

1. 임의의 실수 x 에 대하여 $x^2 - 3x + 2 = a + bx + cx(x-1) + dx(x-1)(x-2)$ 가 항상 성립할 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하면? (단, a, b, c, d 는 상수)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x = 0$ 을 대입하면 $a = 2$
 $x = 1$ 을 대입하면 $b = -2$
 $x = 2$ 을 대입하면 $c = 1$
3차항은 없으므로 $d = 0$
 $\therefore a + b + c + d = 1$

2. 다음을 연립부등식으로 나타낸 것 중 옳은 것은?

어떤 수 x 에서 4를 빼면 10 보다 작고, x 의 3 배에 3 를 더하면 22 보다 작지 않다.

①
$$\begin{cases} x - 4 < 10 \\ 3x + 3 > 22 \end{cases}$$

②
$$\begin{cases} x - 4 < 10 \\ 3x + 3 < 22 \end{cases}$$

③
$$\begin{cases} x - 4 < 10 \\ 3x + 3 \geq 22 \end{cases}$$

④
$$\begin{cases} x - 4 > 10 \\ 3x + 3 < 22 \end{cases}$$

⑤
$$\begin{cases} x + 4 < 10 \\ 3x - 3 \geq 22 \end{cases}$$

해설

$$\begin{cases} x - 4 < 10 \\ 3x + 3 \geq 22 \end{cases}$$

문제의 뜻에 맞게 세운다.

3. 부등식 $|x - 2| + |x + 3| \geq -2x + 9$ 의 해는?

- ① $x \geq 2$ ② $-3 \leq x \leq 2$ ③ $1 < x \leq 2$
④ $x < 2$ ⑤ 해가 없다.

해설

(i) $x < -3$ 일 때,
 $-2x - 1 \geq -2x + 9, -1 \geq 9$
따라서 이 범위에서 해가 존재하지 않는다.
(ii) $-3 \leq x < 2$ 일 때,
 $5 \geq -2x + 9$
 $2x \geq 4, x \geq 2$ 따라서 이 범위에서 해가 없다.
(iii) $x \geq 2$ 일 때,
 $2x + 1 \geq -2x + 9$
 $4x \geq 8, x \geq 2$ 따라서 이 범위에서의 해는 $x \geq 2$ 이다.
세 범위의 해를 연립하면 결과는
 $\therefore x \geq 2$

4. $\overline{AB} = 7$, $\overline{BC} = 8$, $\overline{AC} = 5$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 할 때, $\overline{AM}$ 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{21}$

해설

$\overline{BM} = 4$, $\overline{AM} = x$ 이므로 중선정리에 의해
 $7^2 + 5^2 = 2(x^2 + 4^2) \therefore x = \sqrt{21}$

5. 두 점 A(3, 6), B(a, 4)의 중점 M과 두 점 C(2, 3), D(-4, b)의 중점 N이 일치한다고 할 때, $a + b$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

중점 M $\left(\frac{3+a}{2}, \frac{6+4}{2}\right)$ 과 중점 N $\left(\frac{2+(-4)}{2}, \frac{3+b}{2}\right)$ 이 일치

하므로

$$\frac{3+a}{2} = \frac{2+(-4)}{2}, 3+a = -2 \therefore a = -5$$

$$\frac{6+4}{2} = \frac{3+b}{2}, 3+b = 10 \therefore b = 7$$

$$\therefore a + b = 2$$

6. 점 $(2, 5)$ 를 지나고 x 축에 평행한 직선이 $y = 3x - 4$ 와 만나는 교점의 좌표는?

