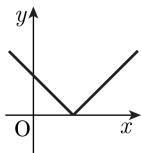
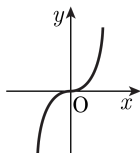


1. 다음 함수 $y = f(x)$ 의 그래프 중 역함수가 존재하는 것은?

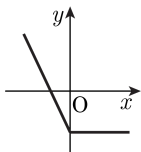
①



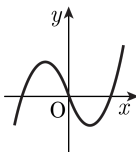
②



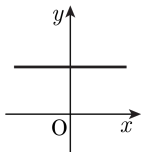
③



④



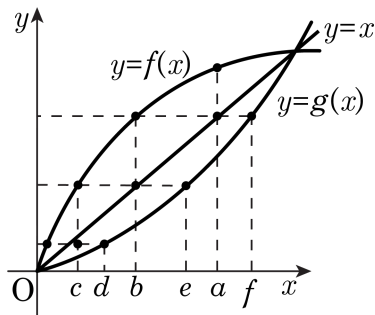
⑤



해설

①, ③, ④, ⑤ 는 일대일 대응이 아니므로 역함수가 존재하지 않는다.

2. 다음 그림은 세 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$, $y = x$ 의 그래프이다. 이때, $(f \circ f \circ g)^{-1}(a)$ 의 값은?



① a

② b

③ c

④ d

⑤ e

해설

$(f \circ f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1} \circ f^{-1} \dots \dots \textcircled{\Gamma}$ 이고

$f^{-1}(a) = k$ 라 하면 $f(k) = a$ 에서 $k = b$

$\therefore f^{-1}(a) = b \dots \dots \textcircled{\text{L}}$

$f^{-1}(b) = l$ 이라 하면 $f(l) = b$ 에서 $l = c$

$\therefore f^{-1}(b) = c \dots \dots \textcircled{\text{E}}$

$g^{-1}(c) = m$ 이라 하면 $g(m) = c$ 에서 $m = d$

$\therefore g^{-1}(c) = d \dots \dots \textcircled{\text{E}}$

$\textcircled{\Gamma}, \textcircled{\text{L}}, \textcircled{\text{E}}, \textcircled{\text{E}}$ 에서

$(f \circ f \circ g)^{-1} = (g^{-1} \circ f^{-1} \circ f^{-1})(a)$

$= g^{-1}[f^{-1}\{f^{-1}(a)\}]$

$= g^{-1}\{f^{-1}(b)\} = g^{-1}(c) = d$

3. 유리식 $\frac{(x-1)(x+2)(x+4)}{x^3+3x^2-4}$ 를 간단히 하면?

① $\frac{x+2}{x-1}$

② $\frac{x+1}{x+2}$

③ $\frac{x+4}{x+2}$

④ $\frac{x+1}{x-2}$

⑤ $\frac{x+4}{x-2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{(x-1)(x+2)(x+4)}{x^3+3x^2-4} &= \frac{(x-1)(x+2)(x+4)}{(x-1)(x+2)^2} \\ &= \frac{x+4}{x+2}\end{aligned}$$

4. $1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x(x-1)}$ 을 계산하면?

① 1

② $\frac{1}{x}$

③ $\frac{1}{x-1}$

④ $\frac{x}{x-1}$

⑤ $\frac{x+1}{x(x-1)}$

해설

$$\begin{aligned} & 1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x(x-1)} \\ &= \frac{x-1}{x} + \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x(x-1)} \\ &= \frac{(x-1)^2 + x}{x(x-1)} - \frac{1}{x(x-1)} \\ &= \frac{x^2 - 2x + x - 1}{x(x-1)} \\ &= \frac{x^2 - x}{x(x-1)} = \frac{x(x-1)}{x(x-1)} = 1 \end{aligned}$$

5. 유리식 $\frac{x^2 + 5x}{x^2 - x - 2} \div \frac{x^2 + 3x - 10}{x^2 - 4x + 4}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{x+1}{x}$

② $\frac{x}{x-1}$

③ $\frac{x}{x+1}$

④ $\frac{x-1}{x}$

⑤ $\frac{x-1}{x+1}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{x(x+5)}{(x-2)(x+1)} \div \frac{(x+5)(x-2)}{(x-2)^2} \\ &= \frac{x(x+5)}{(x-2)(x+1)} \times \frac{(x-2)^2}{(x+5)(x-2)} \\ &= \frac{x}{x+1} \end{aligned}$$

6. 두 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$, $Y = \{0, 1, 2, 3\}$ 에 대하여 다음 중 X 에서 Y 로의 함수인 것은?

