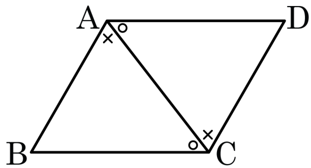
1. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.' 를 증명한 것이다. ㄱ ~ ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?



[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$

[결론] $\boxed{\text{ㄱ}} = \angle C$, $\angle B = \angle D$

[증명] 점 A와 점 C를 이으면 △ABD와 △CDB에서 $\boxed{\text{ㄴ}}$ 는 공통 ⋯ ㉠

$\overline{AB} //$ $\boxed{\text{ㄷ}}$ 이므로 $\angle BAC = \angle DCA \cdots$ ㉡

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\boxed{\text{ㄹ}} = \angle DAC \cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$

($\boxed{\text{ㅁ}}$ 합동)

$\therefore$ $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$

① ㄱ : $\angle A$
② ㄴ : $\overline{AC}$
③ ㄷ : $\overline{DC}$
④ ㄹ : $\angle BCA$
⑤ ㅁ : SAS

해설

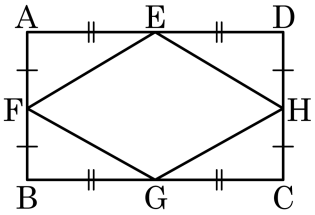
$\triangle ABC$와 $\triangle CDA$에서 $\overline{AC}$는 공통

$\overline{AB} // \overline{CD}$ 이므로 $\angle BAC = \angle DCA$,

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로

$\angle ACB = \angle DAC$ 이므로 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$ (ASA 합동)이다.

2. 다음은 직사각형 ABCD 의 각 변의 중점을 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 는 $\boxed{}$ 임을 증명하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 들어갈 알맞은 것은?



$\triangle AEF \equiv \triangle BGF \equiv \triangle CGH \equiv \triangle DEH$ (SAS 합동)

$\overline{EF} = \overline{FG} = \overline{GH} = \overline{EH}$

따라서 □EFGH 는 $\boxed{}$ 이다.

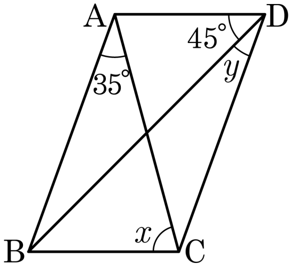
① 등변사다리꼴　② 직사각형　③ 마름모

④ 정사각형　⑤ 평행사변형

해설

네 변의 길이가 모두 같은 사각형은 마름모이다.

3. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle BAC = 35°$, $\angle ADB = 45°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기는?



① $94°$　② $98°$　③ $100°$　④ $104°$　⑤ $108°$

해설

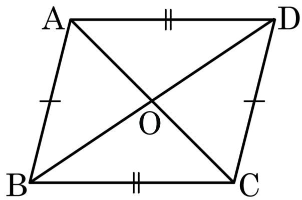
$\angle x = \angle DAC$ (엇각)

□ABCD 에서 $\angle A + \angle D = 180°$ 이므로

$\angle 35° + \angle x + \angle 45° + \angle y = 180°$

$\therefore \angle x + \angle y = 180° - (35° + 45°) = 100°$

4. 다음은 '두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.'를 증명하는 과정이다. ㄱ ~ ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?



[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \boxed{\text{ㄴ}}$

[결론] $\boxed{\text{ㄱ}} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$

[증명] 점 A와 점 C를 이으면

△ABC와 △CDA 에서

$\overline{AB} = \overline{DC}$ (가정) ⋯㉠

$\overline{AD} = \boxed{\text{ㄴ}}$ (가정) ⋯㉡

$\boxed{\text{ㄷ}}$는 공통 ⋯㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABC ≡ △CDA ($\boxed{\text{ㄹ}}$ 합동)

$\angle BAC = \angle DCA$ 이므로

$\boxed{\text{ㄱ}} // \overline{DC}$ ⋯㉣

$\angle ACB = \boxed{\text{ㅁ}}$ 이므로

$\overline{AD} // \overline{BC}$ ⋯㉤

㉣, ㉤에 의해서 □ABCD는 평행사변형이다.

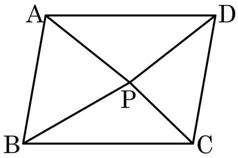
① ㄱ : $\overline{AB}$ ② ㄴ : $\overline{BC}$ ③ ㄷ : $\overline{AC}$

④ ㄹ : SAS ⑤ ㅁ : $\angle CAD$

해설

△ABC ≡ △CDA (SSS 합동)

5. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 내부에 임의의 점 P 를 잡았다. $\triangle \mathrm{APB} = 24\,\mathrm{cm}^2$, $\triangle \mathrm{APD} = 20\,\mathrm{cm}^2$, $\triangle \mathrm{DPC} = 14\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle \mathrm{PBC}$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $18\,\mathrm{cm}^2$