① $(2, 2)$

② $(3, 5)$

③ $(4, 5)$

④ $(1, -1)$

⑤ $(1, 2)$

해설

점 $(2, 5)$ 를 지나고
 x 축에 평행한 직선의 방정식은
 $y = 5$ 이므로 구하는 교점은 두 직선

$$\begin{cases} y = 5 & \cdots \textcircled{㉠} \\ y = 3x - 4 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases} \text{의 교점이다.}$$

이 때, $\textcircled{㉠}$ 을 $\textcircled{㉡}$ 에 대입하면 $5 = 3x - 4$

$$\therefore x = 3$$

따라서, 교점의 좌표는 $(3, 5)$ 이다.

7. $(3k+2)x - (k+1)y + 4 = 0$ 은 k 값에 관계없이 한 점 $A(a, b)$ 를 지난다. 이때, $a + b$ 값은?

① 12

② 14

③ 16

④ 18

⑤ 20

해설

준 식 : $(3x - y)k + 2x - y + 4 = 0$

이 식이 k 에 대한 항등식이므로

$$3x - y = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$2x - y + 4 = 0 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} : x = 4, y = 12$$

$$\therefore A(a, b) = (4, 12)$$

$$\therefore a + b = 4 + 12 = 16$$

8. 다항식 $x^3 + ax + b$ 가 다항식 $x^2 - x + 1$ 로 나누어 떨어지도록 상수 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

나누어 떨어지려면 나머지가 0이어야 하므로
 $x^2 = x - 1$ 을 대입하면
 $ax + (b - 1) = 0$
이 등식이 x 에 대한 항등식이므로,
 $a = 0, b - 1 = 0$
 $\therefore a = 0, b = 1$
 $\therefore a + b = 1$

해설

$x^3 + ax + b$
 $= (x^2 - x + 1)Q(x)$
 $= (x^2 - x + 1)(x + b)$
 $\therefore b = 1, a = 0$

9. $x^3 - 2x^2 + a$ 가 $x+3$ 로 나누어 떨어지도록 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 45$

해설

$$\begin{aligned} f(-3) &= (-3)^3 - 2(-3)^2 + a = a - 45 = 0 \\ \therefore a &= 45 \end{aligned}$$

10. 다항식 $2x^3 + ax^2 + bx + 3$ 이 다항식 $2x^2 - x - 3$ 으로 나누어 떨어질 때, $a + b$ 의 값은 ?

① 3

② 1

③ -1

④ -2

⑤ -5

해설

$$2x^3 + ax^2 + bx + 3 = (2x^2 - x - 3)Q(x) \\ = (x + 1)(2x - 3)Q(x)$$

$$x = -1 \text{ 일 때, } -2 + a - b + 3 = 0$$

$$\therefore a - b = -1 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$x = \frac{3}{2} \text{ 일 때, } \frac{27}{4} + \frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b + 3 = 0$$

$$27 + 9a + 6b + 12 = 0$$

$$\therefore 3a + 2b = -13 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}} \text{ 에서 } a = -3, b = -2$$

$$\therefore a + b = (-3) + (-2) = -5$$

11. x 가 실수 일 때, 다음 중 $x + \frac{1}{x}$ 의 값이 될 수 없는 것은? (단, $x \neq 0$)

① -5

② -2

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

$x + \frac{1}{x} = t$ 라 하고,

양변에 x 를 곱하면

$$x^2 + 1 = tx$$

$x^2 - tx + 1 = 0$ 에서 x 는 실수이므로

$$D = t^2 - 4 \geq 0 \quad \therefore t^2 \geq 4, t \leq -2 \text{ 또는 } t \geq 2$$

12. 이차부등식 $x^2 + 2x + a < 0$ 의 해가 $-4 < x < 2$ 일 때, a 의 값을 구하여라.(단, a 는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

해가 $-4 < x < 2$ 이므로

$$(x+4)(x-2) < 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = x^2 + 2x + a$$

$$\therefore a = -8$$

13. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - 1 < x + 1 < x^2 - 3x + 1 \\ x + 3 > -x + 2 \end{cases}$ 의 해가 $a < x < b$ 일 때,

$2a + b$ 의 값은?

