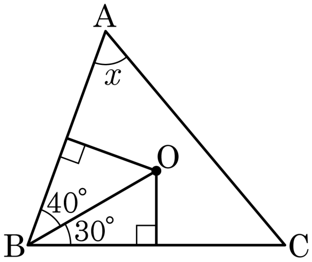
1. 다음 그림에서 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

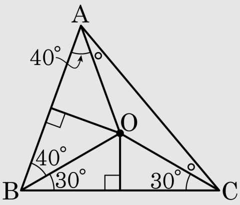


▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 60 °

해설

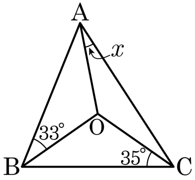
다음 그림과 같이 $\angle BCO = 30°$, $\angle OAB = 40°$ 이고 $\angle OCA = 90° - (40° + 30°) = 20°$ 이다.



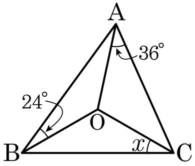
따라서 $\angle x = 40° + 20° = 60°$ 이다.

2. 다음 그림에서 점 O가 $\triangle ABC$의 외심일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.

(1)



(2)



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) $22\,°$

▷ 정답 : (2) $30\,°$

해설

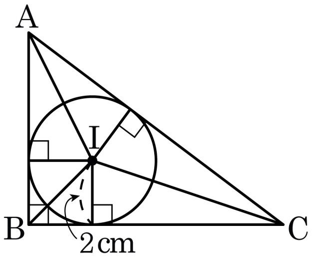
(1) $\angle x + 33\,° + 35\,° = 90\,°$

$\therefore \angle x = 22\,°$

(2) $\angle x + 36\,° + 24\,° = 90\,°$

$\therefore \angle x = 30\,°$

3. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, 내접원의 반지름의 길이는 2cm 이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 24cm^2 일 때, $\triangle ABC$ 의 세변의 길이의 합을 구하여라.



▶ **답 :** ______ cm

▷ **정답 :** 24 cm

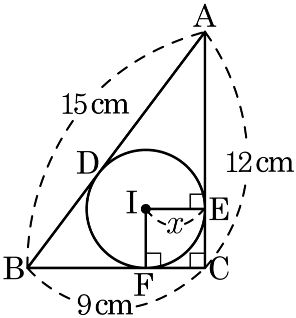
해설

$\triangle ABI$, $\triangle BCI$, $\triangle ICA$ 의 높이는 같으므로,

삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}) \times 2 = 24$

$\therefore \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = 24\text{cm}$

4. 다음 그림에서 점 I가 직각삼각형 ABC의 내심일 때, 다음을 구하여라.



(1) △ABC의 넓이
(2) x의 값

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) $54\,\mathrm{cm}^2$

▷ 정답 : (2) $3\,\mathrm{cm}$

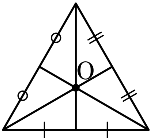
해설

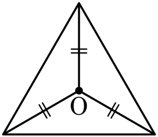
(1) $\frac{1}{2} \times (9 \times 12) = 54(\mathrm{cm}^2)$

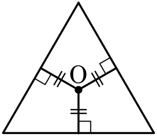
(2) $54 = \frac{1}{2}x(9 + 12 + 15)$

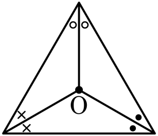
$\therefore\ x = 3(\mathrm{cm})$

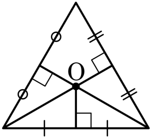
5. 다음 중 점 O 가 삼각형의 외심에 해당하는 것을 모두 고르면?

①


②


③


④


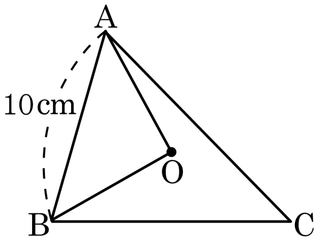
⑤


해설

내심 ③,④

외심 ②,⑤

6. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\overline{AB} = 10\,\text{cm}$이고, $\triangle AOB$의 둘레의 길이가 $24\,\text{cm}$일 때, $\triangle ABC$의 외접원의 반지름의 길이는?



① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설

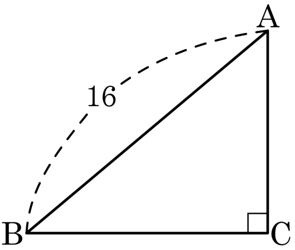
점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB}$

따라서 $\triangle AOB$의 둘레의 길이는

$\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{AB} = 2\overline{OA} + 10 = 24$

$\therefore \text{OA} = 7(\,\text{cm})$

7. 다음 그림은 $\angle C$가 직각인 삼각형이다. $\triangle ABC$의 외접원의 둘레의 길이는?

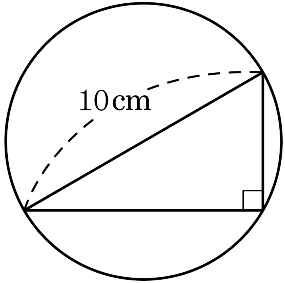


① 10π ② 12π ③ 14π ④ 16π ⑤ 18π

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 위치하므로
$\triangle ABC$의 외접원의 중심은 $\overline{AB}$의 중점이다.
따라서 외접원의 반지름은 8이므로
둘레는 $2\pi r = 2 \times \pi \times 8 = 16\pi$이다

8. 다른 그림와 같이 빗변의 길이가 10cm 인 직각삼각형의 외접원의 반지름의 길이를 구하여라.

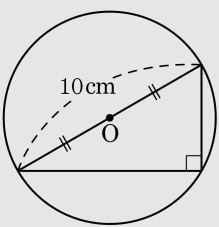


▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 5 cm

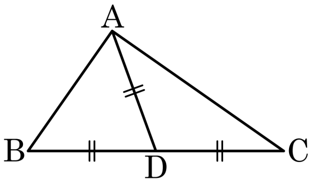
해설

직각삼각형의 외심 O는 빗변의 중심에 존재한다.



따라서 반지름의 길이는 5cm 이다.

9. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}$ 위의 한 점 D에 대하여 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 일 때, $\angle A$의 크기를 구하여라.



▶ **답 :** $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad ^{\circ}}$

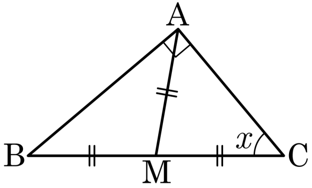
▷ **정답 :** $90\underline{^{\circ}}$

해설

$\overline{DA} = \overline{DB} = \overline{DC}$이므로 점 D는 외심이다

따라서 $\triangle ABC$는 $\angle A = 90^{\circ}$인 직각삼각형이다.

10. 다음 그림에서 점 M 은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변의 중점이다. $\angle AMB : \angle AMC = 5 : 4$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 30° ② 40° ③ 50° ④ 60° ⑤ 70°

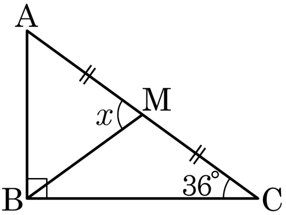
해설

$\angle AMB : \angle AMC = 5 : 4$ 이므로 $\angle AMB = 100°$, $\angle AMC = 80°$

$\overline{AM} = \overline{CM}$ 이므로 $\triangle AMC$ 는 이등변삼각형, $\angle MAC = \angle MCA$ 이다.

$\angle AMC = 80°$ 이므로 $\angle MAC = (180° - 80°) \div 2 = 50°$ 이다.

11. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 빗변 AC 의 중점은 M 이고 $\angle ACB = 36°$ 일 때 $\angle AMB$ 의 크기는?

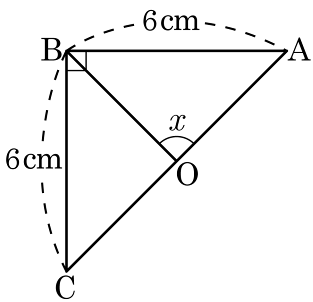


① 62° ② 64° ③ 68° ④ 70° ⑤ 72°

해설

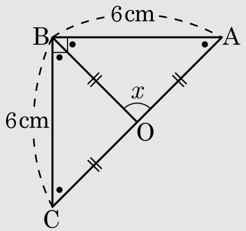
직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AM} = \overline{CM} = \overline{BM} \cdots$ ㉠
따라서 $\triangle BMC$ 는 이등변삼각형이다.
$\angle MCB = \angle MBC = 36°$
$\angle AMB = \angle MCB + \angle MBC = 36° + 36° = 72°$

12. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 점 O 가 빗변의 중점일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?



