1. 다음 보기 중에서 일차함수인 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $y = 3$ ㉡ $y = x - y + 1$

㉢ $y = x(x - 3)$ ㉣ $x^2 + y = x^2 + x - 2$

㉤ $y = 4 - \frac{1}{x}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

㉠ $y = 3$ 은 상수함수이다.

㉡ $y = x - y + 1$ 은 $2y = x + 1, y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ 이므로 일차함수이다.

㉢ $y = x(x - 3)$ 은 이차함수이다.

㉣ $x^2 + y = x^2 + x - 2$ 는 $y = x - 2$ 이므로 일차함수이다.

㉤ $y = 4 - \frac{1}{x}$ 은 분수함수이다.

2. 다음 중 x 값의 증가량에 대한 y 값의 증가량의 비율이 3 인 일차함수는?

① $y = -x + 3$　② $y = 2x - 6$　③ $y = 3x + \frac{1}{2}$

④ $y = 2x + 3$　⑤ $y = \frac{1}{3}x - 1$

해설

$$\text{기울기} = \frac{y\text{값의 증가량}}{x\text{값의 증가량}} = 3$$

3. 두 일차함수 $y = 3x - 12$, $y = -2x + 3$ 의 그래프에서 교점을 A 라 두고, x 절편을 각각 B, C 라 할 때, 세 점 A, B, C를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{15}{4}$

해설

$y = 3x - 12, y = -2x + 3$ 의 교점을 구하면
$3x - 12 = -2x + 3$, $5x = 15$, $x = 3$, $y = -3$, $(3, -3)$ 이다.
두 함수의 x 절편을 각각 구하면 $0 = 3x - 12$, $x = 4$, $0 = -2x + 3$, $x = \frac{3}{2}$ 이다.

따라서 넓이를 구하면 $\frac{1}{2} \times \left(4 - \frac{3}{2}\right) \times 3 = \frac{15}{4}$ 이다.

4. 일차함수 $y = 4x + 1$ 과 평행한 어떤 일차함수 그래프의 y 절편이 -5 일 때, 이 일차함수의 기울기는?

① -4 ② 4 ③ -5

④ 5 ⑤ 알 수 없다.

해설

평행하면 기울기가 같으므로 이 일차함수의 그래프의 기울기는 4 이다.

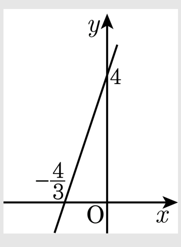
5. 다음 일차방정식의 그래프가 지나지 <u>않는</u> 사분면은?

$6x-2y+8=0$

① 제1사분면　　② 제2사분면
③ 제3사분면　　④ 제4사분면
⑤ 제2사분면과 제4사분면

해설

$6x-2y+8=0$에서 $y=3x+4$이고 이 함수의 그래프는 다음과 같으므로 지나지 않는 사분면은 제4사분면이다.



6. 두 직선 $y = -\frac{1}{5}x + 4$ 와 $3x + y = 18$ 의 교점의 좌표는?

① $(1, -1)$ ② $(2, 0)$ ③ $(3, 1)$
④ $(4, 2)$ ⑤ $(5, 3)$

해설

$y = -\frac{1}{5}x + 4$
$3x + y = 18 \rightarrow y = -3x + 18$
$-\frac{1}{5}x + 4 = -3x + 18$
$\therefore x = 5,\ y = 3$

7. 두 직선 $\begin{cases} ax - y = 4 \\ 4x + 3y = -2 \end{cases}$ 의 해가 존재하지 않을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{4}{3}$

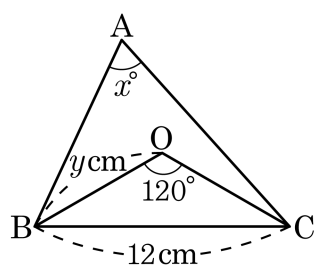
해설

두 직선이 평행하면 해가 없다.
두 식의 기울기가 같아야 한다.

