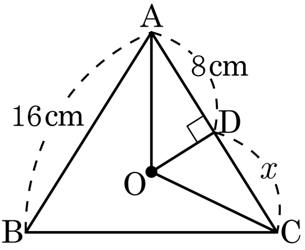
1. 다음 그림에서 점 O는 삼각형 $\triangle ABC$의 외심일 때, x의 값을 구하여라.



▶ **답 :**

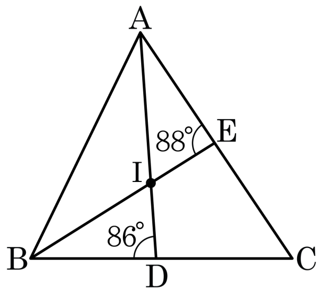
▷ **정답 :** $8\,\text{cm}$

해설

$\triangle ADO \equiv \triangle CDO$(RHS 합동)

$\therefore\ x = \overline{AD} = 8\,\text{cm}$

2. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle A$의 내각의 이등분선과 $\overline{BC}$의 교점을 D, $\angle B$의 내각의 이등분선과 $\overline{AC}$의 교점을 E라고 할 때, $\angle AEB = 88°$, $\angle ADB = 86°$이다. $\angle C$ 의 크기를 구하여라.

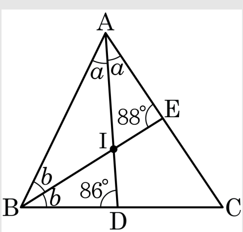


▶ 답: ____ °

▷ 정답: 56 °

해설

$\angle A = 2\angle a,\ \angle B = 2\angle b$ 라고 하면,



$\triangle ABE$에서 $2\angle a + \angle b + 88° = 180°,\ 2\angle a + \angle b = 92° \cdots$ ①

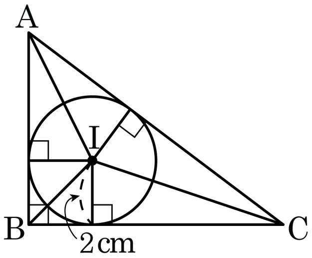
$\triangle ABD$ 에서 $\angle a + 2\angle b + 86° = 180°,\ \angle a + 2\angle b = 94° \cdots$ ②

①, ②를 연립방정식으로 풀면, $\angle a = 30°,\ \angle b = 32°$

$\therefore \angle A = 60°, \angle B = 64°$이므로,

$\therefore\ \angle C = 180° - (60° + 64°) = 56°$

3. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이고, 내접원의 반지름의 길이는 2cm 이다. $\triangle$ABC 의 넓이가 24cm^2 일 때, $\triangle$ABC 의 세변의 길이의 합을 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 24 cm

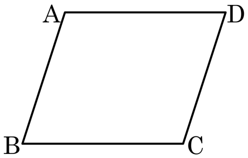
해설

$\triangle$ABI, $\triangle$BCI, $\triangle$ICA 의 높이는 같으므로,

삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}) \times 2 = 24$

$\therefore \ \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = 24\text{cm}$

4. 다음 그림에서 □ABCD 는 평행사변형이다. $\angle A$ 와 $\angle B$ 의 크기의 비가 $3:2$ 일 때, $\angle C$ 의 크기를 구하여라.



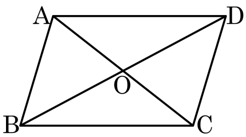
▶ 답 : ________ °

▷ 정답 : $108\,°$

해설

$\angle A + \angle B = 180\,°$ 이고 $\angle A : \angle B = 3:2$ 이므로 $\angle A = \frac{3}{5} \times 180\,° = 108\,°$ 이다.
$\angle A = \angle C$ 이다.

5. 다음 그림의 □ABCD가 평행사변형이 되기 위한 조건으로 옳은 것을 보기에서 모두 골라라.



