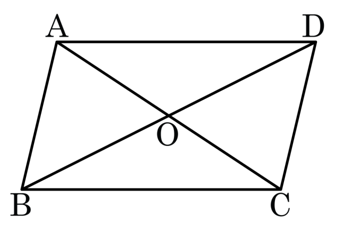
1. 다음 중 다음 그림의 사각형 ABCD 가 평행사변형이 될 수 <u>없는</u> 것은?



① $\angle A = \angle C$ $\angle B = \angle D$

② $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$

③ $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

④ $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$

⑤ $\overline{AD} // \overline{BC}$, $\triangle AOD \equiv \triangle COB$

해설

③ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같아야 한다.
⑤ $\triangle AOD \equiv \triangle COB$ 에서 $\overline{AD} = \overline{CB}$

2. 다음 중 □ABCD 가 평행사변형인 것은? (단, 점 O 는 대각선 AC, BD 의 교점이다.)

① $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{BC} = 5\text{cm}$, $\overline{CD} = 7\text{cm}$, $\overline{DA} = 7\text{cm}$

② $\overline{AB} = 3\text{cm}$, $\overline{DC} = 3\text{cm}$, $\overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{DC}$

③ $\overline{OA} = 4\text{cm}$, $\overline{OB} = 4\text{cm}$, $\overline{OC} = 5\text{cm}$, $\overline{OD} = 5\text{cm}$

④ $\overline{AC} = 7\text{cm}$, $\overline{BD} = 7\text{cm}$

⑤ $\angle A = \angle B$

해설

평행사변형이 되기 위한 조건
(1) 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
(2) 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
(3) 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
(4) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
(5) 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

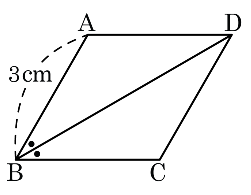
3. 다음 중 평행사변형이 직사각형이 되는 조건은?

① 이웃하는 두 변의 길이가 같다.
② 한 내각의 크기가 직각이다.
③ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
④ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
⑤ 두 대각선이 수직으로 만난다.

해설

평행사변형의 이웃하는 두 각의 크기의 합이 $180°$ 이므로 한 내각이 $90°$ 임을 증명할 수 있다.

4. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 대각선 BD 를 그었더니 $\angle ABD = \angle DBC$ 가 되었다. $\overline{AB} = 3\text{cm}$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답： ______ cm

▷ 정답： 3 cm

해설

$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이므로 $\angle DBC = \angle BDA$ ($\because$ 엇각) 이므로
$\angle ABD = \angle ADB$ 이므로 $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형
$\therefore \overline{AB} = \overline{AD} = 3\text{cm}$

5. 다음 보기는 어떤 사각형에 대한 설명인가?

보기

㉠ 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형

㉡ 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 평행사변형

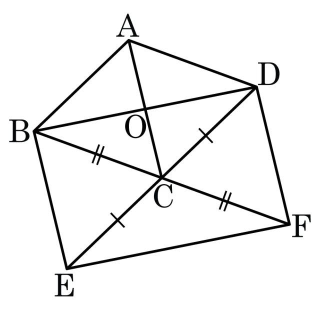
① 사다리꼴 ② 등변사다리꼴 ③ 사각형

④ 정사각형 ⑤ 마름모

해설

마름모는 두 대각선의 길이가 같지 않다.

6. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에 대하여 $\overline{BC} = \overline{FC}, \overline{DC} = \overline{EC}$ 일 때, 다음 그림에서 평행사변형은 모두 몇 개인가?

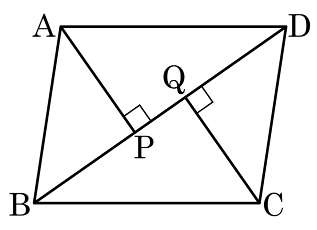


① 1개　② 2개　③ 3개　④ 4개　⑤ 5개

해설

□ABCD (주어진 평행사변형)
□ABEC ($\overline{AB} /\!/ \overline{CE}$, $\overline{AB} = \overline{CE}$)
□ACFD ($\overline{AD} /\!/ \overline{CF}$, $\overline{AD} = \overline{CF}$)
□BEFD ($\overline{BC} = \overline{CF}, \overline{DC} = \overline{CE}$)

7. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 꼭짓점 A, C에서 대각선 BD에 내린 수선의 발을 각각 P, Q라고 한다. $\overline{BQ} = 15\,\mathrm{cm}$, $\overline{QD} = 10\,\mathrm{cm}$일 때, $\overline{PQ}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 5 cm

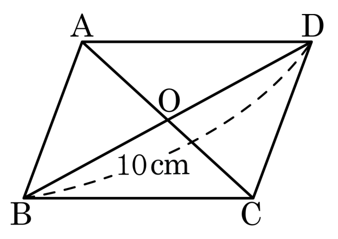
해설

$\triangle ABP \equiv \triangle CDQ$ (RHA 합동)

$\overline{BP} = \overline{QD} = 10\,\mathrm{cm}$ 이므로

$\overline{PQ} = \overline{BQ} - \overline{BP} = 15 - 10 = 5(\mathrm{cm})$

8. 다음 그림은 $\overline{BD} = 10\mathrm{cm}$ 인 평행사변형 ABCD 이다. 평행사변형 ABCD가 직사각형이 되도록 하는 $\overline{OA}$ 의 길이는? (단, O 는 대각선의 교점이다.)



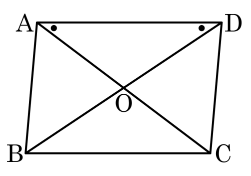
① 2cm ② 5cm ③ 7cm ④ 10cm ⑤ 12cm

해설

평행사변형이 직사각형이 되는 조건은 두 대각선의 길이가 서로 같아야 한다.

따라서 $\overline{BD} = \overline{AC} = 10\mathrm{cm}$, $\overline{OA} = \frac{\overline{AC}}{2} = \frac{10}{2} = 5\mathrm{cm}$ 이다.

9. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에 다음 조건을 추가할 때, 직사각형이 되지 <u>않는</u> 것은?

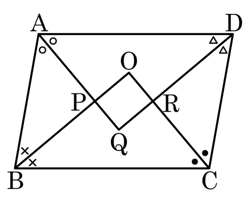


① $\angle A = \angle B$
② $\overline{AC} = \overline{BD}$
③ $\overline{AO} = \overline{DO}$
④ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$
⑤ $\angle DAO = \angle ADO$

해설

④ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 는 평행사변형이 마름모가 되는 조건

10. 다음 그림의 평행사변형 ABCD에서 네 각의 이등분선으로 만들어지는 사각형 OPQR은 어떤 사각형인가?

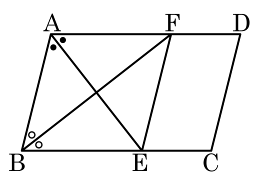


① 직사각형 ② 마름모 ③ 정사각형
④ 평행사변형 ⑤ 사다리꼴

해설

$\angle BAD + \angle ADC = 180°$ 이므로
$\angle QAD + \angle ADQ = 90°$ 이다.
따라서 $\triangle AQD$에서 $\angle AQD = 180° - 90° = 90°$
마찬가지로 $\angle QRO = \angle ROP = \angle OPQ = 90°$
$\therefore$ 직사각형

11. 다음 그림의 □ABCD는 평행사변형이다. 점 A, B 의 이등분선이 $\overline{BC}$, $\overline{AD}$ 와 만나는 점을 각각 E, F 라 하고, $\overline{CD} = 7\text{cm}$ 일 때, □ABEF 의 둘레는?

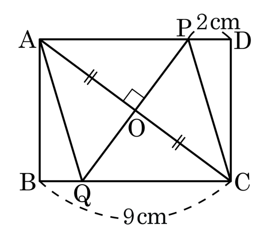


① 25cm ② 26cm ③ 27cm ④ 28cm ⑤ 29cm

해설

□ABCD는 평행사변형이므로 $2\bullet + 2\circ = 180°$ 이고, $\bullet + \circ = 90°$ 이므로 $\overline{AE} \perp \overline{BF}$ 이다.
따라서 □ABEF 는 마름모이다.
$\overline{CD} = \overline{AB} = \overline{EF} = \overline{BE} = \overline{AF} = 7\text{cm}$ 이므로 둘레는 $4 \times 7 = 28(\text{cm})$ 이다.

12. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AC}} \perp \overline{\mathrm{PQ}}$, $\overline{\mathrm{AO}} = \overline{\mathrm{CO}}$ 일 때, □AQCP 의 둘레의 길이는?