$$\begin{cases} ax - y = 4 & \Rightarrow y = ax - 4 \\ 4x + 3y = -2 & \Rightarrow y = -\frac{4}{3}x - \frac{2}{3} \end{cases}$$

$\therefore\ a = -\frac{4}{3}$

8. 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle BOC = 120°$ 이고, $\triangle OBC$ 의 둘레의 길이는 26cm, $\overline{BC} = 12\text{cm}$ 일 때, $\angle BAC$ 는 $x°$ 이고, $\overline{OB}$ 는 $y\text{cm}$ 이라고 한다. $x + y$ 의 값을 구하여라. (단, 단위 생략)



▶ 답 :

▷ 정답 : 67

해설

$\angle BAC = \dfrac{\angle BOC}{2} = \dfrac{120°}{2} = 60°$ 이므로 $x = 60°$

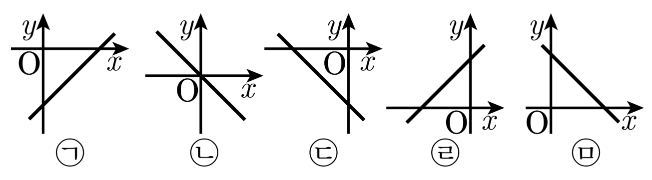
$\overline{OB} = \overline{OC}$, $\triangle OBC$ 의 둘레의 길이는 26cm

$\overline{OC} + \overline{OB} + \overline{BC} = y + y + 12 = 26$

$y = 7,\ x + y = 67$

9. 다음 그래프의 일차함수 $y = ax + b$ 에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

보기



① $a > 0,\ b > 0$ 일 때, 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프는 ㄹ이다.

② $a = 3,\ b = 6$ 일 때, 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프는 ㄹ이다.

③ $a = -\frac{1}{4},\ b = -6$ 일 때, 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프는 ㄷ이다.

④ $a < 0,\ b = 0$ 일 때, 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프는 ㄴ이다.

⑤ 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프 ㄷ은 $a < 0,\ b > 0$ 이다.

해설

⑤ ㄷ에서 그래프는 오른쪽 아래를 향하므로 (기울기) < 0 이고, (y절편) < 0 이므로 $b < 0$ 이다.

10. 두 점 $(-1,\ 5)$, $(5,\ -7)$을 지나는 직선과 평행하고 $(0,\ 1)$을 지나는 일차함수가 점 $(a,\ 7)$과 $(b,\ -3)$을 지난다고 할 때, $a+b$의 값을 구하시오.

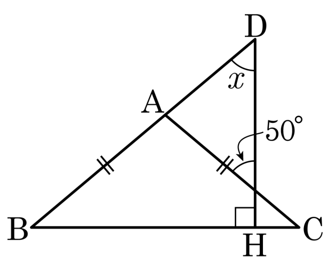
▶ 답:

▷ 정답: $a+b=-1$

해설

두 점 $(-1,\ 5)$, $(5,\ -7)$을 지나는 직선의 기울기는 $\frac{-7-5}{5-(-1)}=-2$ 이고 이 그래프와 평행하므로 기울기가 같으며, 점 $(0,\ 1)$을 지나므로 y절편이 1이다. 따라서 주어진 일차함수는 $y=-2x+1$ 이고 이 그래프가 두 점 $(a,\ 7)$, $(b,\ -3)$을 지나므로 $7=-2\times a+1$, $-3=-2\times b+1$이다. $\therefore\ a=-3,\ b=2$ $\quad\therefore\ a+b=-1$

11. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle x$ 의 값은?

