16, 17, 19, 20 → 12 개

② 1, 3, 5, 7, 9, 13, 15, 17, 19, 21 → 10 개

③ 1 ~ 22 → 22 개

④ 1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 → 8 개

⑤ 5, 10, 15, 20 을 제외한 나머지 → 20 개

3.  $\frac{3}{5}$  보다 크고  $\frac{8}{9}$  보다 작은 분수 중에서 분자가 12 인 기약분수를 모두 고르시오.

①  $\frac{12}{13}$

②  $\frac{12}{17}$

③  $\frac{12}{18}$

④  $\frac{12}{19}$

⑤  $\frac{12}{23}$

### 해설

분자의 최소공배수를 활용합니다.

$$\frac{24}{40} < \frac{12 \times 2}{\square \times 2} < \frac{24}{27} \text{ 와 같이}$$

분자를 같게 한 후 분모를 비교하여  
40 보다 작고 27 보다 큰 수 중에서  
2 의 배수를 모두 구하면 됩니다.

$$\square = 14, 15, 16, 17, 18, 19 \text{ 이므로}$$

기약분수는  $\frac{12}{17}, \frac{12}{19}$  입니다.

4.  $\frac{5}{7}$  보다 크고  $\frac{12}{13}$  보다 작은 분수 중에서 분자가 15 인 기약분수를 모두 구하시오.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $\frac{15}{17}$

▷ 정답 :  $\frac{15}{19}$

### 해설

$$\frac{60}{84} < \frac{15 \times 4}{\square \times 4} < \frac{60}{65} \text{와 같이}$$

분자를 같게 한 후

분모를 비교하여 84보다 작고,

65보다 큰 수 중 4의 배수를 찾습니다.

4의 배수는 68, 72, 76, 80이므로 기약분수로

나타낸 분수의 분모는 17, 18, 19, 20 입니다.

따라서, 기약분수는  $\frac{15}{17}$ ,  $\frac{15}{19}$  입니다.

5.  $\frac{2}{5}$  보다 크고  $\frac{4}{9}$  보다 작은 분수 중에서 분자가 8인 분수의 분모를 쓰시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$$\frac{4}{9} < \frac{8}{\square} < \frac{2}{5} \rightarrow \frac{8}{18} < \frac{8}{\square} < \frac{8}{20}$$

구하는 분수는  $\frac{8}{19}$  입니다.

6.  안에 들어갈 수 있는 자연수들의 합은 얼마인지 구하시오.

$$\frac{3}{8} < \frac{\square}{5} < \frac{9}{10}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

### 해설

세 분수의 분모를 40 으로 통분해 보면

$$\frac{15}{40} < \frac{\square \times 8}{40} < \frac{36}{40} \text{ 이므로}$$

$$15 < \square \times 8 < 36 \text{ 입니다.}$$

따라서  $\square$  안에 들어갈 수는 2, 3, 4 이므로

$$2 + 3 + 4 = 9 \text{ 입니다.}$$

7. 두 수의 합이 75이고, 작은 수를 큰 수로 나누면  $\frac{12}{13}$  가 됩니다. 이러한 두 자연수를 구하시오.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

▷ 정답 : 39

#### 해설

$\frac{12}{13}$  와 크기가 같은 분수를 구하면

$\frac{24}{26}, \frac{36}{39}, \dots$  이므로 이 중에서

분모, 분자의 합이 75가 되는 경우를 찾으면

$\frac{36}{39}$  이다. 따라서 구하고자 하는 두 자연수는

36과 39입니다.

8. 나열된 수 중에서  $\frac{93}{124}$  과 크기가 같은 분수는 모두 몇 개인지 구하시오.

$$\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}, \dots, \frac{1}{100}, \frac{2}{100}, \dots, \frac{100}{100}$$

▶ 답 :        개

▷ 정답 : 25 개

해설

$$\frac{93}{124} = \frac{93 \div 31}{124 \div 31} = \frac{3}{4} \text{ 이므로}$$

$\frac{3}{4}$  과 크기가 같은 분수는

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} = \frac{15}{20} = \dots = \frac{66}{88} = \frac{69}{92} = \frac{72}{96} = \frac{75}{100}$$

입니다.

따라서  $\frac{3}{4}$  과 크기가 같으면서 분자 분모가 100보다 적은 분수는 25개입니다.

