1. $\sqrt{125}+\sqrt{3}\left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}-\sqrt{15}\right)-\sqrt{75}=a\sqrt{3}+b\sqrt{5}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b는 유리수)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=-2$

해설

$\sqrt{125}+\sqrt{3}\left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}-\sqrt{15}\right)-\sqrt{75}$

$=5\sqrt{5}+\sqrt{5}-3\sqrt{5}-5\sqrt{3}$

$=-5\sqrt{3}+3\sqrt{5}$

$\therefore a=-5,\ b=3$

따라서 $a+b=-5+3=-2$ 이다.

2. 다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{7}-\sqrt{3}-\sqrt{2}=\sqrt{2}$

② $\sqrt{0.02}\times\sqrt{2}=0.2$

③ $\sqrt{6}+\sqrt{4}=\sqrt{10}$

④ $3\sqrt{2}\times\sqrt{12}\div\frac{1}{\sqrt{3}}=6\sqrt{2}$

⑤ $2\sqrt{2}+\sqrt{18}-\sqrt{50}=-2\sqrt{30}$

해설

④ $3\sqrt{2}\times2\sqrt{3}\times\sqrt{3}=18\sqrt{2}$
⑤ $2\sqrt{2}+3\sqrt{2}-5\sqrt{2}=0$

3. 다음 중 $\sqrt{23} = 4.796$ 임을 이용하여 제곱근의 값을 구할 수 있는 것은 모두 몇 개인가?

㉠ $\sqrt{0.023}$	㉡ $\sqrt{230}$
㉢ $\sqrt{0.23}$	㉣ $\sqrt{23000}$

① 0 개 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

㉠ $\sqrt{0.023} = \sqrt{\frac{2.3}{100}} = \frac{\sqrt{2.3}}{10}$

㉡ $\sqrt{230} = \sqrt{2.3 \times 10^2} = 10\sqrt{2.3}$

㉢ $\sqrt{0.23} = \sqrt{\frac{23}{100}} = \frac{\sqrt{23}}{10} = 0.4796$

㉣ $\sqrt{23000} = \sqrt{2.3 \times 10^4} = 100\sqrt{2.3}$

이므로 $\sqrt{23} = 4.796$ 임을 이용하여 제곱근의 값을 구할 수 있는 것은 모두 1 개이다.

4. $\sqrt{3}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, $2a+b$ 의 값은 얼마인가?

① $\sqrt{3}$　　② $1+\sqrt{3}$　　③ $2+\sqrt{3}$

④ 5　　⑤ $2+2\sqrt{3}$

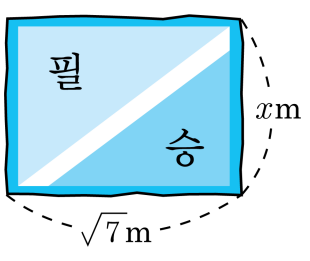
해설

$1<\sqrt{3}<2$ 이므로

$\therefore\ a=1,\ b=\sqrt{3}-1$

$\therefore\ 2a+b=2+\sqrt{3}-1=\sqrt{3}+1$

5. 가로가 $\sqrt{7}$m 인 천으로 넓이가 $\sqrt{28}\,\mathrm{m}^2$ 인 직사각형 모양의 응원가를 만들려고 한다. 이 때, 필요한 천의 길이는?



① 1 m ② 2 m ③ 3 m ④ 4 m ⑤ 5 m

해설

직사각형의 넓이는 (가로) × (세로) 이다.

따라서 $\sqrt{7}x = \sqrt{28}$, $x = \dfrac{\sqrt{28}}{\sqrt{7}} = \sqrt{4} = 2(\mathrm{m})$ 이다.

6. 다음 보기 중 제곱근을 바르게 구한 것을 모두 고르면?

보기

㉠ 36 의 음의 제곱근 → -6

㉡ 5 의 제곱근 → $\pm\sqrt{5}$

㉢ $(-3)^2$ 의 제곱근 → 3

㉣ $\sqrt{16}$ 의 제곱근 → ± 4

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

㉢ $(-3)^2$ 의 제곱근 → 9 의 제곱근 → ± 3
㉣ $\sqrt{16}$ 의 제곱근 → 4 의 제곱근 → ± 2

7. 다음 중 제곱근을 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 것은?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{81}$ ③ 1.5 ④ 155 ⑤ 66

해설

① $\left(\frac{1}{2}\text{의 제곱근}\right) = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

② $\left(\frac{1}{81}\text{의 제곱근}\right) = \pm\frac{1}{9}$

③ (1.5 의 제곱근)$= \pm\sqrt{1.5}$

④ (155 는 제곱수가 아니므로 155 의 제곱근)$= \pm\sqrt{155}$

⑤ (66 은 제곱수가 아니므로 66 의 제곱근) $= \pm\sqrt{66}$

따라서 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 것은 ②이다.