① $f : x \rightarrow x$

② $f : x \rightarrow -2|x|$

③ $f : x \rightarrow x^2$

④ $f : x \rightarrow x + 3$

⑤ $f : x \rightarrow |3x| + 1$

해설

③ $y = f(x) = x^2$ 에서

$f(-1) = (-1)^2 = 1 \in Y$, $f(0) = 0^2 = 0 \in Y$, $f(1) = 1^2 = 1 \in Y$
따라서 함수이다.

7. 다음 보기의 함수 중 일대일 대응인 것은 몇 개인가?

보기

㉠ $f(x) = 2x + 1$

㉡ $g(x) = x^2$

㉢ $h(x) = -x$

㉣ $k(x) = |x|$

① 4개

② 3개

③ 2개

④ 1개

⑤ 없다

해설

이 문제는 그래프를 그려서 판단하는 것이 좋다.
하나의 요령은 어떤 함수가 일대일 대응일 경우는
그래프를 그려보면 오직 증가만 하든지
또는 감소만 하는 형태의 그래프가 나타난다.
일대일 대응은 뒤에 역함수에서 활용된다.
(즉, 역함수가 존재하는 함수는 일대일 대응뿐이다.)

㉠은 증가만 하는 일대일 대응,

㉢은 감소만 하는 일대일 대응.

답은 2개

8. 집합 $A = \{0, 1, 2\}$ 에 대하여 A 에서 A 에로의 함수 중 상수함수의 개수는?

① 3

② 6

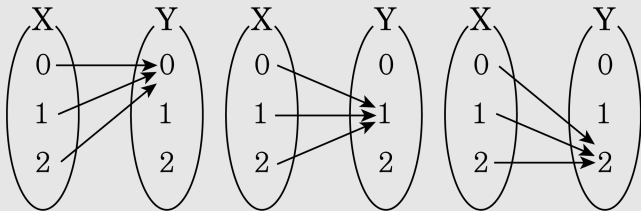
③ 9

④ 12

⑤ 15

해설

상수함수의 개수는 공역의 원소의 개수와 같다.



그러므로 구하는 상수함수의 개수는 3 개이다.

9. 함수 $f(x) = mx + n$ 에 대하여 $f^{-1}(3) = 2$, $(f \circ f)(2) = 7$ 이 성립할 때, 상수 m, n 의 합 $m + n$ 의 값은 얼마인가?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$f^{-1}(3) = 2$ 이므로

역함수의 정의에 의해서

$f(2) = 3$, $(f \circ f)(2) = 7$ 에서 $f(f(2)) = f(3) = 7$

$$2m + n = 3 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$3m + n = 7 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $m = 4, n = -5$

$$\therefore m + n = -1$$

10. 두 집합 $X = \{-2, -1, 0, 1\}$, $Y = \{1, 3, 5, 7\}$ 에 대하여 함수 $f: X \rightarrow Y$ 를 $f(x) = 2x + 5$ 로 정의할 때, $f^{-1}(1) + f^{-1}(5)$ 의 값은 얼마인가?

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

$f^{-1}(1) = a$, $f^{-1}(5) = b$ 로 놓으면

$$f(a) = 1, f(b) = 5$$

$f(x) = 2x + 5$ 이므로

$$f(a) = 1 \text{ 에서 } 2a + 5 = 1 \quad \therefore a = -2$$

$$f(b) = 5 \text{ 에서 } 2b + 5 = 5 \quad \therefore b = 0$$

$$\therefore a + b = -2$$

11. $f(x) = \begin{cases} x^2 & (x < 0) \\ -2x & (x \geq 0) \end{cases}$ 일 때, $(f^{-1} \circ f^{-1})(4)$ 의 값은 얼마인가?

- ① -1 ② 0 ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 4

해설

$(f^{-1} \circ f^{-1})(4) = (f \circ f)^{-1}(4) = a$ 라 놓으면,

$$(f \circ f)(a) = f(f(a)) = 4$$

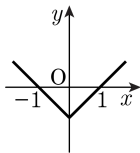
$$f(-2) = (-2)^2 = 4 \text{ 이므로 } f(a) = -2$$

$$\text{또, } f(1) = -2 \cdot 1 = -2$$

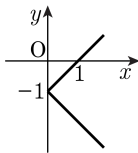
$$\therefore a = 1$$

12. 다음 중 함수 $|y| = x - 1$ 의 그래프를 구하면?