보기

㉠ $\angle A = 130°$, $\angle B = 50°$, $\angle C = 130°$

㉡ $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$

㉢ $\overline{AD} // \overline{BC}$, $\overline{AB} = \overline{AD} = 7\,cm$

㉣ $\angle A = 70°$, $\angle B = 110°$, $\angle D = 70°$

㉤ $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$
(단, O는 두 대각선의 교점이다.)

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

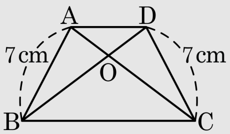
▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

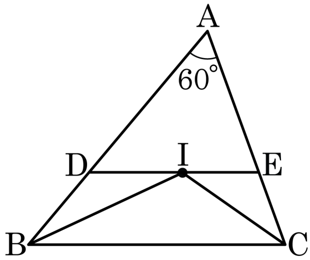
해설

㉠ 사각형의 내각의 합은 $360°$이므로 $\angle D = 50°$
따라서 두 쌍의 대각의 크기가 같으므로 평행사변형이 된다.
㉡ 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이 된다.
㉢ (반례) 등변사다리꼴



㉣ 사각형의 내각의 합은 $360°$이므로 $\angle C = 110°$이다.
두 쌍의 대각의 크기가 같지 않으므로 평행사변형이 되지 않는다.
㉤ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이 된다.

6. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle \mathrm{ABC}$ 의 내심이고, $\overline{\mathrm{DE}} // \overline{\mathrm{BC}}$ 일 때, $\angle \mathrm{BDI} + \angle \mathrm{CEI} = (\quad)^{\circ}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 240

해설

점 I 가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle \mathrm{IBC} = \angle \mathrm{DBI} = x^{\circ}$, $\angle \mathrm{ICB} = \angle \mathrm{ECI} = y^{\circ}$ 라고 두면
$2\angle x + 2\angle y + 60^{\circ} = 180^{\circ}$, $2\angle x + 2\angle y = 120^{\circ}$ 이다.
또, $\overline{\mathrm{DE}} // \overline{\mathrm{BC}}$ 이므로 $\angle \mathrm{IBC} = \angle \mathrm{DIB}$, $\angle \mathrm{ICB} = \angle \mathrm{EIC}$ 이므로 $\triangle \mathrm{DBI}$ 와 $\triangle \mathrm{EIC}$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 두 삼각형 $\triangle \mathrm{DBI}$ 와 $\triangle \mathrm{EIC}$ 의 내각의 크기의 합은 $2\angle x + 2\angle y + \angle \mathrm{BDI} + \angle \mathrm{CEI} = 180^{\circ} \times 2 = 360^{\circ}$ 이고,
$2\angle x + 2\angle y = 120^{\circ}$ 이므로 $\angle \mathrm{BDI} + \angle \mathrm{CEI} = 360^{\circ} - 120^{\circ} = 240^{\circ}$ 이다.

7. 다음 중 내심과 외심이 일치하는 삼각형은?

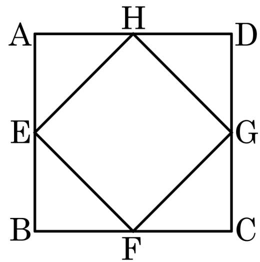
① 직각삼각형 ② 예각삼각형 ③ 둔각삼각형

④ 정삼각형 ⑤ 이등변삼각형

해설

내심과 외심이 일치하는 삼각형은 정삼각형이다.

8. 정사각형 ABCD 의 네 변의 중점을 이은 사각형은 어떤 사각형인지 구하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 알맞은 말은?



$\triangle AEH \equiv \triangle EBF \equiv \triangle FCG \equiv \triangle GDH$ 이므로 $\overline{EH} = \overline{EF} = \overline{FG} = \overline{GF}$ 또한$\angle EFG = \angle HEF = \angle GHE = \angle FGH = 90°$ $\therefore$ □GFEH 는 $\boxed{}$ 이다.

① 사다리꼴 ② 평행사변형 ③ 직사각형

④ 마름모 ⑤ 정사각형

해설

정사각형은 네 변의 길이가 모두 같고, 네 내각이 90° 로 모두 같다.

