

1. 6보다 작은 짝수의 집합을 A 라고 할 때, 기호 \in , \notin 이 옳게 사용된 것을 보기에서 모두 고르면?

보기

㉠ $1 \notin A$

㉡ $2 \in A$

㉢ $3 \in A$

㉣ $4 \notin A$

㉤ $5 \in A$

㉥ $6 \notin A$

① ㉠, ㉡, ㉥

② ㉡, ㉣, ㉥

③ ㉠, ㉢, ㉤, ㉥

④ ㉠, ㉢, ㉣, ㉥

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤, ㉥

해설

집합 A 의 원소는 2, 4이다.

옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉥이다.

2. 집합 $A = \{x \mid x = 3 \times n - 1, n = 5 \text{ 미만의 자연수}\}$ 일 때, 집합 A 의 모든 원소의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 26

해설

$A = \{2, 5, 8, 11\}$ 이므로 모든 원소의 합은 $2 + 5 + 8 + 11 = 26$ 이다.

3. 두 집합 $A = \{21, 24, 27, 30\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 50 \text{ 이하의 } 5 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $n(A) + n(B)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 14

해설

$A = \{21, 24, 27, 30\}$, $B = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50\}$ 이므로
 $n(A) = 4$, $n(B) = 10$ 이다.
 $\therefore 4 + 10 = 14$

4. 집합 $A = \{1, 2, \{3, 4\}, \emptyset\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

㉠ $\{1\} \subset A$

㉡ $\{3, 4\} \notin A$

㉢ $\emptyset \subset A$

㉣ $\{\emptyset\} \notin A$

㉤ $\{1, 2, \{3, 4\}, \emptyset\} \subset A$

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢, ㉤

④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

㉣ $\{\emptyset\} \subset A$

5. 집합 $A = \{3, 5, 7\}$ 의 부분집합을 모두 고르면? (정답 2개)

① $\{\emptyset\}$

② $\{3, 4, 5\}$

③ $\{3\}$

④ $\{\{7\}\}$

⑤ $\{3, 5, 7\}$

해설

집합 A 의 부분집합 : $\emptyset, \{3\}, \{5\}, \{7\}, \{3, 5\}, \{3, 7\}, \{5, 7\}, \{3, 5, 7\}$

6. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{ 이하의 짝수}\}$ 일 때, A 의 진부분집합을 모두 구한 것은?

① $\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}$

② $\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}$

③ $\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}, \{2, 4, 6\}$

④ $\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{4, 6\}, \{2, 4, 6\}$

⑤ $\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{4, 6\}$

해설

$$A = \{2, 4, 6\}$$

집합 $\{2, 4, 6\}$ 의 부분집합 :

$\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{4, 6\}, \{2, 4, 6\}$

집합 $\{2, 4, 6\}$ 의 진부분집합 :

$\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{4, 6\}$ 이므로 ⑤이다.

7. 집합 $A = \{1, 2, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 1, 2를 포함하지 않는 부분집합의 개수가 8개일 때, 자연수 n 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$2^{(1, 2\text{를 제외한 원소의 개수})} = 2^{n-2} = 8 = 2^3 \quad \therefore n = 5$$

8. 전체집합 $U = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ 이고, 두 부분집합 $A = \{a, c, d, e, h\}$,
 $B = \{b, f, h\}$ 일 때, $A^c \cap B$ 는?

① $\{b\}$

② $\{f\}$

③ $\{b, f\}$

④ $\{h\}$

⑤ $\{b, h\}$

해설

$$A^c = \{b, f, g\}$$

$$B = \{b, f, h\}$$

$$A^c \cap B = \{b, f\}$$

9. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A^c = \{2, 9, 10\}$, $B^c = \{1, 5, 9, 10\}$, $A \cup B = \{1, 2, 5, 7\}$ 일 때, 집합 B 의 원소의 합은?

① 2

② 5

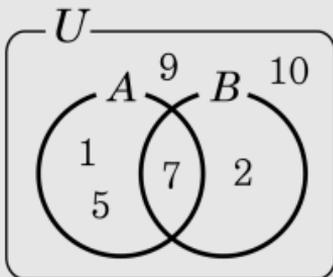
③ 7

④ 9

⑤ 13

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



따라서 $B = \{2, 7\}$ 이므로 집합 B 의 원소의 합은 9이다.