① 70° ② 75° ③ 80° ④ 85° ⑤ 90°

해설



$\triangle$ABC 는 직각이등변삼각형

$\angle$BCA $=$ $\angle$BAC 이고, $\angle$B $= 90°$ 이므로

$\angle$BCA $=$ $\angle$BAC $= 45°$

직각삼각형 $\triangle$ABC 의 점 O 가 빗변의 중점이므로 $\triangle$ABC 의 외심이다.

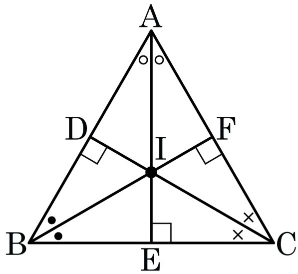
$\therefore \overline{\mathrm{OC}} = \overline{\mathrm{OB}} = \overline{\mathrm{OA}}$

$\triangle$OAB 가 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OB}}$)

$\angle$OAB $=$ $\angle$OBA $= 45°$

따라서 $\angle$AOB $= 90°$ 이다.

13. 다음은 삼각형의 세 내각의 이등분선이 한 점에서 만남을 나타낸 것이다. 빈칸에 공통으로 들어갈 알맞은 것을 고르면?



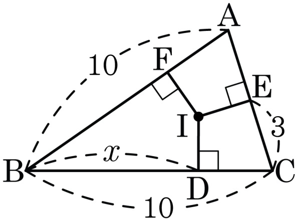
$\triangle$IBE와 $\triangle$IBD에서
$\angle$IEB $=$ $\angle$IDB $= 90°$,
$\overline{\text{IB}}$는 공통변,
$\angle$IBE $=$ $\angle$IBD 이므로
$\triangle$IBE $\equiv$ $\triangle$IBD (RHA 합동)
$\therefore$ $\overline{\text{ID}} = \boxed{} \cdots$ ㉠
같은 방법으로 $\triangle$ICE $\equiv$ $\triangle$ICF (RHA 합동) 이므로
$\therefore$ $\boxed{} = \overline{\text{IF}} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서
$\therefore$ $\overline{\text{ID}} = \overline{\text{IF}}$
$\triangle$ADI와 $\triangle$AFI에서
$\angle$ADI $=$ $\angle$AFI $= 90°$, $\overline{\text{AI}}$는 공통 변, $\overline{\text{ID}} = \overline{\text{IF}}$
이므로 $\triangle$ADI $\equiv$ $\triangle$AFI(RHS 합동)
대응각 $\angle$DAI $=$ $\angle$FAI 이므로 $\overline{\text{AI}}$는 $\angle$A 의 이등분선이다.
따라서 세 각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

① $\overline{\text{IA}}$　② $\overline{\text{IE}}$　③ $\overline{\text{IC}}$　④ $\overline{\text{IB}}$　⑤ $\overline{\text{AF}}$

해설

$\triangle$IBE $\equiv$ $\triangle$IBD(RHA 합동) 이므로
$\overline{\text{ID}}$와 대응변인 $\overline{\text{IE}}$의 길이가 같고, $\triangle$ICE $\equiv$ $\triangle$ICF(RHA 합동)
이므로 $\overline{\text{IE}}$와 대응변인 $\overline{\text{IF}}$의 길이가 같다.
따라서 빈 칸에 공통으로 $\overline{\text{IE}}$가 들어간다.

14. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. x의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 7

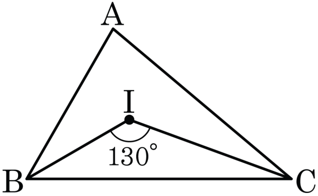
해설

점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로, $\overline{CE} = \overline{CD}$이다.

$\overline{BC} = x + \overline{CD}$

$\therefore\ x = 10 - 3 = 7$

15. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle BIC = 130°$일 때, $\angle A$의 크기는?



① $80°$ ② $70°$ ③ $60°$ ④ $50°$ ⑤ $75°$

해설

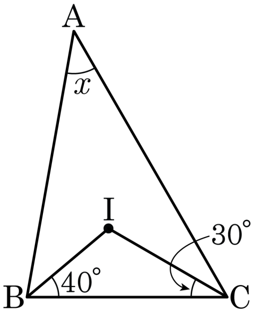
점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$이다.