9. 다음은 평행사변형 ABCD의 두 대각선의 교점 O를 지나는 직선이 변 AD, BC와 만나는 점을 각각 P, Q라고 하면 $\overline{PO}=\overline{QO}$를 증명하는 과정이다. 빈칸에 들어갈 알맞은 것을 고르면?

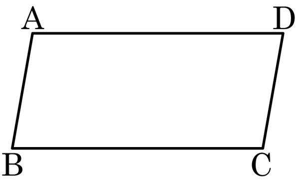
> [가정] $\overline{AB} // \overline{CD}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$
> [결론] $\overline{PO}=\overline{QO}$
> [증명] $\triangle APO$와 $\triangle CQO$에서
> $\angle POA = \angle QOC$, $\overline{AO} = \boxed{}$,
> $\angle PAO = \angle QOC$
> $\therefore$ $\triangle APO \equiv \triangle CQO$(ASA합동),
> $\therefore$ $\overline{PO}=\overline{QO}$

① $\overline{PO}$ ② $\overline{AP}$ ③ $\overline{DO}$ ④ $\overline{BO}$ ⑤ $\overline{CO}$

해설

평행사변형의 두 대각선은 서로를 이등분하므로 $\overline{AO}=\overline{OC}$이다.

10. 사각형 ABCD 에서 $\overline{AB}=7$, $\overline{BC}=3x-2y$, $\overline{CD}=-2x+7y$, $\overline{DA}=15$ 일 때, 사각형 ABCD 가 평행사변형이 되도록 하는 x, y 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=7$

▷ 정답 : $y=3$

해설

$\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$ 이므로

$$\begin{cases} -2x+7y=7 & \cdots ㉠ \\ 3x-2y=15 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

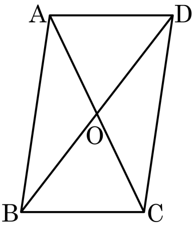
㉠ $\times 3+$ ㉡ $\times 2$ 를 하면

$17y=51, y=3$

$y=3$ 을 ㉠ 에 대입하면

$-2x+21=7, 2x=14, x=7$

11. 다음과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\triangle AOB$ 의 넓이가 8 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① 8 ② 10 ③ 12

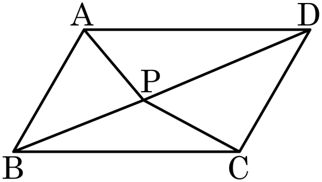
④ 16 ⑤ 알 수 없다.

해설

$\triangle AOB$ 와 $\triangle OBC$ 의 넓이는 같으므로

$\triangle ABC = 2 \times \triangle AOB = 16$ 이다.

12. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에 대하여 $\triangle ABP = 18\text{cm}^2$, $\triangle PBC = 16\text{cm}^2$, $\triangle PCD = 20\text{cm}^2$일 때, $\triangle APD$의 넓이는?



① 17cm^2 ② 22cm^2 ③ 25cm^2

④ 30cm^2 ⑤ 35cm^2

해설

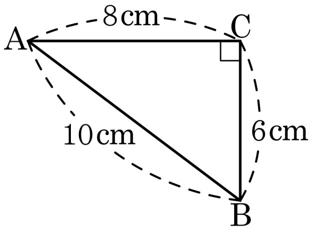
내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle ABP + \triangle PCD = \triangle APD + \triangle PBC$이다.

$\triangle ABP = 18\text{cm}^2$, $\triangle PBC = 16\text{cm}^2$, $\triangle PCD = 20\text{cm}^2$이므로

$18 + 20 = \triangle APD + 16$이다.

$\therefore\ \triangle PAD = 22\text{cm}^2$

13. 다음 그림과 같은 직각삼각형에서 $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 6\text{cm}$, $\overline{AC} = 8\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 외접원의 넓이는?