10. 두 집합 $A = \{2, 5, 9, a\}$, $B = \{3, 7, b+2, b-2\}$ 에 대하여 $A - B = \{2, 8\}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

집합 A 에서 $a = 8$ 이고,

$A \cap B = \{5, 9\}$ 이므로

(i) $b + 2 = 5$ 일 때, $b = 3$ 이므로

$B = \{1, 3, 5, 7\} \Rightarrow A \cap B = \{5\}$ (×)

(ii) $b - 2 = 5$ 일 때, $b = 7$ 이므로

$B = \{3, 5, 7, 9\} \Rightarrow A \cap B = \{5, 9\}$ (○)

$\therefore a - b = 8 - 7 = 1$

11. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{7, 9, 10\}$ 이고, $n(A \cup X) = 5$, $n((A - B) \cap X) = 3$ 일 때, 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 4 개

해설

$n(A \cup X) = 5$ 에서 $n(A) = 5$ 이므로 $A \cup X = A$, 즉 $X \subset A$ 가 된다.

또, $n((A - B) \cap X) = n(\{1, 3, 5\} \cap X) = 3$ 에서 $(A - B) \subset X$ 이다. 따라서 $(A - B) \subset X \subset A$ 이므로

1, 3, 5 를 반드시 포함하는 A 의 부분집합의 개수와 같으므로 $2 \times 2 = 4$ (개) 이다.

12. 전체집합 U 의 부분집합 A, B 에서 집합 $(A \cup B) \cap (A - B)^c$ 을 간단히 한 것은?

① \emptyset

② A

③ B

④ U

⑤ $A \cap B$

해설

$$\begin{aligned}(A \cup B) \cap (A - B)^c &= (A \cup B) \cap (A \cap B^c)^c \\ &= (A \cup B) \cap (A^c \cup B) \\ &= (A \cap A^c) \cup B \\ &= B\end{aligned}$$

13. $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 중 적어도 한 개의 홀수를 원소로 가지는 것의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 27 개

해설

공집합과 짝수만을 원소로 가지는 부분집합은 제외한다... $2^5 - 2^2 - 1 = 27(\text{개})$

14. 공집합이 아닌 두 집합 A, B 에 대하여 $A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}$ 라고 정의하자. 집합 $A = \{2, 3, 5, 6\}$, $B = \{1, 5\}$, $C = \{2, 3, 4\}$ 일 때, $n((A \times B) \cap (A \times C))$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

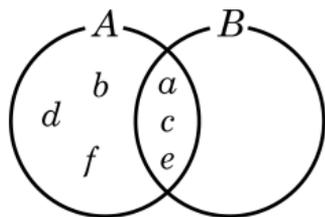
$$A \times B = \{(2, 1), (2, 5), (3, 1), (3, 5), (5, 1), (5, 5), (6, 1), (6, 5)\}$$

$$A \times C = \{(2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (6, 2), (6, 3), (6, 4)\}$$

$$\therefore (A \times B) \cap (A \times C) = \emptyset$$

$$\text{따라서 } n((A \times B) \cap (A \times C)) = 0$$

15. 다음 벤 다이어그램에서 $A = \{a, b, c, d, e, f\}$,
 $A \cap B = \{a, c, e\}$ 가 성립할 때, 다음 중 집합
 B 가 될 수 있는 것은?



- ① $\{a, b, c, d, e\}$ ② $\{a, c, d, e, g\}$ ③ $\{b, d, e, f, g\}$
 ④ $\{a, c, d, e, g\}$ ⑤ $\{a, c, e, g, h\}$

해설

집합 B 는 반드시 $A \cap B = \{a, c, e\}$ 을 포함하여야 한다.
 그러나 A 집합에만 존재하는 원소 b, d, f 는 들어갈 수 없다.

- ① b, d 가 포함되어서 옳지 않다.
 ② d 가 포함되어서 옳지 않다.
 ③ b, d, f 가 포함되어서 옳지 않다.
 ④ d 가 포함되어서 옳지 않다.

