

1. $|x+1| + |x-2| = x+3$ 을 만족하는 해의 합을 구하면?

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

i) $x < -1$ 일 때,

$$-x-1-x+2 = x+3$$

$$\therefore x = -\frac{2}{3} \text{ (모순)}$$

ii) $-1 \leq x < 2$ 일 때,

$$x+1-x+2 = x+3$$

$$\therefore x = 0$$

iii) $x \geq 2$ 일 때,

$$x+1+x-2 = x+3$$

$$\therefore x = 4$$

2. 이차방정식 $x^2 + 2x + 3 = 0$ 의 해를 구하기 위해 완전제곱식으로 고쳐 $(x+a)^2 = b$ 를 얻었다. 이때, 상수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$x^2 + 2x + 3 = 0$ 를 완전제곱식으로 고치면

$$(x^2 + 2x + 1) + 2 = 0, \quad (x+1)^2 = -2$$

$$\therefore a = 1, b = -2$$

$$\therefore a - b = 3$$

3. 이차방정식 $(2 - \sqrt{3})x^2 - 2(\sqrt{3} - 1)x - 6 = 0$ 의 두 근 중 큰 근에 가장 가까운 정수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

이차항의 계수를 유리수로 고치기 위해 방정식의 양변에 $2 + \sqrt{3}$ 을 곱하면

$$x^2 - 2(\sqrt{3} + 1)x - (12 + 6\sqrt{3}) = 0$$

근의 공식을 이용해 위 방정식을 풀면

$$x = (\sqrt{3} + 1) \pm \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2 + 12 + 6\sqrt{3}}$$

$$= (\sqrt{3} + 1) \pm 2\sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$$

$$= (\sqrt{3} + 1) \pm 2(\sqrt{3} + 1)$$

$$\therefore x = 3\sqrt{3} + 3 \text{ 또는 } x = -\sqrt{3} - 1$$

큰 근은 $3\sqrt{3} + 3$

그런데 $\sqrt{3} \approx 1.7\dots$ 이므로

가장 가까운 정수는 8이다.

4. 이차방정식 $x^2 - 14kx + 96k = 0$ 의 두 근의 비가 3 : 4일 때, 양수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $k = 2$

해설

두 근을 3α , 4α 라고 하면
근과 계수의 관계에 의하여

$$3\alpha + 4\alpha = 14k \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$3\alpha \cdot 4\alpha = 96k \dots\dots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} \text{에서 } 7\alpha = 14k \therefore \alpha = 2k \dots\dots \textcircled{㉢}$$

$$\textcircled{㉡} \text{에서 } 12\alpha^2 = 96k \therefore \alpha^2 = 8k \dots\dots \textcircled{㉣}$$

$$\textcircled{㉢} \text{을 } \textcircled{㉣} \text{에 대입하면 } 4k^2 = 8k, 4k(k - 2) = 0$$

$$\therefore k = 0 \text{ 또는 } k = 2$$

따라서 양수 k 의 값은 $k = 2$ 이다.

5. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근의 합이 2, 곱이 3일 때, 이차방정식 $f(2x+1) = 0$ 의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면

$f(\alpha) = 0, f(\beta) = 0$ 이고 조건에서

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = 3$$

$f(2x+1) = 0$ 에서

$$2x+1 = \alpha \quad \text{또는} \quad 2x+1 = \beta$$

$$\therefore x = \frac{\alpha-1}{2} \quad \text{또는} \quad x = \frac{\beta-1}{2}$$

따라서 $f(2x+1) = 0$ 의 근은 $\frac{\alpha-1}{2}, \frac{\beta-1}{2}$

$$\text{이때 두 근의 합} \quad \frac{\alpha-1}{2} + \frac{\beta-1}{2}$$

$$= \frac{\alpha + \beta - 2}{2} = \frac{2 - 2}{2} = 0$$