① $36\pi\text{cm}^2$　② $25\pi\text{cm}^2$　③ $22\pi\text{cm}^2$

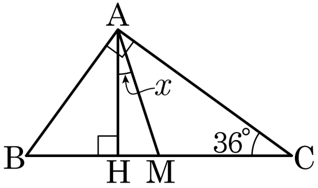
④ $20\pi\text{cm}^2$　⑤ $16\pi\text{cm}^2$

해설

외접원의 반지름은 빗변의 길이의 반이므로 $\dfrac{10}{2} = 5(\text{cm})$

따라서 넓이는 $\pi \times 5^2 = 25\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

14. 다음 그림에서 점 M 은 직각삼각형 ABC 의 외심이고 $\angle C = 36°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

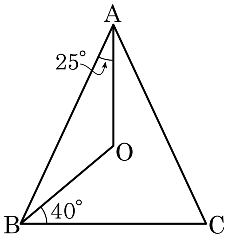


① 15° ② 18° ③ 20° ④ 22° ⑤ 25°

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AM} = \overline{CM} = \overline{BM}$
$\overline{AM} = \overline{CM}$ 이므로 $\triangle AMC$ 은 이등변삼각형이다.
따라서 $\angle ACM = \angle CAM = 36° \cdots$ ㉠
또, 삼각형의 내각의 합은 180° 이므로
$\angle ABC = 180° - 90° - 36° = 54°$ 이다.
$\angle BAH = 180° - \angle ABC - 90° = 180° - 54° - 90° = 36° \cdots$ ㉡
$\angle A = 90°$ 이고, $\angle HAM = \angle A - \angle BAH - \angle CAM$ 이므로
㉠, ㉡에 의해서 $\angle HAM = 90° - 36° - 36° = 18°$
따라서 $x = 18°$ 이다.

15. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle OAB = 25°$, $\angle OBC = 40°$ 일 때, $\angle C$ 의 크기는?



① 45° ② 50° ③ 55°

④ 60° ⑤ 65°

해설

$\overline{OC}$ 를 이으면

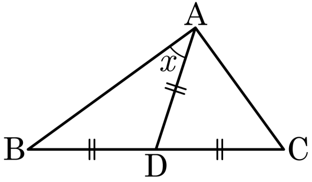
$\angle OAB + \angle OBC + \angle OCA = 90°$ 이므로

$25° + 40° + \angle OCA = 90°$, $\angle OCA = 25°$

$\angle OBC = \angle OCB = 40°$

$\therefore\ \angle C = \angle OCB + \angle OCA = 65°$

16. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\angle B : \angle C = 2 : 3$이고, $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$가 되도록 점 D를 잡았을 때, $\angle BAD = (\qquad)^\circ$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

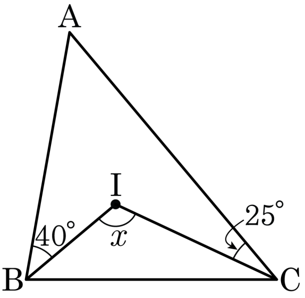
$\angle B = \angle BAD,\ \angle C = \angle DAC$이므로

$\angle B : \angle C = 2 : 3$에서 $\angle C = \frac{3}{2}\mathrm{x}$

$x + x + \frac{3}{2}x + \frac{3}{2}x = 180^\circ$

$\therefore\ x = 36^\circ$

17. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle x$의 크기는?

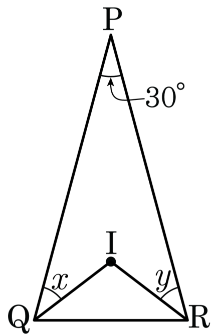


① $110°$　② $115°$　③ $120°$　④ $125°$　⑤ $130°$

해설

점 I가 삼각형의 내심이므로 $\angle IBC = 40°$이고, $\angle ICB = 25°$이다.
따라서 삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로
$\angle x = 180° - (40° + 25°) = 115°$

18. 다음 그림의 점 I는 삼각형 PQR의 내심이다. $\angle P = 30°$일 때, $x + y$의 값을 구하면?