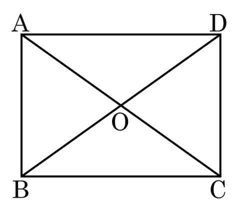
① 26 cm　② 27 cm　③ 28 cm
④ 29 cm　⑤ 30 cm

해설

$\overline{\mathrm{AQ}} = \overline{\mathrm{AP}} = \overline{\mathrm{PC}} = \overline{\mathrm{QC}}$
$\overline{\mathrm{AP}} = 9 - 2 = 7$

따라서 28 cm 이다.

13. 다음 보기 중 그림과 같은 직사각형 ABCD 가 정사각형이 되도록 하는 조건을 모두 고르면?



보기

㉠ $\overline{AB} = \overline{AD}$　　㉡ $\overline{AO} = \overline{DO}$

㉢ $\angle DAB = \angle DCB$　　㉣ $\angle ABC = 90°$

㉤ $\overline{AC} \perp \overline{DB}$

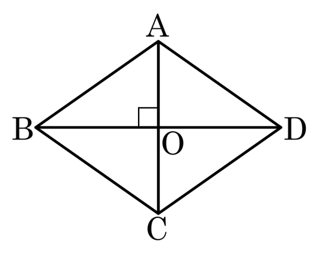
① ㉠, ㉡　　② ㉡, ㉢　　③ ㉣, ㉤

④ ㉠, ㉤　　⑤ ㉡, ㉣

해설

직사각형에서 네 변의 길이가 모두 같거나, 두 대각선이 수직이등분하면 정사각형이 된다.

14. 다음 그림과 같은 마름모 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 조건을 모두 고르면?



① $\angle ABO = \angle CBO$　　② $\overline{BO} = \overline{DO}$

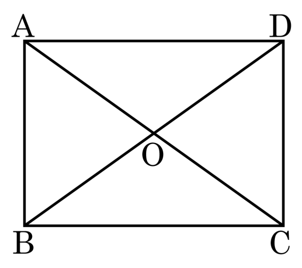
③ $\overline{AC} = \overline{BD}$　　④ $\angle OAD = \angle ODA$

⑤ $\overline{AB} = \overline{CD}$

해설

정사각형은 네 변의 길이가 같고 네 각이 $90°$ 로 모두 같아야 한다.

15. 다음 그림의 직사각형 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 조건을 모두 고르면? (정답 2 개)

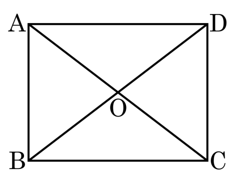


① $\overline{AB} = \overline{BC}$
② $\overline{AC} = \overline{BD}$
③ $\angle AOD = \angle BOC$
④ $\angle AOB = \angle AOD$
⑤ $\overline{AO} = \overline{CO}$

해설

① $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{BC} = \overline{AD}$ 이고, $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이면 네 변의 길이가 모두 같고, 네 각의 크기가 모두 같으므로 정사각형이다.
④ $\angle AOB = \angle AOD$ 일 때, $\triangle AOB$ 와 $\triangle AOD$ 에서 $\overline{AO}$ 는 공통, $\overline{BO} = \overline{DO}$, $\angle AOB = \angle AOD = 90°$ 이므로 $\triangle AOB \equiv \triangle AOD$ (SAS 합동)
대응변의 길이가 같으므로 $\overline{AB} = \overline{AD}$
평행사변형에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$
따라서 네 변의 길이가 모두 같고 네 내각의 크기가 모두 같으므로 정사각형이다.

16. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 조건은?



① $\overline{AB} = \overline{AC}$

② $\angle A = 90°$

③ $\angle AOB = 90°$

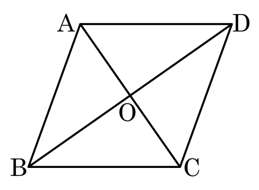
④ $\overline{AO} = \overline{BO}$

⑤ $\angle CDA = \angle ACB$

해설

직사각형이 정사각형이 되려면 네 변의 길이가 모두 같거나 두 대각선이 서로 수직이등분하면 된다.
따라서 $\angle AOB = 90°$ 이다.

17. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle OAB = \angle OBA = \angle OBC$ 이면 □ABCD 는 어떤 사각형이 되는지 구하여라.

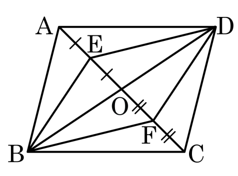


① 사다리꼴
② 직사각형
③ 정사각형
④ 마름모
⑤ 평행사변형

해설

□ABCD 는 평행사변형이므로
$\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$, $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이다.
△OAB 는 이등변삼각형이므로
$\overline{OA} = \overline{OB} \Leftrightarrow \overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = \overline{OD}$
→ □ABCD 는 직사각형
$\angle OBA = \angle ODC$ 이므로
$\overline{BC} = \overline{DC} \Leftrightarrow \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$
→□ABCD 는 마름모
∴ □ABCD 는 직사각형이자 마름모 이므로 정사각형이다.

18. 평행사변형 ABCD 의 대각선 AC 위에 두 점 E , F 를 각각 $\overline{AE} = \overline{EO}$, $\overline{OF} = \overline{FC}$ 가 되게 잡을 때, 평행사변형 ABCD 의 넓이는 평행사변형 EBFD 의 넓이의 몇 배인지 구하여라.



▶ 답 : ＿＿＿ 배

▷ 정답 : 2 배

해설

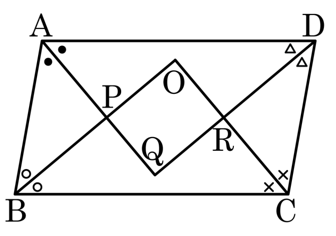
$\triangle AOB \equiv \triangle DOC$ 이고 $\triangle AOD \equiv \triangle BOC$

$\overline{AO} = 2\overline{EO}$ 이므로 $\triangle AOD = 2\triangle EOD$ 가 된다.

같은 방법으로 $\triangle DOC = 2\triangle DOF$, $\triangle OBC = 2\triangle OBF$, $\triangle AOB = 2\triangle EOB$ 가 된다.

따라서 전체 평행사변형 ABCD 의 넓이는 평행사변형 EBFD 의 넓이의 2 배가 된다.

19. 평행사변형 ABCD 의 네 각의 이등분선의 교점으로 만들어지는 사각형 OPQR는 어떤 사각형인가?



① 평행사변형 ② 마름모 ③ 등변사다리꼴

④ 직사각형 ⑤ 정사각형

해설

$\angle BAD + \angle ADC = 180°$ 이므로

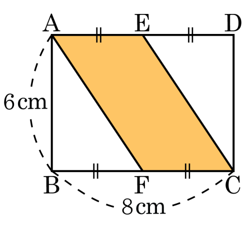
$\angle QAD + \angle ADQ = 90°$

$\triangle AQD$ 에서 $\angle AQD = (180 - 90)° = 90°$

마찬가지로 $\angle QRO = \angle ROP = \angle OPQ = 90°$

$\therefore$ 직사각형

20. 직사각형 ABCD 에서 어두운 도형의 넓이는 ?



① 22　② 24　③ 26　④ 28　⑤ 30

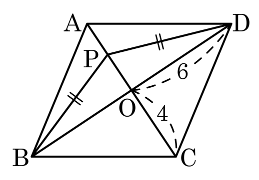
해설

$\overline{AE}=\overline{FC}$, $\overline{AE}\,//\,\overline{FC}$ 하므로

□AFCE 는 평행사변형이다.

$\overline{CF}=4$ 이므로 □AFCE $=4\times 6=24$

21. 다음 그림의 □ABCD 은 평행사변형이다. 대각선 AC 위의 한 점 P 에 대하여 $\overline{BP} = \overline{DP}$ 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.