8. $1 < x < 3$ 일 때, $\sqrt{(x-3)^2} + \sqrt{(x+1)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\sqrt{(x-3)^2} + \sqrt{(x+1)^2} = -(x-3) + x + 1$$
$$= 4$$

9. $\sqrt{72x}$ 가 자연수가 되기 위한 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 2$

해설

$\sqrt{72x} = \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 2 \times x} = 6\sqrt{2x}$

$x = 2$ 이면 자연수가 된다.

10. $\sqrt{10-x}$ 가 자연수가 되게 하는 모든 x 값의 합을 구하여라.(단, x는 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$\sqrt{10-x}$ 가 자연수가 되게 하기 위해 근호 안의 값은 제곱수가 되어야 하므로

$3^2 = 9 = 10 - 1 \Rightarrow x = 1$

$2^2 = 4 = 10 - 6 \Rightarrow x = 6$

$1^2 = 1 = 10 - 9 \Rightarrow x = 9$

따라서 $x = 1,\ 6,\ 9$ 이고 x 값의 합은

$1 + 6 + 9 = 16$ 이다.

11. 다음 중 유리수가 아닌 수는?

① $(-\sqrt{0.3})^2$ ② $-\sqrt{1}$ ③ $\sqrt{3.\dot{9}}$

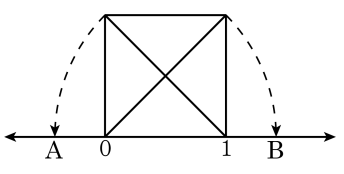
④ $\sqrt{\left(-\frac{2}{7}\right)^2}$ ⑤ $\sqrt{6}-\sqrt{4}$

해설

①$(-\sqrt{0.3})^2 = 0.3$ ②$-\sqrt{1} = -1$

③$\sqrt{3.\dot{9}} = \sqrt{\frac{36}{9}} = \sqrt{4} = 2$ ④$\frac{2}{7}$

12. 다음 한 변의 길이가 1 인 정사각형에 대해 수직선에 대응하는 점 A, B 의 좌표가 각각 A(a), B(b) 라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=1$

해설

정사각형의 한 변의 길이가 1 이므로 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$ 이다.
그러므로 A($1-\sqrt{2}$), B($\sqrt{2}$) 이다.
$\therefore a=1-\sqrt{2},\ b=\sqrt{2}$, $a+b=1$

13. 다음 중 $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{7}$ 사이에 있는 무리수는?

① $\sqrt{3}+2$　　② $2\sqrt{2}$　　③ $\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{7}}{2}$

④ 4　　⑤ $\sqrt{7}-3$

해설

$1<\sqrt{3}<2 \Rightarrow 3<\sqrt{3}+2<4$

14. $\sqrt{72}+2\sqrt{8}-\sqrt{50}=a\sqrt{2}$ 에서 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=5$

해설

$\sqrt{6\times6\times2}+2\sqrt{2\times4}-\sqrt{5\times5\times2}$
$=6\sqrt{2}+4\sqrt{2}-5\sqrt{2}=5\sqrt{2}$
$5\sqrt{2}=a\sqrt{2}$ 이므로
$\therefore a=5$

15. 다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{10}$ 은 $\sqrt{2}$ 의 5 배이다.

② 25 의 제곱근은 5 이다.

③ $-\sqrt{(-3)^2}$ 은 -3 이다.

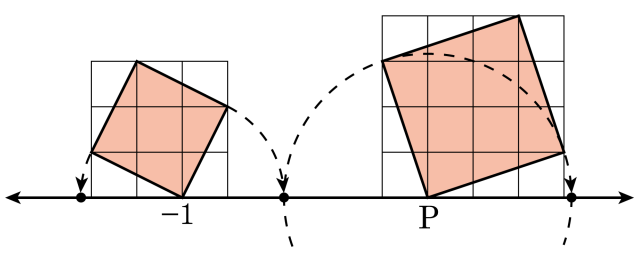
④ $\sqrt{16}$ 의 제곱근은 ± 4 이다.

⑤ -8 의 음의 제곱근은 $-\sqrt{8}$ 이다.

해설

① $\sqrt{10}$ 은 $\sqrt{2}$ 의 $\sqrt{5}$ 배이다.
② 25 의 제곱근은 ± 5 이다.
④ $\sqrt{16}$ 의 제곱근은 ± 2 이다.
⑤ 음수의 제곱근은 없다.

16. 넓이가 5 와 10 인 정사각형 2 개를 그림과 같이 놓았을 때, 점 P 의 좌표를 구하면?