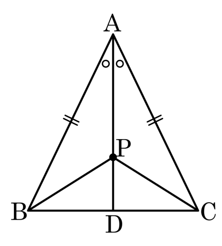


① 40° ② 42° ③ 45° ④ 48° ⑤ 50°

해설

$\angle CPH$ 와 $\angle APD$ 는 맞꼭지각이므로
$\angle CPH = \angle APD = 50°$
이때, $\triangle CPH$ 에서 $\angle PCH = 40°$
또, $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로
$\angle ABC = 40°$
$\triangle BHD$ 의 세 내각의 합은 $180°$ 이므로
$\angle x + 40° + 90° = 180°$
$\therefore \angle x = 50°$

12. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle A$의 이등분선과 $\overline{BC}$와의 교점을 D라 하자. $\overline{AD}$위의 한점 P에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{BD} = \overline{CD}$
② $\overline{BP} = \overline{BD}$
③ $\angle ADB = 90°$
④ $\overline{BP} = \overline{CP}$
⑤ $\triangle ABP \equiv \triangle ACP$

해설

①,③ 이등변삼각형에서 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로 $\overline{BD} = \overline{CD}$, $\angle ADB = 90°$이다.
④,⑤ $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle BAP = \angle CAP$(가정), $\overline{AP}$(공통)이므로 합동조건(SAS합동)에 의하여 $\triangle ABP \equiv \triangle ACP$이다.

13. 다음은 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle B$ 와 $\angle C$ 의 이등분선의 교점을 P 라 할 때, $\triangle PBC$ 는 이등변삼각형임을 증명하는 과정이다.

> $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \boxed{(가)}$ 이므로
> $\angle PBC = \boxed{(나)} \times \angle B = \dfrac{1}{2} \times \boxed{(다)} = \boxed{(라)}$
> 따라서 $\triangle PBC$ 는 $\boxed{(마)}$ 이다.

(가) ~ (마)에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

① (가) $\angle C$
② (나) 2
③ (다) $\angle C$
④ (라) $\angle PCB$
⑤ (마) 이등변삼각형

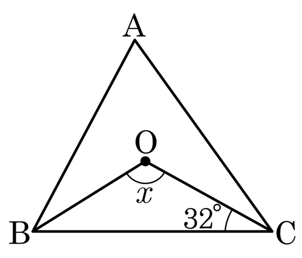
해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle B = (\angle C\ )$이므로

$\angle PBC = \left(\dfrac{1}{2}\right) \times \angle B = \dfrac{1}{2} \times (\angle C\ ) = (\angle PCB\ )$

따라서 $\triangle PBC$ 는 (이등변삼각형)이다.

14. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 세 변의 수직이등분선이 한 번에서 만나는 점이 점 O 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



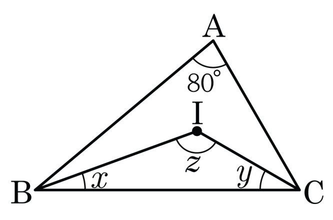
▶ 답 : $\underline{\qquad}$ °

▷ 정답 : 116°

해설

$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 이등변삼각형의 밑각인 $\angle OBC = \angle OCB$ 이므로 $\angle x = 180° - 2 \times 32° = 116°$ 이다.

15. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle\mathrm{ABC}$의 내심일 때, $\angle z-(\angle x+\angle y)=(\qquad)^{\circ}$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수를 써라.



▶ 답:

▷ 정답: 80

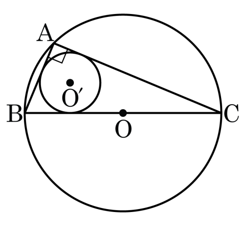
해설

$2\angle x+2\angle y+80^{\circ}=180^{\circ},\ \angle x+\angle y=50^{\circ}$

$\angle z=180^{\circ}-50^{\circ}=130^{\circ}$

$\therefore\ \angle z-(\angle x+\angle y)=130^{\circ}-50^{\circ}=80^{\circ}$

16. 다음 그림에서 원 O, O′ 는 각각 △ABC 의 외접원, 내접원이다. 원 O, O′ 의 반지름의 길이가 각각 13cm, 4cm 일 때, △ABC 의 넓이를 구하여라.