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

해설

$$\begin{cases} \overset{(가)}{x^2-1 < x+1} < \overset{(나)}{x^2-3x+1} \\ x+3 > -x+2 \cdots (다) \end{cases}$$

(가)에서 $x^2 - x - 2 < 0, (x - 2)(x + 1) < 0$

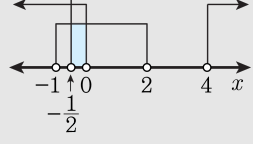
$\therefore -1 < x < 2$

(나)에서 $x^2 - 4x > 0, x(x - 4) > 0$

$\therefore x < 0$ 또는 $x > 4$

(다)에서 $2x > -1$

$\therefore x > -\frac{1}{2}$



$-\frac{1}{2} < x < 0$

따라서 $a = -\frac{1}{2}, b = 0$ 이므로 $2a + b = -1 + 0 = -1$

14. 세 꼭짓점의 좌표가 각각 $A(a, 3)$, $B(-1, -5)$, $C(3, 7)$ 인 $\triangle ABC$ 가 $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형이 되도록 하는 상수 a 의 값들의 합은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 가 직각이므로

피타고라스의 정리에 의해

$$\overline{AB}^2 + \overline{CA}^2 = \overline{BC}^2 \dots \textcircled{1}$$

이때, 세 점 $A(a, 3)$, $B(-1, -5)$, $C(3, 7)$ 에 대하여

$$\overline{AB}^2 = (-1 - a)^2 + (-5 - 3)^2 = a^2 + 2a + 65$$

$$\overline{CA}^2 = (a - 3)^2 + (3 - 7)^2 = a^2 - 6a + 25$$

$$\overline{BC}^2 = (3 + 1)^2 + (7 + 5)^2 = 160 \text{ 이므로}$$

$$\textcircled{1} \text{에 의해 } 2a^2 - 4a + 90 = 160$$

$$\therefore a^2 - 2a - 35 = 0$$

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해 a 의 값들의 합은 2이다.

15. 두 점 A(1, 2), B(-3, 4) 를 지나는 직선에 평행하고 y 절편이 -1 인 직선의 방정식은 $y = ax + b$ 이다. 이 때, $a + b$ 의 값은 ?

① -2 ② $-\frac{3}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

해설

직선 $y = ax + b$ 는 두 점 A(1, 2), B(-3, 4) 를 지나는 직선에 평행하므로 기울기는 같다.

$$\therefore a = \frac{2-4}{1-(-3)} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

또, y 절편이 -1 이므로 $b = -1$

$$\therefore a + b = -\frac{1}{2} + (-1) = -\frac{3}{2}$$

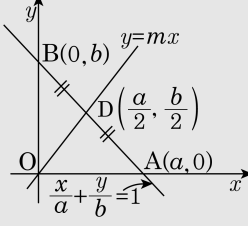
16. 직선 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ 과 x 축, y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 직선 $y = mx$ 가 이등분할 때, m 의 값은? (단, $a > 0, b > 0$)

- ① $\frac{b}{a}$
- ② $\frac{a}{b}$
- ③ $\frac{b}{2a}$
- ④ $\frac{a}{2b}$
- ⑤ $\frac{2a}{b}$

해설

다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 의 중점을 $D\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right)$ 라 하면 $\triangle OAD = \triangle OBD$ 이므로 직선 $y = mx$ 가 점 D 를 지나야 한다.

$$\therefore m = \frac{\frac{b}{2}}{\frac{a}{2}} = \frac{b}{a}$$



17. 이차방정식 $x^2 - ay^2 - 4x + 2y + k = 0$ 이 원을 나타낼 때 두 괄호에 들어갈 알맞은 값의 합을 구하여라.

