

1. 집합 $A = \{1, 2, 4, 8, 16\}$ 에 대하여 $\{1, 2\} \subset X$ 이고 $X \subset A$ 를 만족하는 집합 X 가 될 수 없는 것은?

① $\{1, 2\}$

② $\{1, 2, 4\}$

③ $\{2, 4, 8\}$

④ $\{1, 2, 4, 8\}$

⑤ $\{1, 2, 4, 8, 16\}$

해설

$\{1, 2\} \subset X$ 이고 $X \subset A$ 이므로 A 의 부분집합 중 1, 2를 항상 포함하여야 한다.

그러므로 1을 포함하지 않은 $\{2, 4, 8\}$ 이 집합 X 가 될 수 없다.

2. 두 집합 $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 일 때 $A \subset X \subset B$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 4개

④ 8개

⑤ 16개

해설

집합 X 의 개수는 원소 1, 2를 포함하는 집합 B 의 부분집합의 개수와 같으므로 $2^{5-2} = 2^3 = 8(\text{개})$

3. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A \cup \emptyset = \emptyset$

② $A \cap \emptyset = \emptyset$

③ $(A \cap B) \subset A$

④ $B \subset (A \cup B)$

⑤ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$

해설

① $A \cup \emptyset = A$

4. 두 집합 $A = \{4, 5, a - 1\}$, $B = \{b - 3, 6, 8\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{4, 6\}$ 일 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$A \cap B = \{4, 6\}$ 이므로 $\{4, 6\} \subset \{4, 5, a - 1\}$, $\{4, 6\} \subset \{b - 3, 6, 8\}$ 이다.

그러면 $a - 1 = 6$, $b - 3 = 4$ 가 되어 $a = 7$, $b = 7$ 이다.

따라서 $\frac{b}{a} = \frac{7}{7} = 1$ 이다.

5. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{4, 7\}$ 에 대하여 $A^c \cap B^c$ 은?

① $\{5, 6\}$

② $\{6, 7\}$

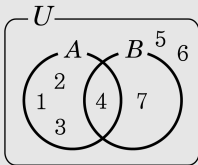
③ $\{4\}$

④ $\{5, 6, 7\}$

⑤ $\{4, 5, 6\}$

해설

$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = (\{1, 2, 3, 4, 7\})^c = \{5, 6\}$ 이다.



6. $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 $A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ 일 때, $B^c - A^c$ 은?

① $\{3\}$

② $\{3, 5\}$

③ $\{4\}$

④ $\{4, 5\}$

⑤ $\{4, 5, 6\}$

해설

$B^c - A^c = A - B = \{3, 4, 5\} - \{1, 2, 3\} = \{4, 5\}$ 이다.

7. 다음 중 ‘모든 평화고등학교 학생들은 평화시에 살고 있다.’의 부정인 명제를 고르면?

- ① 평화시에 살고 있지 않으면 평화고등학교 학생이 아니다.
- ② 평화시에 사는 학생은 평화고등학교 학생이다.
- ③ 모든 평화고등학교 학생들은 평화시에 살고 있지 않다.
- ④ 평화시에 살고 있지 않은 평화고등학교 학생이 적어도 한명은 있다.
- ⑤ 어떤 평화고등학교 학생들은 평화시에 살고 있다.

해설

모든 ~ 이다. : (부정) $\Rightarrow$ 어떤 ~ 아니다.
적어도 ~ 아니다.

8. x 가 양의 실수 일 때, $x^2 + 1 + \frac{1}{x^2}$ 의 최솟값과 그 때의 x 값을 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 1

해설

$x^2 > 0$, $\frac{1}{x^2} > 0$ 이므로

산술평균과 기하평균에 의하여

$$x^2 + 1 + \frac{1}{x^2} \geq 2\sqrt{x^2 \times \frac{1}{x^2}} + 1 \geq 2 + 1 = 3$$

등호는 $x^2 = \frac{1}{x^2}$ 일 때 성립하므로 $x^4 = 1$

따라서 양의 실수 x 는 1이다.

최솟값은 3이고, x 값은 1이다.

9. n 이 자연수이고 집합 A, B 가 $A = \{x \mid x = 3 \times n\}$, $B = \{x \mid x = 3 \times n + 1\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $1 \in A$

② $3 \notin A$

③ $4 \notin B$

④ $7 \in B$

⑤ $8 \in B$

해설

집합 A 의 원소는 3, 6, 9, 12 ... 이고 집합 B 의 원소는 4, 7, 10, ... 이므로 $7 \in B$ 이다.

10. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$,
 $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } 5 \text{의 배수}\}$,
 $C = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}$ 사이의 포함 관계는?