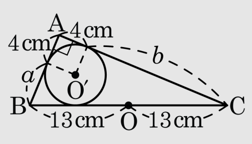


▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $120\ \underline{\text{cm}^2}$

해설

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times (a+4) \times 4 + \frac{1}{2} \times (b+4) \times 4 + \frac{1}{2} \times 26 \times 4$



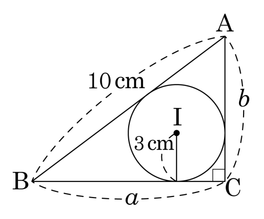
$= 2\angle a + 8 + 2\angle b + 8 + 52$

$= 2(\angle a + b) + 68$

$= 2 \times 26 + 68$

$= 120(\text{cm}^2)$

17. 다음 그림의 $\triangle$ABC 에서 $\angle$C $= 90°$ 이고 점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이다. $\triangle$ABC 의 내접원 I 의 반지름이 3 cm 일 때, $\overline{AB} = 10$ cm 이면 $\triangle$ABC 의 넓이는 얼마인가?



▶ 답: ______ cm^2

▷ 정답: 39 cm^2

해설

I 에서 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$, $\overline{AB}$ 에 수선을 그어 만나는 점을 D, E, F 라 하면

$\overline{BD} = \overline{BF} = a - 3$

$\overline{AE} = \overline{AF} = b - 3$

$\overline{AB} = \overline{AF} + \overline{BF} = (b-3) + (a-3) = a + b - 6 = 10$

$\therefore\ a + b = 16$

$$\therefore\ \triangle ABC = \frac{1}{2} \times (a + b + 10) \times 3$$

$$= \frac{1}{2} \times (16 + 10) \times 3 = 39(\text{cm}^2)\ \therefore$$

18. 일차함수 $y=2x+b$의 그래프를 y축의 방향으로 -5만큼 평행이동하였더니 일차함수 $y=ax-2$의 그래프가 되었다. 이 때, 일차함수 $y=bx-a$의 y절편을 구하면?

① -2 ② 2 ③ 7 ④ -7 ⑤ 5

해설

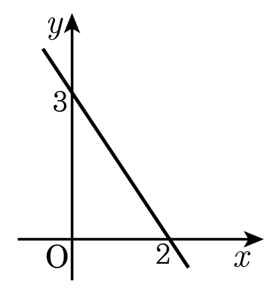
$y=2x+b-5,\ y=ax-2$

$2x+b-5=ax-2$ 이므로 $a=2,\ b=3$

$y=3x-2$이다.

따라서 y 절편은 -2이다.

19. 다음은 일차함수 $y=ax+b$ 의 그래프이다. $a+b$ 의 값은?



① -2 ② $-\frac{3}{2}$ ③ -1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

해설

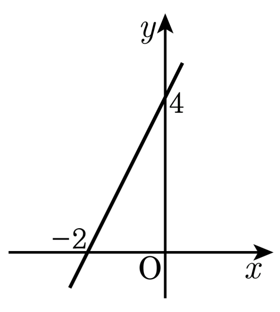
$(\text{기울기}) = \frac{(y\text{값의 증가량})}{(x\text{값의 증가량})} = \frac{-3}{2} = -\frac{3}{2}$

$(y\text{절편}) = 3$

$\therefore\ y = -\frac{3}{2}x + 3$

$\therefore\ a+b = \frac{3}{2}$

20. 다음은 $y=(a-1)x+b+1$ 의 그래프이다. 다음 중 이 그래프에 대한 설명을 옳게 한 것은?



㉠ $a<0$ 이다.

㉡ $y=bx+a$ 의 그래프는 원점을 지난다.

㉢ $a-b+1>0$ 이다.

㉣ $y=ax+b$ 의 x 절편은 1 이다.

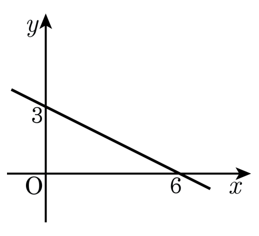
㉤ $y=(b-1)x$ 의 그래프와 평행하다.

① ㉠, ㉡　② ㉡, ㉢　③ ㉡, ㉣　④ ㉢, ㉤　⑤ ㉣, ㉤

해설

그래프의 기울기는 2 이고, y 절편은 4 이므로 $a=3,\ b=3$ 이다.
따라서 옳은 것은 ㉢, ㉤이다.