① $-1-\sqrt{5}-\sqrt{10}$　② $-1+\sqrt{5}-\sqrt{10}$

③ $-1-\sqrt{5}+\sqrt{10}$　④ $-1+\sqrt{5}+\sqrt{10}$

⑤ $1+\sqrt{5}+\sqrt{10}$

해설

$\mathrm{P}=-1+\sqrt{9-4}+\sqrt{16-6}=-1+\sqrt{5}+\sqrt{10}$

17. 다음에 주어진 수를 크기가 작은 것부터 차례로 나열할 때, 세 번째에 해당하는 것은?

① $\sqrt{5}+\sqrt{2}$　② $-\sqrt{5}$　③ -2
④ $\sqrt{5}+1$　⑤ $-2-\sqrt{5}$

해설

양수는 음수보다 크므로 양수는 양수끼리, 음수는 음수끼리 비교한다.

i) $-\sqrt{5}-(-2)=-\sqrt{5}+\sqrt{4}<0$

$\therefore\ -\sqrt{5}<-2$

ii) $-\sqrt{5}-(-2-\sqrt{5})=2>0$

$\therefore\ -\sqrt{5}>-2-\sqrt{5}$

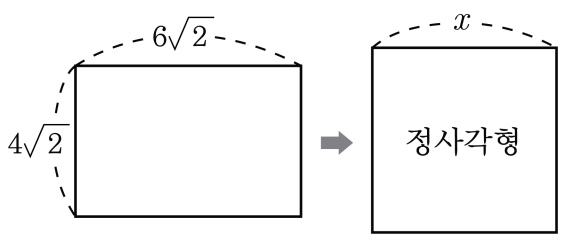
iii) $\sqrt{5}+\sqrt{2}-(\sqrt{5}+1)=\sqrt{2}-1>0$

$\therefore\ \sqrt{5}+\sqrt{2}>\sqrt{5}+1$

따라서 주어진 수의 순서는

$-2-\sqrt{5}<-\sqrt{5}<-2<\sqrt{5}+1<\sqrt{5}+\sqrt{2}$

18. 가로의 길이가 $6\sqrt{2}$ 이고, 세로의 길이가 $4\sqrt{2}$ 인 직사각형과 넓이가 같은 정사각형의 한 변의 길이 x 를 $a\sqrt{b}$ 의 꼴로 나타내면? (단, b 는 제곱인 인수가 없는 자연수)



① $2\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{3}$ ③ $4\sqrt{3}$ ④ $5\sqrt{3}$ ⑤ $6\sqrt{3}$

해설

직사각형의 넓이는 $6\sqrt{2} \times 4\sqrt{2} = 48$ 이다.
따라서 $x^2 = 48$ 이므로 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$ 이다.

19. $x = \sqrt{5}$, $y = \sqrt{2}$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

① $\sqrt{20} = xy^2$　　② $100 = x^2y^2$　　③ $0.2 = \frac{y}{10}$

④ $\sqrt{50} = x^2y$　　⑤ $\frac{\sqrt{2}}{5} = \frac{y}{x^2}$

해설

② $x^2y^2 = (xy)^2 = \left(\sqrt{10}\right)^2 = 10$

$\therefore 100 = 10^2 = \left(x^2y^2\right)^2 = x^4y^4$

③ $\sqrt{0.2} = \sqrt{\frac{20}{100}} = \frac{\sqrt{2^2 \times 5}}{10} = \frac{2}{10}\sqrt{5} = \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{x}{5}$

20. $a > 0$, $b > 0$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고른 것은?

㉠ $\dfrac{ab}{\sqrt{a}} = \dfrac{b\sqrt{a}}{a}$	㉡ $\dfrac{\sqrt{b}}{c\sqrt{a}} = \dfrac{\sqrt{ab}}{ac}$
㉢ $\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{ab}}{b}$	㉣ $\dfrac{b}{c\sqrt{a}} = \dfrac{b\sqrt{a}}{c}$

① ㉠, ㉢ ② ㉠, ㉣ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

㉠ $\dfrac{ab}{\sqrt{a}} = \dfrac{ab\sqrt{a}}{a} = b\sqrt{a}$

㉡ $\dfrac{\sqrt{b}}{c\sqrt{a}} = \dfrac{\sqrt{b}\sqrt{a}}{ac} = \dfrac{\sqrt{ab}}{ca}$

㉢ $\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}\sqrt{b}}{b} = \dfrac{\sqrt{ab}}{b}$

㉣ $\dfrac{b}{c\sqrt{a}} = \dfrac{b\sqrt{a}}{ac}$

21. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

① $\frac{7}{9}$ 의 제곱근은 $\pm\frac{\sqrt{7}}{3}$ 이다.
② 1.5 의 제곱근은 1 개이다.
③ 제곱근 $\frac{9}{4}$ 는 $\frac{3}{2}$ 이다.
④ 제곱근 25 는 5 이다.
⑤ 자연수가 아닌 수의 제곱근은 없다.