① $A \subset B \subset C$

② $A \subset C \subset B$

③ $B \subset A \subset C$

④ $B \subset C \subset A$

⑤ $C \subset B \subset A$

해설

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$B = \{5, 10\}$$

$$C = \{1, 2, 5, 10\}$$

$$\therefore B \subset C \subset A$$

11. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 일 때, 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $\{0\} \subset A$

㉡ $\emptyset \subset A$

㉢ $0 \notin A$

㉣ $A \not\subset \{2, 3, 1\}$

㉤ $\{1\} \subset A$

㉥ $\{0, 1\} \not\subset A$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉣

해설

㉠ $\{0\} \not\subset A$

㉣ $A \subset \{2, 3, 1\}$

12. 집합 $A = \{2, 4, 6, a, b, c\}$ 일 때, $B \subset A$, $n(B) = 4$ 를 만족하는 집합 B 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 15 개

해설

$\{2, 4, 6, a\}, \{2, 4, 6, b\}, \{2, 4, 6, c\}$
 $\{2, 4, a, b\}, \{2, 4, a, c\}, \{2, 4, b, c\}$
 $\{2, 6, a, b\}, \{2, 6, a, c\}, \{2, 6, b, c\}$
 $\{4, 6, a, b\}, \{4, 6, a, c\}, \{4, 6, b, c\}$
 $\{4, a, b, c\}, \{2, a, b, c\}, \{6, a, b, c\}$

13. 집합 $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 2, 5 를 포함하는 부분집합의 개수가 32 개일 때, n 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

집합 A 의 원소의 개수는 n 개 이므로 원소 2, 5 를 포함하는 부분집합의 개수는

$$2^{n-2} = 32 = 2^5 \quad \therefore n = 7$$

14. 세 조건 p, q, r 에 대하여 항상 옳은 것은?

$$p : x > 2, \quad q : x < 3, \quad r : 2 < x < 3$$

① $p \Rightarrow q$

② $\sim p \Rightarrow r$

③ $\sim q \Rightarrow r$

④ $q \Rightarrow r$

⑤ $\sim p \Rightarrow \sim r$

해설

p, q, r 을 만족하는 집합을 각각 P, Q, R 이라 하면 $R \subset P, R \subset Q$
이므로 $r \rightarrow p, r \rightarrow q$

$\therefore$ 대우 : $\sim p \Rightarrow \sim r, \sim q \Rightarrow \sim r$

15. 다음 중 p 가 q 이기 위한 무슨 조건인지 차례대로 바르게 적은 것은?

(가) $p : a + b$, ab 가 정수, $q : a, b$ 가 모두 정수

(나) $p : a + b$, ab 가 유리수, $q : a, b$ 가 모두 유리수

(다) $p : |a + b| < |a - b|$, $q : a < 0$ 또는 $b < 0$

① (가) 필요, (나) 필요, (다) 필요충분

② (가) 필요, (나) 충분, (다) 필요충분

③ (가) 필요, (나) 필요충분, (다) 충분

④ (가) 충분, (나) 필요충분, (다) 필요

⑤ (가) 충분, (나) 필요, (다) 필요충분

해설

(가)는 $q \rightarrow p$ 가 성립하므로 필요조건이다.

(나) 역시 $q \rightarrow p$ 만 성립하므로 필요조건이다.

(다)는 $p \leftrightarrow q$ 가 성립하므로 필요충분조건이다.

16. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A \cup B) - A = \emptyset$ 이 성립하기 위한 필요충분조건인 것은?

① $A \cap B = \emptyset$

② $A \cap B \neq \emptyset$

③ $A \cap B = A$

④ $A \cup B = A$

⑤ $A \cup B = U$

해설

$$(A \cup B) - A = \emptyset \Leftrightarrow A \cup B = A$$

17. 두 조건 p , q 를 만족하는 집합을 각각 $P = \{a+1, 2\}$, $Q = \{3, 5, 3a-4\}$ 라 할 때, p 는 q 이기 위한 충분조건이다. 이때, 상수 a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

p 는 q 이기 위한 충분조건이므로

$$P \subset Q$$

$$\{a+1, 2\} \subset \{3, 5, 3a-4\}$$

따라서 $3a-4=2$ 이므로 $a=2$

18. 전체집합 $U = \{10, 20, 30, 40, 50, 60\}$ 의 두 부분집합 A, B 가 $A \cup B = U$, $A \cap B = \{30, 50\}$ 을 만족한다. 집합 A, B 의 원소의 합을 각각 $S(A), S(B)$ 라고 할 때, $S(A) + S(B)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 290

해설

$S(A) + S(B)$ 의 값을 구하는 것이므로
각 원소를 아무렇게 배열해도 원소의 합은 같다.

$$\therefore 10 + 20 + 30 + 40 + 50 + 60 + (30 + 50) = 290$$

19. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합은?

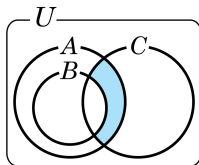
① $A - (B \cap C)$

② $(A - B) \cap C$

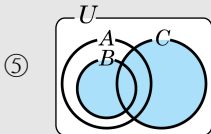
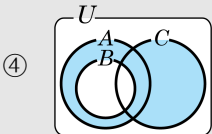
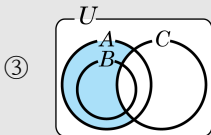
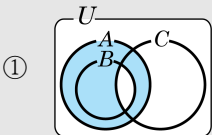
③ $(A \cup B) - C$

④ $(A \cup C) - B$

⑤ $(A \cap B) \cup C$



해설



20. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, 다음 중 다른 하나는?