21. 다음 그림은 일차방정식 $ax - by + 6 = 0$ 의 그래프이다. 순서쌍$(4,\ m)$, $(n,\ 2)$ 가 이 일차방정식의 해의 일부일 때, $m - n$ 의 값은?



① -2 ② -1 ③ 0

④ 1 ⑤ 2

해설

x 절편과 y 절편을 대입하여 $a,\ b$ 의 값을 찾는다.
$(0, 3)$ 을 대입하면, $b = 2$ 이고, $(6,\ 0)$ 을 대입하면 $a = -1$ 이다.
따라서 주어진 식은 $-x - 2y + 6 = 0$ 이고, 여기에 $(4,\ m)$ 을 대입하면 $m = 1$ 이고,
$(n,\ 2)$ 를 대입하면 $n = 2$ 가 된다.
$\therefore m - n = 1 - 2 = -1$

22. 두 점 $\left(\frac{1}{2}a+7,\ 4\right)$, $\left(-\frac{1}{3}a-8,\ 1\right)$ 을 지나는 직선이 y 축에 평행일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -18

해설

$\frac{1}{2}a+7=-\frac{1}{3}a-8$

$\frac{1}{2}a+\frac{1}{3}a=-8-7$

$\frac{5}{6}a=-15$

$a=-18$

23. 함수 $f(x)=ax$에 대해 $f(2)=1$이고, 함수 $g(x)=\frac{b}{x}$에 대해 $g(-1)=3$일 때, ab의 값은?

① $\frac{1}{2}$　　② $-\frac{1}{2}$　　③ $-\frac{3}{2}$　　④ $\frac{3}{2}$　　⑤ -3

해설

$2a=1,\ a=\frac{1}{2}$

$\frac{b}{-1}=3,\ b=-3$

$\therefore \frac{1}{2}\times(-3)=-\frac{3}{2}$

24. 좌표평면 위의 두 점 $A(2,\ 5)$, $B(4,\ 5)$ 에 대하여, 점 A 를 y 축에 대하여 대칭이동한 점을 A', 점 B 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 B' 이라 할 때, 삼각형 $A'BB'$ 의 넓이를 이등분하는 직선 중, 점 B' 을 지나는 직선의 y 절편을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{25}{3}$

해설

$A'(-2,\ 5)$, $B'(4,\ -5)$

구하는 직선이 점 B' 와 $\overline{A'B}$ 의 중점$(1,\ 5)$ 를 지나면 삼각형 $A'BB'$ 의 넓이를 이등분된다.

따라서 두 점 $(4,\ -5)$ 과 $(1,\ 5)$ 를 지나는 직선의 방정식은

$y = \frac{5+5}{1-4}(x-1)+5$, $y = -\frac{10}{3}x + \frac{25}{3}$

따라서 구하는 직선의 y 절편은 $\frac{25}{3}$ 이다.

25. 두 직선 $2x - y + 4 = 0$, $3x + ay + 5 = 0$의 교점이 제3 사분면 위에 있도록 a의 값의 범위를 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a < -\frac{3}{2}$

해설

$\begin{cases} 2x - y + 4 = 0 \\ 3x + ay + 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2x + 4 & \cdots ㉠ \\ y = -\frac{3}{a}x - \frac{5}{a} & \cdots ㉡ \end{cases}$ 에서 ㉠, ㉡을

연립하여 풀면

$x = \frac{-4a - 5}{2a + 3}, y = \frac{2}{2a + 3}$

교점의 좌표가 제3 사분면에 있어야 하므로

$x = \frac{-4a - 5}{2a + 3} < 0, y = \frac{2}{2a + 3} < 0$

$\frac{2}{2a + 3} < 0$에서 $2a + 3 < 0$

$\therefore a < -\frac{3}{2} \cdots$ ㉢

$\frac{-4a - 5}{2a + 3} < 0$에서 $-4a - 5 > 0$

$\therefore a < -\frac{5}{4} \cdots$ ㉣

㉢, ㉣에서 $a < -\frac{3}{2}$