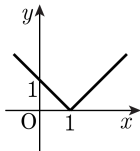
①



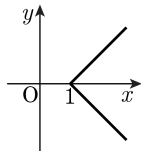
②



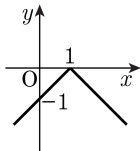
③



④



⑤



해설

$|y| = x - 1$ 에서

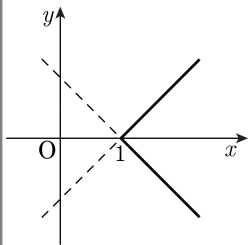
$y \geq 0$ 일 때,

$y = x - 1$

$y < 0$ 일 때,

$-y = x - 1, y = -x + 1$

따라서, 그래프는 다음
그림과 같다.



13. $\frac{2}{x(x+2)} + \frac{2}{(x+2)(x+4)} + \frac{2}{(x+4)(x+6)}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{1}{x}$

② $\frac{2}{x}$

③ $\frac{6}{x(x+6)}$

④ $\frac{2}{x(x+2)}$

⑤ $\frac{2}{x+2}$

해설

이항분리로 푼다.

$$\begin{aligned} & \frac{2}{x(x+2)} + \frac{2}{(x+2)(x+4)} + \frac{2}{(x+4)(x+6)} \\ &= 2 \times \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} + \frac{1}{x+4} \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - \frac{1}{x+6} \right) \right\} \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+6} = \frac{6}{x(x+6)} \end{aligned}$$

14. 1 초에 120바이트를 송신하는 전자 통신망(PC 통신)이 있다. 1블럭을 512바이트라 할 때, 다음 중 60블럭 크기의 자료를 송신하는 데 소요되는 시간의 근삿값은?

① 0.04 초

② 0.4 초

③ 4 초

④ 4분

⑤ 4시간

해설

60(블럭) = 60×512 (바이트) 이므로

$$\begin{aligned}(\text{소요 시간}) &= \frac{60 \times 512}{120} = 256(\text{ 초}) \\ &= \frac{256}{60}(\text{ 분}) \approx 4(\text{ 분})\end{aligned}$$

15. 0이 아닌 실수에서 정의되는 두 함수 $f(x) = 1 - \frac{1}{x}$, $g(x) = 1 - x$ 에 대하여 $h(x) = f(g(x))$ 라고 할 때, $h(x) = \frac{99}{100}$ 를 만족시키는 실수 x 의 값을 구하면?

① 95

② 97

③ 99

④ -97

⑤ -99

해설

$$h(x) = f(g(x)) = f(1-x) = 1 - \frac{1}{1-x}$$

$$= \frac{-x}{1-x} = \frac{x}{x-1}$$

$$h(x) = \frac{99}{100} \text{에서}$$

$$\frac{x}{x-1} = \frac{99}{100}$$

따라서 $x = -99$

16. 다음 함수의 역함수를 구하면?

$$y = x^2 - 3 \text{ (단, } x \geq 0 \text{)}$$

① $y = \sqrt{x+1}$ (단, $x \geq -1$)

② $y = \sqrt{x+2}$ (단, $x \geq -2$)

③ $y = \sqrt{x+3}$ (단, $x \geq -3$)

④ $y = \sqrt{x+4}$ (단, $x \geq -4$)

⑤ $y = \sqrt{x+5}$ (단, $x \geq -5$)

해설

$x \geq 0$ 이면 $y = x^2 - 3 \geq -3$ 이므로 주어진 함수의 치역은 $\{y \mid y \geq -3\}$

한편, $y = x^2 - 3$ 을 x 에 대하여 풀면

$$x^2 = y + 3 \text{ 에서 } x = \pm \sqrt{y+3}$$

이 때, $x \geq 0$ 이어야 하므로

$$x = \sqrt{y+3} \text{ (단, } y \geq -3 \text{)}$$

여기서, x, y 를 서로 바꾸면

$$\text{구하는 역함수는 } y = \sqrt{x+3} \text{ (단, } x \geq -3 \text{)}$$

17. x 에 대한 항등식 $\frac{6-2x^2}{x^3-x^2-x+1} = \frac{A}{1+x} + \frac{B}{1-x} + \frac{C}{(1-x)^2}$ 를 만족시키는 상수 A, B, C 에 대하여 $A^2 + B^2 + C^2$ 의 값은?