① $A \cap B$

② $A \cup \emptyset$

③ $(A \cap B) \cap A$

④ $A - B$

⑤ $A - B^c$

해설

④ $A - B = \emptyset$

21. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = 21$, $n(B) = 13$, $n(A \cap B) = 4$, $n(B \cap C) = 5$, $n(C \cap A) = 0$, $n(A \cup B \cup C) = 30$ 일 때, 집합 C 의 부분집합의 개수를 구하여라.

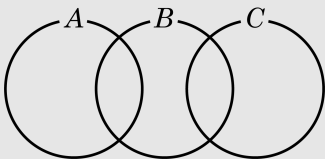
▶ 답 :

개

▷ 정답 : 32 개

해설

- (1) $n(A \cap C) = 0$ 에서 $A \cap C = \emptyset$ 이므로 세 집합 A, B, C 를 그림으로 나타내면 다음과 같다.



- (2) $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C)$
이므로

$$30 = 21 + 13 + n(C) - 4 - 5$$

$$\begin{aligned}\therefore n(C) &= 30 - (21 + 13 - 4 - 5) \\ &= 30 - 25 \\ &= 5\end{aligned}$$

- (3) 따라서 집합 C 의 부분집합의 개수는
 $\therefore 2^5 = 32$ (개)

22. $x + y + z = 4, x^2 + y^2 + z^2 = 6$ 을 만족하는 실수 x, y, z 에 대하여 x 가 취할 수 있는 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $\frac{M}{m}$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x + y + z = 4 \text{에서 } y + z = 4 - x \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 6 \text{에서 } y^2 + z^2 = 6 - x^2 \cdots \textcircled{㉡}$$

코시-슈바르츠의 부등식에 의하여

$$(1^2 + 1^2)(y^2 + z^2) \geq (y + z)^2$$

(단, 등호는 $y = z$ 일 때 성립)

①, ②을 대입하면

$$2(6 - x^2) \geq (4 - x)^2, 3x^2 - 8x + 4 \leq 0$$

$$(3x - 2)(x - 2) \leq 0 \quad \therefore \frac{2}{3} \leq x \leq 2$$

$$\text{따라서 } M = 2, m = \frac{2}{3} \text{이므로 } \frac{M}{m} = 3$$

23. 두 집합 $A = \{2, 4, 6, 8\}$, $B = \{4, 8, 12, 16\}$ 에 대하여 $A * B = A - (A \cap B)$ 라 할 때, $B * (A * B)$ 의 집합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{4, 8, 12, 16\}$

해설

$$A \cap B = \{4, 8\}$$

$$A * B = \{2, 6\}$$

$$B \cap (A * B) = \emptyset$$

$$B * (A * B) = B = \{4, 8, 12, 16\}$$

24. 실수 전체의 집합 R 에서 정의된 함수 $y = f(x)$ 가 있다. R 의 부분집합 S 에 대하여 $f'(S) = \{y \mid y = f(x), x \in S\}$ 라 정의한다. $A = \{x \mid -1 \leq x \leq 3\}$, $B = \{x \mid -1 \leq x \leq 2\}$, $f(x) = x^2$ 일 때, $f(A \cap B)$ 를 $f(A)$ 와 $f(B)$ 로 나타내면?

① $f(A) - f(B)$

② $f(B) - f(A)$

③ $f(A) \cup f(B)$

④ $f(A) \cap f(B)$

⑤ $\{f(A) \cup f(B)\}^c$

해설

i) $A \cap B = \{x \mid -1 \leq x \leq 2\}$ 이므로

$$f(A \cap B) = \{y \mid 0 \leq y \leq 4\}$$

ii) $f(A) = \{y \mid 0 \leq y \leq 9\}$, $f(B) = \{y \mid 0 \leq y \leq 4\}$ 이므로

$$f(A) \cap f(B) = \{y \mid 0 \leq y \leq 4\}$$

$$\therefore f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$$

25. 양수 a, b 에 대하여 다음 식 $a^2 + b + \frac{16}{2a+b}$ 의 최솟값과 그 때의 a, b 의 값을 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 최솟값 = 7

▷ 정답 : $a = 1$

▷ 정답 : $b = 2$

해설

$$a^2 + b + \frac{16}{2a+b}$$

$$= -1 + (a^2 - 2a + 1) + 2a + b + \frac{16}{2a+b}$$

$$= -1 + (a-1)^2 + (2a+b + \frac{16}{2a+b}) \cdots \textcircled{1}$$

$$2a+b + \frac{16}{2a+b} \geq 2\sqrt{(2a+b)(\frac{16}{2a+b})} = 8 \text{에서}$$

$$\text{등호는 } 2a+b = \frac{16}{2a+b} \text{ 일 때 성립하고}$$

$$\text{이때, } 2a+b = 4 \text{ (} a, b \text{는 양수)} \cdots \textcircled{2}$$

①에서 최소는 $a = 1$ 일 때이다.

$\therefore$ ②에서 $a = 1, b = 2$ 일 때 최솟값 : 7