① $60°$ ② $65°$ ③ $70°$ ④ $75°$ ⑤ $80°$

해설

점 I가 $\triangle PQR$의 내심일 때, $\angle QIR = 90° + \frac{1}{2}\angle P$이다.

$\angle QIR = 90° + \frac{1}{2}\angle P = 90° + \frac{1}{2} \times 30° = 105°$이다.

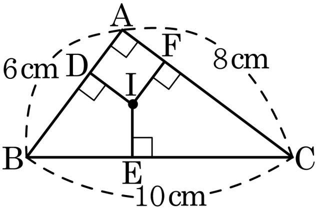
또, 점 I가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로

$\angle x = \angle PQI = \angle IQR$, $\angle y = \angle PRI = \angle IRQ$이다.

따라서 $\angle x + \angle y = \angle IQR + \angle IRQ$이고, 삼각형 내각의 합은 $180°$이므로

$\angle x + \angle y = \angle IQR + \angle IRQ = 180° - \angle QIR = 180° - 105° = 75°$

19. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{AD}$ 의 길이는?



① 1.6cm ② 1.8cm ③ 2cm

④ 2.2cm ⑤ 2.5cm

해설

$\overline{AD} = \overline{AF} = x$라 하면

$\overline{BE} = \overline{BD} = \overline{AB} - x = 6 - x$이고,

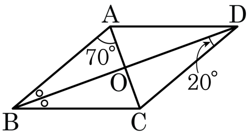
$\overline{CE} = \overline{CF} = \overline{AC} - x = 8 - x$이다.

$\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CE} = 10\text{cm}$이므로

$10 = (6 - x) + (8 - x)$

$\therefore\ x = 2(\text{cm})$

20. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle ABO = \angle CBO$, $\angle OAB = 70°$, $\angle ODC = 20°$ 일 때, $\angle OCB$ 의 크기를 구하여라.



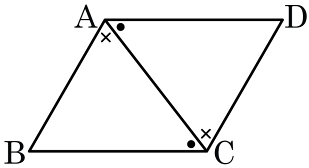
▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 70 °

해설

$\overline{AB} // \overline{CD}$ 이므로 $\angle CDB = \angle ABD = 20°$ 이고, $\triangle ABC$ 에서 $\angle OCB = 180° - (70° + 40°) = 70°$ 이다.

21. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.' 를 나타내는 과정이다. ㄱ~ㅁ에 들어갈 것으로 옳은 것은?



□ABCD 에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$

점 A 와 점 C 를 이으면 △ABC 와 △CDA 에서 $\boxed{\quad ㄱ \quad}$ 은 공통 ⋯ ㉠

$\overline{AB}$ // $\boxed{\quad ㄴ \quad}$ 이므로 $\angle BAC = \angle DCA$ ⋯ ㉡

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\boxed{\quad ㄷ \quad}$ $= \angle DAC$ ⋯ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$

($\boxed{\quad ㄹ \quad}$ 합동)

$\therefore$ $\boxed{\quad ㅁ \quad}$ $= \angle C$, $\angle B = \angle D$

① ㄱ : $\overline{CD}$
② ㄴ : $\overline{BC}$
③ ㄷ : $\angle BAC$
④ ㄹ : SSS
⑤ ㅁ : $\angle A$

해설

$\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ 이기 위해서 점 A 와 점 C 를 이으면 △ABC 와 △CDA 에서

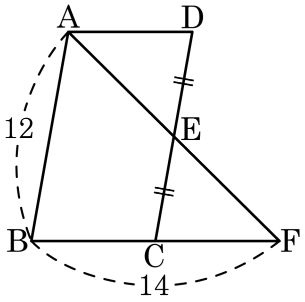
$\overline{AC}$ 는 공통이고,

$\overline{AB} // \overline{CD}$ 이므로 $\angle BAC = \angle DCA$

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle ACB = \angle DAC$ 이므로

$\triangle ABC \equiv \triangle CDA$ (ASA 합동) 이다.

22. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{CD}$ 의 중점을 E , $\overline{AE}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 연장선의 교점을 F 라 할 때, $\overline{AD}$ 의 길이는?



① 6　　② 7　　③ 8　　④ 9　　⑤ 10

해설

$\triangle ADE \equiv \triangle FCE$(SAS) 이므로 $\overline{AD} = \overline{FC}$

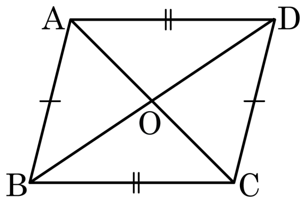
□ABCD 가 평행사변형이므로 $\overline{AD} = \overline{BC}$

따라서 $\overline{BC} = \overline{FC} = \overline{AD}$

$2 \times \overline{BC} = 14$ 에서 $\overline{BC} = 7$ 이므로

$\overline{AD} = 7$ 이다.

23. 다음은 '두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.'를 증명하는 과정이다. ㄱ ~ ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?



[가정] □ABCD에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \boxed{\quad ㄴ \quad}$

[결론] $\boxed{\quad ㄱ \quad} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$

[증명] 점 A와 점 C를 이으면

△ABC와 △CDA에서

$\overline{AB} = \overline{DC}$ (가정) ⋯㉠

$\overline{AD} = \boxed{\quad ㄴ \quad}$ (가정) ⋯㉡

$\boxed{\quad ㄷ \quad}$는 공통 ⋯㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABC ≡ △CDA ($\boxed{\quad ㄹ \quad}$ 합동)

∠BAC = ∠DCA 이므로

$\boxed{\quad ㄱ \quad} // \overline{DC}$ ⋯㉣

∠ACB = $\boxed{\quad ㅁ \quad}$이므로

$\overline{AD} // \overline{BC}$ ⋯㉤

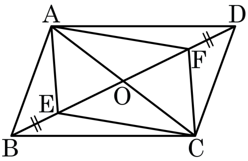
㉣, ㉤에 의해서 □ABCD는 평행사변형이다.

① ㄱ : $\overline{AB}$
② ㄴ : $\overline{BC}$
③ ㄷ : $\overline{AC}$
④ ㄹ : SAS
⑤ ㅁ : ∠CAD

해설

△ABC ≡ △CDA (SSS 합동)

24. 평행사변형 ABCD 에서 대각선 BD 위에 $\overline{BE} = \overline{DF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때, □AECF 는 평행사변형이다.
이를 증명하기 위해 사용하기에 가장 적합한 평행사변형의 조건은?



① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

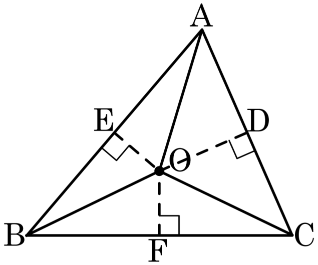
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변의 길이가 같고 평행하다.

해설

(가정) □ABCD 는 평행사변형, $\overline{BE} = \overline{DF}$
(결론) □AECF 는 평행사변형
(증명) □ABCD 는 평행사변형이므로
$\overline{OA} = \overline{OC}$
가정에서 $\overline{BE} = \overline{DF}$ 이므로 $\overline{OE} = \overline{OF}$
따라서 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 □AECF 는 평행사변형이다.

25. 다음 그림에서 점 O 가 삼각형 ABC 의 외심일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



보기

㉠ $\overline{OA} = \overline{OB}$

㉡ $\overline{OE} = \overline{OF}$

㉢ $\overline{AB} = \overline{BC}$

㉣ $\overline{AD} = \overline{CD}$

㉤ $\overline{AE} + \overline{OE} = \overline{BC}$

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉣ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉢, ㉤ ⑤ ㉣, ㉤

해설

㉡, ㉢, ㉤은 알 수 없다.