1. $A = \{x \mid x$는 $\{a,\ b\}$의 부분집합$\}$ 이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\{a\} \in A$ 이다.
② $\varnothing \in A$ 이다.
③ $\varnothing \subset A$ 이다.
④ $\{a,\ b\} \in A$ 이다.
⑤ $\{\varnothing\} \in A$ 이다.

해설

$A = \{\varnothing,\ \{a\},\ \{b\},\ \{a,\ b\}\}$
⑤ $\{\varnothing\}$ 는 집합 A 의 부분집합이지만, 집합 A 의 원소는 아니다.

2. 세 집합 A, B, C에 대하여 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $(A \cap B) \subset (A \cup B)$

② $A \cup (A \cap B) = A$

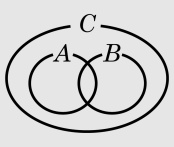
③ $(A \cup C) \cap (B \cup C) = A \cap B$

④ $A \cap (A \cup B) = A$

⑤ $A \subset C$ 이고 $B \subset C$ 이면 $(A \cup B) \subset C$

해설

① $A \cap B \subset A$, $A \cap B \subset B$ 이므로 $(A \cap B) \subset (A \cup B)$ $\therefore$ 참
② $(A \cap B) \subset A$ 이므로 $A \cup (A \cap B) = A$ $\therefore$ 참
③ $(A \cup C) \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C = A \cap B$ $\therefore$ 거짓
④ $A \subset (A \cup B)$ 이므로 $A \cap (A \cup B) = A$ $\therefore$ 참
⑤ 벤 다이어그램으로부터 $(A \cup B) \subset C$ $\therefore$ 참



3. 전체집합 $U = \{x|x\text{는 짝수}\}$ 의 부분집합 A 는 5 보다 작은 자연수로만 이루어져 있다. 가능한 집합 A 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

집합 A 는 5 보다 작은 짝수 2, 4 로만 이루어져 있다.
따라서 가능한 집합 A 는 $\{2\}$, $\{4\}$, $\{2, 4\}$ 의 3 개이다.

4. 집합 $A = \{x \mid x$는 8의 약수$\}$ 의 부분집합 중 원소가 짝수로만 이루어진 부분집합이 아닌 것은?

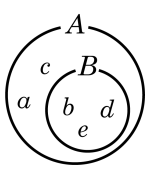
① $\varnothing$ ② $\{2\}$ ③ $\{2, 4\}$

④ $\{4, 8\}$ ⑤ $\{2, 4, 8\}$

해설

$A = \{1,\ 2,\ 4,\ 8\}$
이 중 짝수로만 이루어진 $\{2,\ 4,\ 8\}$ 의 부분집합을 먼저 구하면
원소가 0 개인 부분집합 : $\varnothing$
원소가 1 개인 부분집합 : $\{2\}$, $\{4\}$, $\{8\}$
원소가 2 개인 부분집합 : $\{2,\ 4\}$, $\{2,\ 8\}$, $\{4,\ 8\}$
원소가 3 개인 부분집합 : $\{2,\ 4,\ 8\}$
이고, 이 중 원소가 0 개인 부분집합은 짝수가 한 개도 포함되어 있지 않으므로 원소가 짝수로만 이루어진 부분집합이 아니다.

5. 다음 벤 다이어그램에서 집합 A 의 부분집합 중 집합 B 의 원소를 반드시 포함하는 부분집합의 개수를 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

집합 A, B를 원소나열법으로 나타내면 $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{b, d, e\}$ 이므로 집합 A 의 부분집합 중 집합 B 의 원소를 반드시 포함하는 부분집합을 구하면 $\{b, d, e\}$, $\{a, b, d, e\}$, $\{b, c, d, e\}$, $\{a, b, c, d, e\}$ 이고 개수는 4 개이다.

6. 두 집합 $A = \{a, c\}$, $B = \{a, b, c, d, e\}$ 에 대하여 집합 X 는 집합 B 에 포함되고, 집합A 는 집합 X 에 포함될 때, 이를 만족하는 집합 X 의 개수는?

① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개 ④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

집합 X는 집합 B의 부분집합 중 원소 a, c를 모두 포함하는 집합이므로

구하는 집합 X의 개수는 $2^{5-2} = 2^3 = 8$ (개)

7. 집합 $A = \{1, 2, \cdots, n\}$의 부분집합 중에서 1, 2 를 포함하지 않는 부분집합의 개수가 8 개일 때, 자연수 n 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$2^{(1,\ 2를\ 제외한\ 원소의\ 개수)} = 2^{n-2} = 8 = 2^3 \quad \therefore n = 5$

8. 전체집합 U 의 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $(A \cap B) \cup (A^c \cup B^c) = U$　② $(A \cup B^c) \cup B = A$

③ $A \cap (A^c \cup B) = A \cap B$　④ $A \cup (A \cap B) = A$

⑤ $(B - A) \cup (B \cap A) = B$

해설

② $(A \cup B^c) \cup B = A \cup (B^c \cup B) = A \cup U = U$

9. 100이하의 자연수 중 k의 배수 집합을 $A_k(k = 1, 2, 3, \cdots)$라 할 때, $n(A_2 \cap A_3 \cap A_4)$ 의 값은? (단, $n(A)$는 A의 원소의 개수)

① 8 ② 12 ③ 16 ④ 33 ⑤ 50

해설

$A_a \cap A_b \rightarrow a$와 b의 공배수의 집합 $\rightarrow a$와 b의 최소공배수의 배수집합 $\rightarrow A_{a\text{와 }b\text{의최소공배수}}$

$n(A_2 \cap A_3 \cap A_4) = A_{12} \Rightarrow 12$배수의 집합

$100 \div 12 = 8 \cdots 4$이므로 8개

10. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 $A * B = (A \cup B)^c$ 으로 정의할 때, 다음 중 $(B * A) * B$와 항상 같은 것은?

① A　② B　③ $A - B$　④ $B - A$　⑤ A^c

해설

$(B * A) * B = ((B \cup A)^c \cup B)^c = (B \cup A) \cap B^c$
$= (A \cup B) - B = A - B$

11. 전체집합 $U = \{x | x$는 7 이하의 자연수$\}$ 의 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{2, 3, 5\}$, $C = \{3, 4, 7\}$일 때, $(A \cup B) \cap C^c$ 은?

① $\{1\}$ ② $\{1, 2\}$ ③ $\{1, 6\}$

④ $\{1, 2, 6\}$ ⑤ $\{1, 2, 5, 6\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 이므로

$(A \cup B) \cap C^c = (A \cup B) - C$

$= \{1, 2, 3, 5, 6\} - \{3, 4, 7\}$

$= \{1, 2, 5, 6\}$ 이다.

12. 전체집합 $U=\{3,4,5,6,7\}$ 의 서로 다른 두 부분집합 X, Y 에 대하여 $(X\cup Y)-(X\cap Y)$ 의 가장 큰 원소가 X 에 속할 때, $Y <<< X$ 라 하자. U 의 부분집합 $A=\{3,4,7\}$, $B=\{4,6,7\}$, $C=\{4,5,6\}$ 에 대하여 옳은 것은?

① $A <<< B <<< C$　　② $A <<< C <<< B$

③ $B <<< A <<< C$　　④ $B <<< C <<< A$

⑤ $C <<< A <<< B$

해설

i) 집합 A, B 에 대하여
$(A\cup B)-(A\cap B)=\{3,6\}$
$6\in B$ 이므로 $A <<< B \cdots$ ㉠
ii) 집합 B, C 에 대하여
$(B\cup C)-(B\cap C)=\{5,7\}$
$7\in B$ 이므로 $C <<< B \cdots$ ㉡
iii) 집합 A, C 에 대하여
$(A\cup C)-(A\cap C)=\{3,5,6,7\}$
$7\in A$ 이므로 $C <<< A \cdots$ ㉢
$\therefore$ ㉠, ㉡, ㉢ 에서 $C <<< A <<< B$

13. 집합 $A = \{\varnothing,\ 1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9,\ \{1,\ 3,\ 5\}\}$, $B = \{\varnothing,\ 1,\ 3,\ 5,\ 7,\ \{1,\ 3,\ 5\}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 골라라.

㉠ $\varnothing \notin A$	㉡ $7 \subset B$
㉢ $\{1,\ 3,\ 5\} \subset B$	㉣ $\{\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}\} \in A$
㉤ $A \subset B$	

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

㉠ $\varnothing \in \{\varnothing\}$ 이고,$\varnothing \notin \varnothing$, $\varnothing \subset \varnothing$ 이다.
㉡ $7 \in B$
㉣ $\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$ 는 집합 A 의 부분집합이므로 $\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\} \subset A$
㉤ $B \subset A$

14. 집합 A, B, C, D, E 의 관계가 보기와 같을 때, 다음 중 옳은 것은?