$a = (\qquad), k < (\qquad)$

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

원의 방정식이 되기 위해서는 x^2 의 계수와 y^2 의 계수가 같아야 하므로 $a = -1$
또한, 준식을 표준형으로 나타내면,
 $x^2 - 4x + y^2 + 2y + k = 0$ 에서
 $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 5 - k$
여기서, $5 - k > 0$ 이어야 하므로 $k < 5$

18. x 에 대한 삼차식 $x^3 + ax^2 + bx + 3$ 이 $x^2 + 1$ 로 나누어떨어질 때, 상수 a, b 의 값을 정하면?

① $a = -1, b = 3$

② $a = 1, b = 3$

③ $a = 3, b = -1$

④ $a = -3, b = -1$

⑤ $a = 3, b = 1$

해설

$$\begin{aligned}x^3 + ax^2 + bx + 3 &= (x^2 + 1)(x + c) \\ &= x^3 + cx^2 + x + c\end{aligned}$$

$$\therefore a = c, b = 1, c = 3$$

$$\therefore a = 3, b = 1$$

19. $(x^3 + 2x^2 - 3x + 2)^4(2x - 1)^7$ 을 전개했을 때, 모든 계수들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$(x^3 + 2x^2 - 3x + 2)^4 \cdot (2x - 1)^7$
 $= a_0x^{19} + a_1x^{18} + a_2x^{17} + \cdots + a_{19}$ 로 놓으면
계수들의 총합 $a_0 + a_1 + \cdots + a_{19}$ 는 양변에 $x = 1$ 을 대입한
결과와 같으므로 항등식의 성질에서
 $(1 + 2 - 3 + 2)^4 \cdot (2 - 1)^7 = 2^4 = 16$

20. x 에 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나누면 나머지가 5이고, $x-3$ 으로 나누면 나머지가 9이다. 이 다항식을 $(x-2)(x-3)$ 으로 나눌 때의 나머지를 구하면?

① $x-1$

② $2x+3$

③ $4x-3$

④ $4x+3$

⑤ $3x-1$

해설

나머지 정리에서 $f(2) = 5$, $f(3) = 9$

$f(x) = (x-2)(x-3)Q(x) + ax + b$ 라 놓으면,

$f(2) = 2a + b = 5$, $f(3) = 3a + b = 9$ 을

연립하여 풀면 $a = 4$, $b = -3$

$\therefore$ 나머지는 $4x-3$

21. 이차항의 계수가 모두 1인 두 다항식의 최대공약수가 $x-2$ 이고, 최소공배수가 $(x+1)(x-2)(x-3)$ 인 두 이차식을 구하면?

① $(x+1)(x-2), (x-2)(x-3)$

② $(x+1)(x-2)(x-3), (x-2)$

③ $(x+1)^2, (x-2)(x-3)$

④ $(x+1)(x-3), (x-2)(x-3)$

⑤ $(x+1)(x-2), (x+1)(x-3)$

해설

두 다항식은 $(x-2)a, (x-2)b$ (a, b 는 서로소)

최소공배수는 $(x-2)ab = (x+1)(x-2)(x-3)$

$a = x+1, b = x-3$ (또는 $a = x-3, b = x+1$)

따라서 두 다항식은 $(x-2)(x+1), (x-2)(x-3)$

22. $4x^2 - 3x + 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $(3\alpha - 2)(3\beta - 2)$ 의 값을 구하면?

㉠ 4 ㉡ 5 ㉢ 6 ㉣ 7 ㉤ 8

해설

근과 계수의 관계에 의해

$$\alpha + \beta = \frac{3}{4}, \alpha\beta = \frac{1}{2}$$

$$(3\alpha - 2)(3\beta - 2) = 9\alpha\beta - 6(\alpha + \beta) + 4$$

$$= 9 \cdot \frac{1}{2} - 6 \cdot \frac{3}{4} + 4$$

$$= \frac{9}{2} - \frac{9}{2} + 4 = 4$$

23. 이차방정식 $x^2 + 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \frac{1}{\beta}, \beta + \frac{1}{\alpha}$ 를 두 근으로 하는 이차항의 계수가 1인 이차방정식을 구하면?