9. 어떤 분수의 분모와 분자에 각각 11 씩 더하였더니  $\frac{32}{83}$  가 되었습니다.  
어떤 분수와 크기가 같은 분수 중에서 분모가 20 보다 크고 30 보다 작은 분수를 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $\frac{7}{24}$

해설

$\frac{32}{83}$  의 분모와 분자에 11을 더하기 전은

$$\frac{32-11}{83-11} = \frac{21}{72} \text{ 이고,}$$

이 분수와 크기가 같은 분수를 찾으면

$$\frac{21}{72} = \frac{21 \div 3}{72 \div 3} = \frac{7}{24} \text{ 입니다.}$$

10. 어떤 분수의 분자에 1 을 더하여 약분하면  $\frac{3}{4}$  이 되고, 분모에서 1 을 빼고 분자에 1 을 더하여 약분하면  $\frac{4}{5}$  가 됩니다. 어떤 분수의 분모와 분자의 차를 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

### 해설

어떤 분수를  $\frac{\Delta}{\square}$  라고 하면,

$$\frac{\Delta + 1}{\square} = \frac{3}{4}, \frac{\Delta + 1}{\square - 1} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} = \dots,$$

$$\frac{4}{5} = \frac{8}{10} = \frac{12}{15} = \frac{16}{20} = \dots \text{에서 분자가 같고}$$

분모의 차가 1이 나는 수는  $\frac{12}{16}$  와  $\frac{12}{15}$  이므로

$$\frac{\Delta + 1}{\square} = \frac{12}{16} \Rightarrow \frac{\Delta}{\square} = \frac{11}{16},$$

$$\frac{\Delta + 1}{\square - 1} = \frac{12}{15} \Rightarrow \frac{\Delta}{\square} = \frac{11}{16}$$

따라서  $16 - 11 = 5$  입니다.

11.  $\frac{\textcircled{7}}{\textcircled{L} \times \textcircled{L}} = \frac{1}{192}$  을 만족하는 가장 작은 자연수  $\textcircled{7}$ ,  $\textcircled{L}$ 을 차례대로 구하시오.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 24

해설

$$192 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$\frac{1}{192} = \frac{3}{(2 \times 2 \times 2 \times 3) \times (2 \times 2 \times 2 \times 3)}$$

$$= \frac{3}{24 \times 24}$$

$$\textcircled{7} = 3, \textcircled{L} = 24$$

12. 다음은 영수와 은혜가 만든 분수입니다. 두 사람이 만든 분수 사이의 기약분수 중에서 분자와 분모의 차가 1 인 분수는 모두 몇 개입니까?

<영수>

분모가 15 인 진분수이다.  $\frac{3}{5}$  보다 크고  $\frac{4}{5}$  보다 작은 기약분수입니다.

<은혜>

1 보다 작은 분수이다. 분모가 8 인 분수 중 가장 큰 분수입니다.

- ① 1 개      ② 2 개      ③ 3 개      ④ 4 개      ⑤ 5 개

### 해설

영수와 은혜가 만든 분수를 각각 구합니다.

영수가 만든 분수는 분모가 15 인 진분수이며,

$\frac{3}{5}$  보다 크고  $\frac{4}{5}$  보다 작은 기약분수입니다.  $\rightarrow \frac{11}{15}$

은혜가 만든 분수는 1 보다 작고

분모가 8 인 분수 중에서 가장 큰 분수  $\frac{7}{8}$  입니다.

$\frac{11}{15}$  과  $\frac{7}{8}$  사이의 분수 중에서

분자와 분모의 차가 1 인 기약분수를 구합니다.

분자와 분모의 차가 1 인 기약분수

$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}, \frac{7}{8}, \dots$  에서

$\frac{11}{15}$  과  $\frac{7}{8}$  사이의 수는

$\frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}$  으로 4 개 입니다.

13.  $\frac{8}{7}$  과  $\frac{22}{10}$  사이에 있는 자연수를 분모로 하는 단위 분수는 어느 것입니까?

①  $\frac{1}{2}$

②  $\frac{1}{3}$

③  $\frac{1}{4}$

④  $\frac{1}{5}$

⑤  $\frac{1}{6}$

해설

$$\left(\frac{8}{7}, \frac{22}{10}\right) \rightarrow \left(\frac{80}{70}, \frac{154}{70}\right)$$

따라서 두 분수 사이에 있는 자연수는 2입니다.

그러므로 이 자연수를 분모로 하는 단위분수는  $\frac{1}{2}$  입니다.

14.  $\frac{3}{5}$  과  $\frac{15}{17}$  사이에 3개의 분수를 넣어  $\frac{3}{5}$  과  $\frac{15}{17}$  를 4등분 하려고 합니다.  
이 3개의 분수를 구하시오.

①  $\frac{7}{9}, \frac{10}{12}, \frac{13}{15}$

②  $\frac{55}{85}, \frac{65}{85}, \frac{75}{85}$

③  $\frac{57}{85}, \frac{63}{85}, \frac{69}{85}$

④  $\frac{56}{85}, \frac{64}{85}, \frac{72}{85}$

⑤  $\frac{59}{85}, \frac{61}{85}, \frac{71}{85}$

### 해설

통분을 이용하면 구할 수 있습니다.

$\frac{51}{85}$  과  $\frac{75}{85}$  사이를 4등분하면  $(75 - 51) \div 4 = 6$  이므로  $\frac{51}{85}$  에서

$\frac{6}{85}$  씩 세 번 띄어 세기를 합니다.