보기

$A \subset C$, $B \subset C$, $C \subset E$, $D \subset E$

① 집합 A 는 집합 B 의 부분집합이다.

② 집합 B 는 집합 D 의 부분집합이다.

③ $D \subset C$ 이면, $B \subset D$ 이다.

④ $E \subset D$ 이면, $A \subset D$ 이다.

⑤ 집합 B 와 집합 E 는 같을 수 없다.

해설

① 집합 A 는 집합 B 의 부분집합이다. → 알 수 없다.
② 집합 B 는 집합 D 의 부분집합이다. → 알 수 없다.
③ $D \subset C$ 이면, $B \subset D$ 이다. → $D \subset B$, $B \not\subset D$ 일 수 있다.
④ $E \subset D$ 이면, $A \subset D$ 이다. → $E \subset D$ 이면, $D = E$ 이고 $A \subset E$ 이므로 $A \subset D$ 이다.
⑤ 집합 B 와 집합 E 는 같을 수 없다. → $B = C = E$ 일 수 있다.

15. 다음 조건을 만족하는 두 집합 A, B 에 대하여 $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

㉠ $A=\{2,\ a,\ a^2\}$, $B=\{b,\ c,\ 4\}$
㉡ $A \subset B$, $B \subset A$
㉢ a, b, c 가 서로 다른 자연수

▶ 답 :

▷ 정답 : 22

해설

$A \subset B$, $B \subset A$ 이므로 $A=B$
$4 \in B$ 이므로 $4 \in A$
$a=4$ 또는 $a^2=4$
(i) $a=4$ 일 때, $A=\{2,\ 4,\ 16\}$, $B=\{b,\ c,\ 4\}$
$\therefore\ b=2,\ c=16$ 또는 $b=16,\ c=2$
(ii) $a^2=4$ 일 때, $a=2$ (a 는 자연수)
$A=\{2,\ 2^2\}=\{2,\ 4\}$, $B=\{b,\ c,\ 4\}$
b 또는 c 가 2 이어야 하므로 a, b, c 가 서로 다른 자연수가 될 수 없다.
$\therefore\ a+b+c=4+2+16=22$

16. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

> ㉠ $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이다.
>
> ㉡ $A = B$ 이면 $n(A) = n(B)$ 이다.
>
> ㉢ $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$ 이다.

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢

④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $A = \{a, b\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ 라고 하면 $n(A) < n(B)$ 이지만 $A \not\subset B$ 이다.

㉢ $A = \{a, b, c\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ 라고 하면 $n(A) = n(B)$ 이지만 $A \neq B$ 이다.

17. 두 집합 $A = \{x \mid x$는 20 이하의 소수$\}$, $B = \{x \mid x$는 7 미만의 소수$\}$ 에 대하여 $B \subset X \subset A$ 를 만족하는 X 의 개수를 모두 구하면?

① 16 개 ② 20 개 ③ 24 개 ④ 28 개 ⑤ 32 개

해설

$A = \{2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 11,\ 13,\ 17,\ 19\}$, $B = \{2,\ 3,\ 5\}$
집합 X 는 원소 2 와 3, 5 를 포함하는 집합 A 의 부분집합이므로 부분집합의 개수는
$2^{8-3} = 2^5 = 32$ (개) 이다.

18. 집합 $A = \{x \mid x$는 12의 약수$\}$ 일 때, 적어도 하나의 원소가 홀수인 집합 A 의 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 48 개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 적어도 하나는 홀수인 부분집합의 개수는 모든 부분집합의 개수에서 짝수의 원소로만 이루어진 부분집합의 개수를 빼면 되므로 $2^6 - 2^{6-2} = 64 - 16 = 48$ (개) 이다.

19. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A-B)=20$, $n(A^c \cap B)=12$, $n(A \cup B)=48$ 일 때, $n(A \cap B)$ 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

$A^c \cap B = B - A$

$n(A \cup B) = n(A - B) + n(A \cap B) + n(A^c \cap B)$

$48 = 20 + n(A \cap B) + 12$

$\therefore\ n(A \cap B) = 16$