점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로

$\angle BIC = 130° = 90° + \frac{1}{2}\angle A$

$\therefore \angle A = 80°$

16. 다음 그림에서 점 I가 삼각형의 내심일 때, $\angle x$의 크기는?

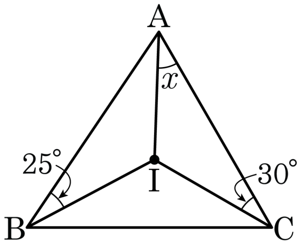


① 20° ② 30° ③ 40° ④ 50° ⑤ 60°

해설

$\angle x = 180° - (40° + 30°) \times 2 = 40°$

17. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle x$값은 얼마인가?



① $30°$ ② $31°$ ③ $32°$ ④ $33°$ ⑤ $35°$

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$이다.

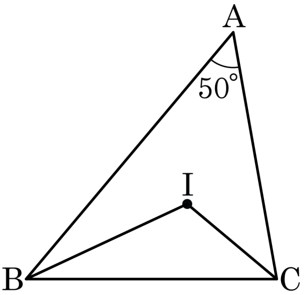
점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle IBC = \angle ABI = 25°$이다.

삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로 $\angle BIC = 180° - 30° - 25° = 125°$이다.

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$, $125° = 90° + \frac{1}{2}\angle A$, $\angle A = 70°$

$\therefore\ \angle x = \angle CAI = \frac{1}{2}\angle A = 35°$

18. 다음 그림에서 $\triangle ABC$의 내심을 I라 할 때, $\angle A = 50°$이면 $\angle BIC$의 크기는?



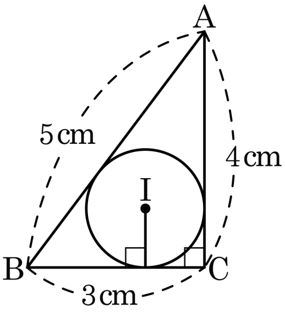
① $100°$　② $105°$　③ $110°$　④ $115°$　⑤ $120°$

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$이다.

$\therefore \angle BIC = 90° + \frac{1}{2} \times 50° = 115°$

19. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{AC} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 3\text{cm}$ 이고, $\angle C = 90°$ 일 때, 내접원 I 의 반지름의 길이는?



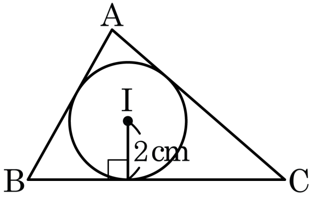
① 1cm　② 2cm　③ 3cm　④ 4cm　⑤ 5cm

해설

내접원의 반지름의 길이를 r이라 하면

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times r \times (3+4+5) = \frac{1}{2} \times 3 \times 4$ 이다. 따라서 $r = 1\text{cm}$ 이다.

20. 다음 그림에서 점 I 는 삼각형 ABC 의 내심이고, 내접원의 반지름의 길이가 2cm 이다. $\triangle ABC = 25\text{cm}^2$ 일 때, 삼각형 ABC 의 둘레의 길이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

($\triangle$ABC의 넓이) $= \dfrac{1}{2} \times 2 \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC}) = 25(\text{cm}^2)$ 이다.

따라서 $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} = 25(\text{cm})$ 이다.

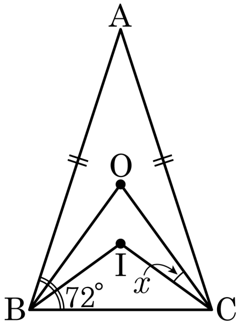
21. 다음 중 내심과 외심이 일치하는 삼각형은?

① 직각삼각형 ② 예각삼각형 ③ 둔각삼각형
④ 정삼각형 ⑤ 이등변삼각형

해설

내심과 외심이 일치하는 삼각형은 정삼각형이다.

22. 다음 그림에서 점 O 와 I 는 각각 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 의 외심과 내심이다. $\angle ABC = 72°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기= ( )° 이다. 빈칸에 들어갈 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$\angle BAC = 180° - 2 \times 72° = 36°$이므로 $\angle BOC = 2\angle BAC = 72°$

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2} \times \angle BAC = 108°$

따라서 $\angle OCB = \frac{1}{2}(180° - 72°) = 54°$

$\angle ICB = \frac{1}{2}(180° - 108°) = 36°$이므로

$\angle x = 54° - 36° = 18°$