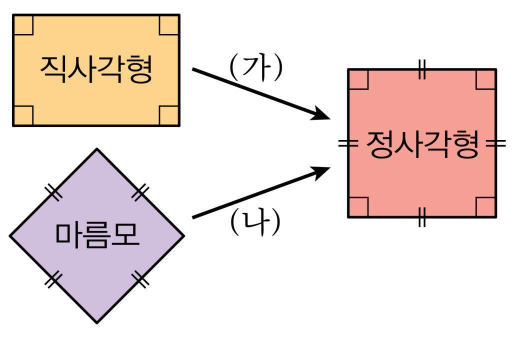
▶ 답 :

▷ 정답 : 48

해설

$\overline{OP}$ 는 공통, $\overline{BO} = \overline{DO}$ 이고 $\overline{BP} = \overline{DP}$ 이므로 $\triangle BPO \equiv \triangle DPO$ (SSS 합동)
$\triangle APB$ 와 $\triangle ADP$ 에서 $\overline{AP}$ 는 공통이고
$\overline{BP} = \overline{DP}$ 이고,
$\angle APB = \angle APD$ 이므로 $\triangle APD \equiv \triangle APB$ (SAS 합동)
따라서 $\angle PAB = \angle PAD$ 이다.
따라서 □ABCD 는 마름모이고, $\angle AOD = 90°$ 이므로
넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 6 \times 4 = 48$ 이다.

22. 다음 그림에서 정사각형이 되기 위해 추가되어야 하는 (가), (나) 의 조건으로 알맞은 것을 고르면?



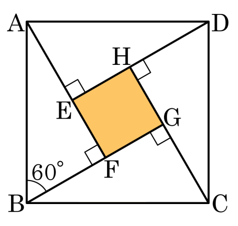
① (가) 이웃하는 두 각의 크기가 같다.
(나) 두 대각선이 서로 수직이다.
② (가) 두 대각선의 길이가 같다.
(나) 한 내각의 크기가 $90°$ 이다.
③ (가) 두 대각선이 서로 수직이다.
(나) 이웃하는 두 변의 길이가 같다.
④ (가) 두 대각선의 길이가 같다.
(나) 이웃하는 두 변의 길이가 같다.
⑤ (가) 두 대각선이 서로 수직이다.
(나) 이웃하는 두 각의 크기가 같다.

해설

여러 가지 사각형의 대각선의 성질

(1) 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.
(2) 직사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 이등분한다.
(3) 마름모의 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다.
(4) 정사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직이등분한다.
(5) 등변사다리꼴의 두 대각선은 길이가 같다.

23. 정사각형 ABCD 에서 $\angle ABF = 60°$ 이고, $\overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH} = \overline{AE}$ 가 되도록 E, F, G, H 를 잡았을 때, 사각형 EFGH는 어떤 사각형인지 말하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 정사각형

해설

사각형 EFGH 에서 $\angle AEH = 90°$ 이므로 $\angle HEF = 90°$ 이고, $\overline{EF} = \overline{FG} = \overline{GH} = \overline{EH}$ 이므로 정사각형이다.

24. 다음 중 □ABCD 가 평행사변형이 되는 것은?

① $\overline{AO} = 3cm$, $\overline{CO} = 4cm$, $\overline{DO} = 4cm$, $\overline{BO} = 3cm$ (단, 점 O 는 두 대각선의 교점)

② $\angle A = 150°$, $\angle B = 30°$, $\angle C = 150°$

③ $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} = 6cm$, $\overline{BC} = 6cm$

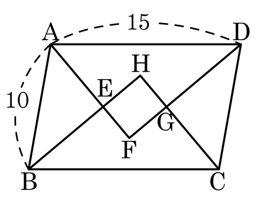
④ $\overline{AB} = 10cm$, $\overline{AD} = 10cm$, $\overline{BC} = 8cm$, $\overline{CD} = 8cm$

⑤ $\angle A = 110°$, $\angle C = 110°$, $\angle D = 60°$

해설

② $\angle D = 360° - (150° + 30° + 150°) = 30°$ 이므로 $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ 이다.
따라서 □ABCD 는 평행사변형이다.

25. 평행사변형 ABCD 의 네 각의 이등분선으로 만들어진 □EFGH 에서 $\overline{AB} = 10$, $\overline{AD} = 15$, $\overline{EG} = 5$ 일 때, $\overline{HF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$\angle A + \angle B = 180°$, $\angle C + \angle D = 180°$, $\frac{1}{2}(\angle A + \angle B) = 90°$, $\frac{1}{2}(\angle C + \angle D) = 90°$

$\angle AEB = \angle CGD = 90°$

맞꼭지각으로 $\angle FEH = \angle FGH = 90°$

마찬가지의 방법으로 $\angle EHG = \angle EFG = 90°$

□EFGH 는 직사각형이다.

$\therefore\ \overline{EG} = \overline{HF} = 5$