16. 두 집합 $A = \{4, 6, x\}$, $B = \{1, 3, x+3\}$ 에 대하여 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 를 만족할 때, x 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

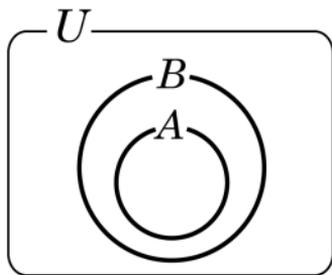
④ 4

⑤ 5

해설

$A \cup B = \{1, 3, 4, 6, x, x+3\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이므로
 $x = 2$, $x+3 = 5$ 이다. 따라서 $x = 2$

17. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 벤 다이어그램을 만족할 때, 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)



① $A - B = \emptyset$

② $B \cap A^c = \emptyset$

③ $B^c \subset A^c$

④ $U \subset (A \cup B)$

⑤ $U - A^c = B$

해설

② $B \cap A^c \neq \emptyset$

④ $(A \cup B) \subset U$

⑤ $U - A^c = A$

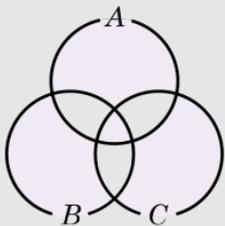
18. 임의의 두 집합 X, Y 에 대하여 연산 \odot 을 $X \odot Y = (X \cup Y) \cap (X^c \cup Y^c)$ 로 정의하자. 1에서 30까지의 자연수 중 2의 배수, 3의 배수, 5의 배수의 집합을 각각 A, B, C 라고 할 때, $(A \odot B) \odot C$ 의 원소의 개수는?

- ① 11개 ② 12개 ③ 13개 ④ 14개 ⑤ 15개

해설

$$\begin{aligned} (X \cup Y) \cap (X^c \cup Y^c) &= (X \cup Y) \cap (X \cap Y)^c \\ &= (X \cup Y) - (X \cap Y) \\ &= (X - Y) \cup (Y - X) \end{aligned}$$

이 정의로부터 $(A \odot B) \odot C$ 를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



이때, $A \cap B$ 는 6의 배수의 집합,
 $B \cap C$ 는 15의 배수의 집합,
 $C \cap A$ 는 10의 배수의 집합,
 $A \cap B \cap C$ 는 30의 배수의 집합이므로
 $n(A) = 15, n(B) = 10, n(C) = 6,$
 $n(A \cap B) = 5, n(B \cap C) = 2, n(C \cap A) = 3,$
 $n(A \cap B \cap C) = 1$

$$\begin{aligned} \therefore n \{ (A \odot B) \odot C \} &= n(A) + n(B) + n(C) \\ &\quad - 2 \{ n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) \} \\ &\quad + 4 \cdot n(A \cap B \cap C) \\ &= 15 + 10 + 6 - 2(5 + 2 + 3) + 4 \\ &= 15 \end{aligned}$$

19. 세 권의 책 A, B, C가 있다. A를 읽은 학생은 5명, B를 읽은 학생은 4명, C를 읽은 학생은 7명, A와 B를 모두 읽은 학생은 3명, 세 권을 모두 읽은 학생은 2명일 때, C만 읽은 학생의 수가 가장 적을 경우는 몇 명인가?

① 1명

② 2명

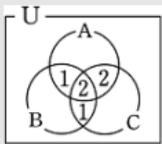
③ 3명

④ 4명

⑤ 5명

해설

집합 A, B, C를 각각 책 A, B, C를 읽은 학생들의 집합이라 하면 $n(A) = 5$, $n(B) = 4$, $n(C) = 7$, $n(A \cap B) = 3$, $n(A \cap B \cap C) = 2$
 C만 읽는 학생수가 가장 적을 때는 A와 C, B와 C를 읽은 학생수가 가장 많은 경우로 벤다이어그램에서



$$7 - (2 + 2 + 1) = 2(\text{명})$$

20. 임의의 두 집합 X, Y 에 대하여, 연산 Δ 을 $X\Delta Y = (X \cup Y) \cap (X^c \cup Y^c)$ 로 정의한다. 1에서 30까지의 정수 중 2의 배수, 3의 배수, 5의 배수의 집합을 차례로 A, B, C 라 할 때, $(A\Delta B)\Delta C$ 의 원소의 개수를 구하면?

① 10개

② 13개

③ 15개

④ 17개

⑤ 19개

해설

$$X\Delta Y = (X \cup Y) - (X \cap Y) = (X - Y) \cup (Y - X)$$

$(A\Delta B)\Delta C$ 의 벤다이어그램은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \therefore n((A\Delta B)\Delta C) &= n(A) + n(B) + n(C) - \\ &2\{n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A)\} + 4n(A \cap \\ &B \cap C) = (15 + 10 + 6) - 2(5 + 2 + 3) + 4 \\ &= 15(\text{개}) \end{aligned}$$