15.  $\frac{1}{4}$  과  $\frac{1}{6}$  사이에 분모가 같은 2개의 분수를 넣어  $\frac{1}{4}$  과  $\frac{1}{6}$  을 3등분 하려고 합니다.  
이 2개의 분수를 구하시오.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답:  $\frac{7}{36}$

▷ 정답:  $\frac{8}{36}$

#### 해설

통분을 이용하면 구할 수 있다.  $\frac{3}{12}$  과  $\frac{2}{12}$  사이에는 간격이 없고,  
 $\frac{6}{24}$ ,  $\frac{4}{24}$  사이에는  $\frac{5}{24}$  밖에 없으므로  $\frac{9}{36}$  와  $\frac{6}{36}$  사이의  $\frac{7}{36}$ ,  $\frac{8}{36}$   
을 구합니다.

16.  $\frac{1}{3}$  과  $\frac{1}{2}$  사이에 4 개의 분수를 넣어  $\frac{1}{3}$  과  $\frac{1}{2}$  사이를 5 등분하려고 합니다.

4 개의 분수가 될 수 없는 것을 고르시오.

①  $\frac{11}{30}$

②  $\frac{2}{5}$

③  $\frac{13}{30}$

④  $\frac{7}{15}$

⑤  $\frac{8}{15}$

### 해설

$\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$ ,  $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$  이므로  $\frac{2}{6}$  와  $\frac{3}{6}$  사이에 4개의 연속된 분수를 넣으려면 분모와 분자에 각각 5를 곱하면 됩니다.

$\frac{2 \times 5}{6 \times 5} = \frac{10}{30}$ ,  $\frac{3 \times 5}{6 \times 5} = \frac{15}{30}$  이므로 4개의 분수는  $\frac{11}{30}$ ,  $\frac{12}{30}$ ,  $\frac{13}{30}$ ,  $\frac{14}{30}$  입니다.

17. 다음은 □와 △ 안에 들어갈 알맞은 자연수를 차례대로 구하시오.

$$\frac{1}{5} < \frac{2}{\square} < \frac{\triangle}{14} < \frac{1}{3}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 8 또는 9

▷ 정답 : 4

### 해설

먼저,  $\frac{1}{5} < \frac{\triangle}{14} < \frac{1}{3}$  에서 210으로 통분하면

$$\frac{42}{210} < \frac{15 \times \triangle}{210} < \frac{70}{210} \text{ 이므로 } 42 < 15 \times \triangle < 70 \text{ 입니다.}$$

따라서, △ 안에 들어갈 자연수는 3, 4입니다.

만약 △가 3이라면,  $\frac{1}{5} < \frac{2}{\square} < \frac{3}{14}$  에서  $\frac{6}{30} < \frac{6}{3 \times \square} < \frac{6}{28}$  이고,

이것은  $28 < 3 \times \square < 30$  이므로 만족하는 자연수 □는 없습니다.

따라서, △는 4이고, 이 때,  $\frac{1}{5} < \frac{2}{\square} < \frac{4}{14}$  에서  $\frac{4}{20} < \frac{4}{2 \times \square} < \frac{4}{14}$

이고

이것은  $14 < 2 \times \square < 20$  이므로 □는 8 또는 9

따라서, □ = 8 또는 9, △ = 4 입니다.

18. 다음 중  안에 알맞은 수를 모두 구하시오.

$$\frac{8}{11} < \frac{32}{\square} < \frac{4}{5}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 41

▷ 정답 : 42

▷ 정답 : 43

해설

분자를 32 로 같게 만들면

$$\frac{8}{11} = \frac{8 \times 4}{11 \times 4} = \frac{32}{44}, \quad \frac{4}{5} = \frac{4 \times 8}{5 \times 8} = \frac{32}{40}$$

$$\frac{32}{44} < \frac{32}{\square} < \frac{32}{40} \text{ 이므로}$$

$$40 < \square < 44, \quad \square = 41, 42, 43$$

19.  $\frac{1}{3}$  보다 크고  $1\frac{6}{7}$  보다 작으며, 분모가 21 인 분수 중에서 기약분수는 모두 몇 개인지 구하시오.

▶ 답 :            개

▷ 정답 : 18 개

#### 해설

$$\frac{1}{3} = \frac{7}{21}, 1\frac{6}{7} = \frac{13}{7} = \frac{39}{21} \text{ 이므로}$$

7 보다 크고 39 보다 작은 수 중에서  
3 과 7 의 배수가 아닌 수를 구하면 됩니다.

3 의 배수 : 10 개, 7 의 배수 : 4 개

3 과 7 의 공배수 : 1 개

$$(\text{분수의 개수}) = 39 - 7 - 1 = 31 (\text{개}),$$

(3 과 7 의 배수의 개수)

$$= 10 + 4 - 1 = 13 (\text{개}) \text{ 이므로}$$

$$(\text{기약분수의 개수}) = 31 - 13 = 18 (\text{개}) \text{ 입니다.}$$