- ① $x^2 + 6x + 4 = 0$
- ② $x^2 + 6x - 4 = 0$
- ③ $x^2 + 4 = 0$
- ④ $x^2 - 6x + 4 = 0$
- ⑤ $x^2 - 6x - 4 = 0$

해설

근과 계수와의 관계에 의해서
두 근 α, β 에 대해 $\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = 1$

두 근을 $\alpha + \frac{1}{\beta}, \beta + \frac{1}{\alpha}$ 로 하는

방정식에서

$$\begin{aligned} \text{두 근의 합} &\Rightarrow \left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right) + \left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right) \\ &= (\alpha + \beta) + \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}\right) \\ &= (\alpha + \beta) + \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} \\ &= (-3) + \frac{-3}{1} = -6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{두 근의 곱} &\Rightarrow \left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right) \left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right) \\ &= \alpha\beta + 2 + \frac{1}{\alpha\beta} = 4 \end{aligned}$$

$$\therefore x^2 - (-6)x + 4 = x^2 + 6x + 4 = 0$$

24. x, y, z 가 실수일 때, 다음 식의 최댓값을 구하여라.

$4x - x^2 - y^2 - z^2 + 5$

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$4x - x^2 - y^2 - z^2 + 5$
 $= -(x^2 - 4x) - y^2 - z^2 + 5$
 $= -(x - 2)^2 - y^2 - z^2 + 9$
 x, y, z 는 실수이므로
 $(x - 2)^2 \geq 0, y^2 \geq 0, z^2 \geq 0$
따라서 $4x - x^2 - y^2 - z^2 + 5$ 는
 $x - 2 = 0, y = 0, z = 0$ 일 때,
최댓값 9를 갖는다.

25. 가로와 세로의 길이의 합이 20 인 직사각형의 넓이를 y 라고 할 때, y 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 100

해설

가로의 길이를 x , 세로의 길이를 $20 - x$ 라고 하자.

$$y = x \times (20 - x)$$

$$= -x^2 + 20x$$

$$= -(x^2 - 20x)$$

$$= -(x - 10)^2 + 100$$

따라서 100이 최댓값이다.

26. $3 < 11 - 4x \leq 15$ 일 때, x 가 될 수 있는 정수를 모두 써라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

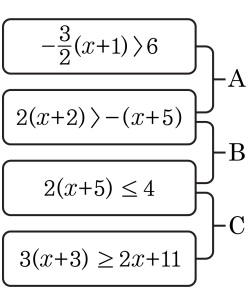
▷ 정답 : 0

▷ 정답 : 1

해설

$3 < 11 - 4x \leq 15$ 에서
 $-8 < -4x \leq 4$,
 $2 > x \geq -1$
따라서 만족하는 x 는 $x = -1, 0, 1$

27. 다음 네 개의 부등식을 두 개씩 연립하였을 때의 해를 A, B, C 라고 할 때, 해가 없는 것을 모두 골라라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : A

▷ 정답 : B

▷ 정답 : C

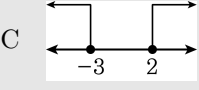
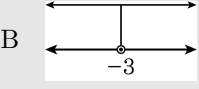
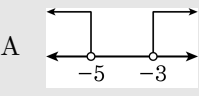
해설

$$\begin{aligned} -\frac{3}{2}(x+1) &> 6 \\ -3x-3 &> 12 \\ -3x &> 15 \\ x &< -5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2(x+2) &> -(x+5) \\ 2x+4 &> -x-5 \\ 3x &> -9 \\ x &> -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2(x+5) &\leq 4 \\ x+5 &\leq 2 \\ x &\leq -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3(x+3) &\geq 2x+11 \\ 3x+9 &\geq 2x+11 \\ x &\geq 2 \end{aligned}$$



A 는 해가 없다.