① 14

② 13

③ 12

④ 11

⑤ 10

해설

(우변)

$$= \frac{A(x-1)^2 + B(1+x)(1-x) + C(1+x)}{(1+x)(1-x)^2}$$

$$= \frac{(A-B)x^2 + (-2A+C)x + (A+B+C)}{x^3-x^2-x+1}$$

주어진 식의 분자를 비교하면

$$-2x^2 + 6 = (A-B)x^2 + (-2A+C)x + (A+B+C)$$

$$\therefore \begin{cases} A-B = -2 \\ -2A+C = 0 \\ A+B+C = 6 \end{cases}$$

이것을 풀면 $A = 1, B = 3, C = 2$

$$\therefore A^2 + B^2 + C^2 = 1 + 9 + 4 = 14$$

18. $\frac{x+2}{x+1} - \frac{x+3}{x+2} - \frac{x+4}{x+3} + \frac{x+5}{x+4}$ 를 간단히 하면?

- ① $\frac{2(2x+5)}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)}$
 ② $\frac{2}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)}$
 ③ $\frac{2x}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)}$
 ④ $\frac{2(x-1)}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)}$
 ⑤ $\frac{2(x-2)}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)}$

해설

$$\begin{aligned}
 (\text{준 식}) &= \left(1 + \frac{1}{x+1}\right) - \left(1 + \frac{1}{x+2}\right) \\
 &\quad - \left(1 + \frac{1}{x+3}\right) + \left(1 + \frac{1}{x+4}\right) \\
 &= \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+4} \\
 &= \frac{2x+5}{(x+1)(x+4)} - \frac{2x+5}{(x+2)(x+3)} \\
 &= \frac{(2x+5)(x^2+5x+6-x^2-5x-4)}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)} \\
 &= \frac{2(2x+5)}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)}
 \end{aligned}$$

19. $\frac{\sqrt{5}+1}{2} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}}$ 을 만족하는 x 에 대하여 $[x]$ 의 값을 구하

면? ($[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대정수)

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}} &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{x}{x+1}} = 1 + \frac{1}{\frac{2x+1}{x+1}} \\ &= \frac{x+1}{2x+1} + 1 = \frac{x+1+2x+1}{2x+1} \\ &= \frac{3x+2}{2x+1} \end{aligned}$$

$$\frac{3x+2}{2x+1} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

$$(2\sqrt{5} + 2 - 6)x = (3 - \sqrt{5})$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{3 - \sqrt{5}}{2\sqrt{5} - 4} = \frac{(3 - \sqrt{5})(2\sqrt{5} + 4)}{(2\sqrt{5} - 4)(2\sqrt{5} + 4)} \\ &= \frac{2(\sqrt{5} + 1)}{4} = \frac{\sqrt{5} + 1}{2} \end{aligned}$$

$$2 < \sqrt{5} < 3, 3 < \sqrt{5} + 1 < 4$$

$$\frac{3}{2} < \frac{\sqrt{5} + 1}{2} < 2$$

$$[x] = \left[\frac{\sqrt{5} + 1}{2} \right] = 1$$

20. 함수 $f(x) = x + 3$ 에 대하여 $f^1 = f$, $f^{n+1} = f \circ f^n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)
으로 정의할 때, $f^{100}(100)$ 의 값은?

① 300

② 400

③ 500

④ 600

⑤ 700

해설

$$f^1(x) = x + 3$$

$$f^2(x) = f(f^1(x)) = f(x + 3) = x + 6$$

$$f^3(x) = f(f^2(x)) = f(x + 6) = x + 9$$

∴ 이므로

$f^n(x) = x + 3n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) 으로
추정할 수 있다.

따라서, $f^{100}(x) = x + 300$ 이므로

$$f^{100}(100) = 100 + 300 = 400$$

21. $abc = 1$ 일 때,

$$\frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ca+c+1} \text{ 의 값은?}$$

① 1

② 2

③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{2}{3}$

⑤ 3

해설

$$abc = 1 \Rightarrow bc = \frac{1}{a} \text{ 이므로}$$

$$(\text{준식}) = \frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{\frac{1}{a}+b+1} + \frac{c}{ca+c+abc}$$

$$= \frac{a}{ab+a+1} + \frac{ab}{1+ab+a} + \frac{c}{c(a+1+ab)}$$

$$= \frac{a}{ab+a+1} + \frac{ab}{ab+a+1} + \frac{1}{ab+a+1}$$

$$= \frac{ab+a+1}{ab+a+1} = 1$$