해설

② 1.5 의 제곱근은 $\pm\sqrt{1.5}$ 로 2 개이다.
⑤ 0 의 제곱근은 0 이다.

22. 다음 중에서 옳은 설명을 모두 고른 것은?

모든 무리수 x, y 에 대하여 ㄱ. $x+y$ 는 항상 무리수이다. ㄴ. $x-y$ 는 항상 무리수이다. ㄷ. $x\times y$ 는 항상 무리수이다. ㄹ. $x\div y$ 는 항상 무리수이다.

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄴ, ㄷ
④ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ　⑤ 없다

해설

ㄱ. 의 반례 : $x=\sqrt{2}$, $y=-\sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2}+(-\sqrt{2})=0$
ㄴ. 의 반례 : $x=\sqrt{2}$, $y=\sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2}-\sqrt{2}=0$
ㄷ. 의 반례 : $x=\sqrt{2}$, $y=\sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2}\times\sqrt{2}=(\sqrt{2})^2=2$
ㄹ. 의 반례 : $x=\sqrt{2}$, $y=\sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2}\div\sqrt{2}=1$
따라서, 옳은 것은 ⑤ 없다.

23. 두 실수 a, b 가 $a = \sqrt{8} - 3$, $b = -\sqrt{7} + \sqrt{8}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a - b > 0$　　② $b - a < 0$　　③ $b + \sqrt{7} > 3$

④ $ab > 0$　　⑤ $a + 1 > 0$

해설

① $a - b = \sqrt{8} - 3 - \left(-\sqrt{7} + \sqrt{8}\right)$
$= \sqrt{7} - 3$
$= \sqrt{7} - \sqrt{9} < 0$
$\therefore\ a - b < 0$

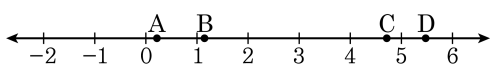
② $b - a = -\sqrt{7} + \sqrt{8} - \left(\sqrt{8} - 3\right)$
$= -\sqrt{7} + 3$
$= \sqrt{9} - \sqrt{7} > 0$
$\therefore\ b - a > 0$

③ (좌변)$= b + \sqrt{7} = -\sqrt{7} + \sqrt{8} + \sqrt{7} = \sqrt{8}$
(우변)$= 3 = \sqrt{9}$
$\therefore\ b + \sqrt{7} < 3$

④ $a = \sqrt{8} - 3 = \sqrt{8} - \sqrt{9} < 0$
$b = \sqrt{8} - \sqrt{7} > 0$
$\therefore\ ab < 0$

⑤ $a + 1 = \left(\sqrt{8} - 3\right) + 1$
$= \sqrt{8} - 2$
$= \sqrt{8} - \sqrt{4} > 0$
$\therefore\ a + 1 > 0$

24. 다음 수직선 위의 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 $\sqrt{12}+2$, $3\sqrt{2}-4$, $4-2\sqrt{2}$, $3+\sqrt{3}$이다. 점 A, B, C, D에 대응하는 수를 각각 a, b, c, d라 할 때, 다음 중 <u>틀린</u> 것은?



① $a+b=\sqrt{2}$　　② $c+d=3\sqrt{3}+5$

③ $3(a+b)>c+d$　　④ $b-a>0$

⑤ $c-d<0$

해설

$\sqrt{12}+2=5.\times\times\times \leftarrow d$

$3\sqrt{2}-4=0.\times\times\times \leftarrow a$

$4-2\sqrt{2}=1.\times\times\times \leftarrow b$

$3+\sqrt{3}=4.\times\times\times \leftarrow c$

③ $a+b=\sqrt{2} \rightarrow 3(a+b)=3\sqrt{2}$

$c+d=3\sqrt{3}+5$

$\therefore 3(a+b)-(c+d)=3\sqrt{2}-(3\sqrt{3}+5)$

$=\sqrt{18}-\sqrt{27}-5<0$

$\therefore 3(a+b)<c+d$

25. 제곱근의 나눗셈을 이용하였더니 $\sqrt{10}$ 은 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ 의 a 배였고, $\sqrt{21}$ 은 $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$ 의 b 배였다. $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=8$

해설

$$\sqrt{10} \div \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \sqrt{10} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{10 \times 5}{2}} = \sqrt{25} = 5$$

$\therefore a = 5$

$$\sqrt{21} \div \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} = \sqrt{21} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \sqrt{9} = 3$$

$\therefore b = 3$

$\therefore a+b = 5+3 = 8$