B 는 해가 없다.

C 는 해가 없다.

28. 연립부등식 $3x - 2 \leq 5x + 8 \leq 4x + a$ 의 해가 $b \leq x \leq 9$ 일 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수)

① -6

② -4

③ 12

④ 14

⑤ 22

해설

$$3x - 2 \leq 5x + 8, 3x - 5x \leq 8 + 2, -2x \leq 10$$

$$\therefore x \geq -5$$

$$5x + 8 \leq 4x + a, 5x - 4x \leq a - 8$$

$$\therefore x \leq a - 8$$

$$-5 \leq x \leq a - 8$$

그런데 해가 $b \leq x \leq 9$ 이므로

$$b = -5, a - 8 = 9$$

$$\therefore a + b = 17 + (-5) = 12$$

29. 부등식 $(a - b)x + (b - 2a) > 0$ 의 해가 $x > \frac{3}{2}$ 일 때, 부등식 $ax^2 + (a + 2b)x + (a + 3b) < 0$ 의 해를 구하면?

- ① $3 < x < 7$
- ② $-3 < x < 1$
- ③ $x < 2, x > 3$
- ④ $-1 < x < 2$
- ⑤ $x < -2, x > 4$

해설

$(a - b)x > 2a - b$ 의 해가 $x > \frac{3}{2}$ 이라면
 $a - b > 0, \frac{2a - b}{a - b} = \frac{3}{2}$ 이어야 한다.
 $\therefore a = -b, b < 0$
준 부등식 $-bx^2 + bx + 2b < 0$ 에서
 $x^2 - x - 2 < 0, (x - 2)(x + 1) < 0$
 $\therefore -1 < x < 2$

30. 임의의 실수 x 에 대하여 $x^2 + 2ax + 2a + 3 \geq 0$ 이 성립하기 위한 상수 a 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 + 2ax + 2a + 3 \geq 0$ 이 항상 성립할 조건은

$$D/4 = a^2 - 2a - 3 = (a + 1)(a - 3) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq a \leq 3$$

a 의 최솟값은 -1

31. 이차부등식 $ax^2 - bx + c < 0$ 의 해가 $x < -1$ 또는 $x > 3$ 일 때, 이차부등식 $ax^2 + cx + b > 0$ 의 해는?

- ① $-2 < x < 1$ ② $-1 < x < 0$ ③ $1 < x < 2$
④ $1 < x < 3$ ⑤ $2 < x < 5$

해설

$x < -1$ 또는 $x > 3$ 인 해를 갖는 이차항계수가
1인 이차부등식은 $(x+1)(x-3) > 0$ 이므로,
 $ax^2 - bx + x < 0$ 의 a 가 음수이고,
이 부등식은 $a(x+1)(x-3) < 0$ 과 같다.
따라서 $b = 2a$, $c = -3a$ 이고 주어진 부등식
 $ax^2 - 3ax + 2a = a(x^2 - 3x + 2)$
 $= a(x-2)(x-1) > 0$ 이 된다.
 $a < 0$ 이므로 만족하는 해는 $(x-1)(x-2) < 0$ 에서
 $1 < x < 2$

32. 세 점 A(6, 1), B(-1, 2), C(2, 3)을 꼭지점으로 하는 삼각형 ABC의 외심의 좌표를 구하면?

- ① (2, -1)
- ② (2, -2)
- ③ (3, -2)
- ④ (2, 2)
- ⑤ (1, -2)

해설

외심의 좌표를 $O(a, b)$ 라 하면 $\overline{OA} = \overline{OB}$
즉, $\overline{OA}^2 = \overline{OB}^2$ 이므로
 $(a - 6)^2 + (b - 1)^2 = (a + 1)^2 + (b - 2)^2$
 $\therefore 7a - b = 16 \cdots \textcircled{1}$
 $\overline{OA} = \overline{OC}$
즉 $\overline{OA}^2 = \overline{OC}^2$ 이므로
 $(a - 6)^2 + (b - 1)^2 = (a - 2)^2 + (b - 3)^2$
 $\therefore 2a - b = 6 \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $a = 2, b = -2$
 $\therefore O(2, -2)$

33. 좌표평면상의 점 $P(2, 3)$ 에 대하여, 점 P 를 지나고 $\overline{OP}$ 에 수직인 직선의 방정식은?

① $x - 2y = 5$

② $2x + 3y = 13$

③ $x + 3y = 10$

④ $2x + y = 13$

⑤ $3x - 2y = 10$

해설

$\overline{OP}$ 의 기울기가 $\frac{3}{2}$ 이므로

수직인 직선의 기울기는 $-\frac{2}{3}$ 이다.

그리고 $(2, 3)$ 을 지나므로

$$\Rightarrow y = -\frac{2}{3}(x - 2) + 3$$

$$\Rightarrow 2x + 3y = 13$$

34. 세 직선 $3x + y = 7$, $2x + y = k$, $kx - 5y = 5$ 이 한 점 $P(a, b)$ 에서 만날 때 $a + b$ 의 최댓값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$3x + y = 7 \cdots \textcircled{A}$
 $2x + y = k \cdots \textcircled{B}$
 $kx - 5y = 5 \cdots \textcircled{C}$
 $\textcircled{A}$ 과 $\textcircled{B}$ 의 교점은 $(7 - k, -14 + 3k)$ 이므로
 $\textcircled{C}$ 에 대입하면 $k^2 + 8k - 65 = 0$
 $\therefore k = 5$ 또는 -13
 $\therefore P(a, b) = (2, 1)$ 또는 $(20, -53)$
 $\therefore a + b$ 의 최댓값은 $2 + 1 = 3$

35. 다음 두 원 $x^2 + y^2 = 36$, $(x-6)^2 + (y-8)^2 = 4$ 의 공통외접선과 공통내접선의 길이의 합을 구하면?
- ① $2 + \sqrt{19}$ ② $1 + 3\sqrt{11}$ ③ $\sqrt{13} + \sqrt{31}$
- ④ $6 + 2\sqrt{21}$ ⑤ $5 + 4\sqrt{51}$

해설

두 원의 반지름의 길이는 각각 6, 2 이고,
두 원의 중심을 각각 O, O' 이라고 할 때,
O (0, 0), O' (6, 8) 이므로 중심거리는
 $\sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ 이다. (i) 다음 그림
과 같이 점 O' 에서 OH 에 내린 수선의
발을 T 라고 하면
 $\overline{TH} = \overline{O'H'} = 2$ 이므로
 $\overline{OT} = 6 - 2 = 4$
한편, $\triangle OTO'$ 은 직각삼각형이므로
피타고라스의 정리에 의하여

$$\overline{O'T} = \sqrt{\overline{OO'}^2 - \overline{OT}^2} = \sqrt{10^2 - 4^2} = 2\sqrt{21}$$

이 때, $\overline{HH'} = \overline{O'T}$ 이므로 구하는 공통외접선의 길이는 $2\sqrt{21}$
(ii) 다음 그림과 같이 점 O 에서 O'H' 의 연장선에 내린 수선의
발을 T 라고 하면
 $\overline{TH'} = \overline{OH} = 6$ 이므로 $\overline{O'T} = 6 + 2 = 8$

한편, $\triangle OTO'$ 은 직각삼각형이므로 피타고라스의 정리에 의하여

$$\overline{OT} = \sqrt{\overline{OO'}^2 - \overline{O'T}^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$$

이때, $\overline{HH'} = \overline{OT}$ 이므로 구하는 공통내접선의 길이는 6
(i), (ii) 에서 구하는 길이의 합은 $2\sqrt{21} + 6$