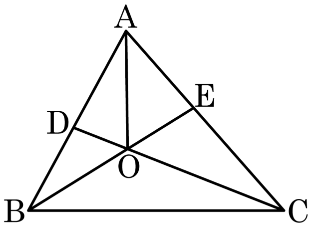
해설

$\triangle \mathrm{APB} + \triangle \mathrm{DPC} = \triangle \mathrm{APD} + \triangle \mathrm{PBC}$

$24 + 14 = 20 + \triangle \mathrm{PBC}$

$\therefore\ \triangle \mathrm{PBC} = 18\ (\mathrm{cm}^2)$

6. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\overline{AE} : \overline{EC} = 3 : 4$, $\overline{BO} : \overline{OE} = 3 : 2$이다. $\triangle EOC$의 넓이가 $8cm^2$일 때, $\triangle ABC$의 넓이는?



① $20cm^2$　② $24cm^2$　③ $28cm^2$

④ $32cm^2$　⑤ $35cm^2$

해설

$\triangle EOC$와 $\triangle COB$에서 높이는 같고 밑변은 $2 : 3$이므로

$\triangle EOC = \triangle CBE \times \dfrac{2}{2+3} = 8(cm^2)$

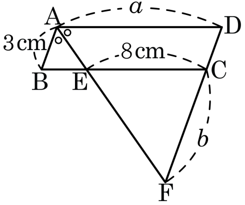
$\therefore \triangle CBE = 20(cm^2)$

$\triangle ABE$와 $\triangle BCE$에서 높이는 같고 밑변은 $3 : 4$이므로

$\triangle CBE = \triangle ABC \times \dfrac{4}{3+4} = 20(cm^2)$

$\therefore\ \triangle ABC = 35cm^2$

7. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $a+b$ 의 값은?



① 19cm ② 20cm ③ 21cm

④ 22cm ⑤ 23cm

해설

$\angle DAF = \angle CEF$ ($\because$ 동위각)

$\angle BAE = \angle CFE$ ($\because$ 엇각)

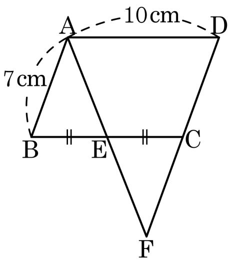
$\triangle CEF$ 는 이등변삼각형이 되어 $\overline{CE} = \overline{CF}$, $b = 8\text{cm}$

$\triangle DAF$ 도 이등변삼각형이 되고, $\square ABCD$ 에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$ 이므로

$\overline{AD} = \overline{DF} = a = b + \overline{DC} = 8 + 3 = 11\text{cm}$

$\therefore\ a + b = 11 + 8 = 19(\text{cm})$

8. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE} = \overline{CE}$ 이고 $\overline{AD} = 10\,\text{cm}$, $\overline{AB} = 7\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{DF}$ 의 길이는?



① 7 cm ② 9 cm ③ 14 cm

④ 16 cm ⑤ 18 cm

해설

$\overline{AB} = \overline{DC} = 7\,\text{cm}$, $\overline{BE} = \overline{CE} = 5\,\text{cm}$

$\angle AEB = \angle FEC$ (맞꼭지각)

$\angle ABE = \angle FCE$ (엇각)

$\triangle ABE \equiv \triangle FCE$, $\overline{AB} = \overline{FC} = 7\,\text{cm}$

$\therefore \overline{DF} = \overline{DC} + \overline{FC} = 14(\text{cm})$

9. 다음 중 □ABCD 가 평행사변형인 것은? (단, 점 O 는 대각선의 교점이다.)

① $\angle A = 110°$, $\angle B = 70°$, $\angle C = 110°$

② $\overline{AB} = \overline{BC} = 4\,\text{cm}$, $\overline{CD} = \overline{DA} = 6\,\text{cm}$

③ $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{CD}$, $\overline{AB} = 6\,\text{cm}$, $\overline{CD} = 5\,\text{cm}$

④ $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{CD}$, $\overline{AB} = 4\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 4\,\text{cm}$

⑤ $\overline{OA} = 5\,\text{cm}$, $\overline{OB} = 5\,\text{cm}$, $\overline{OC} = 3\,\text{cm}$, $\overline{OD} = 3\,\text{cm}$

해설

① 두 쌍의 대각의 크기가 같아 평행사변형이다.

10. 다음 중 정사각형의 성질이지만 마름모의 성질은 아닌 것은?

① 두 대각의 크기가 각각 같다.

② 두 대각선이 서로 직교한다.

③ 대각선에 의해 넓이가 이등분된다.

④ 두 대각선의 길이가 같다.

⑤ 내각의 크기의 합이 $360°$이다.

해설

마름모가 정사각형이 되기 위해서는 두 대각선의 길이가 같아야 한다.

11. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 사각형은 등변사다리꼴이다.

② 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이다.

③ 등변사다리꼴의 두 대각선은 길이가 같다.

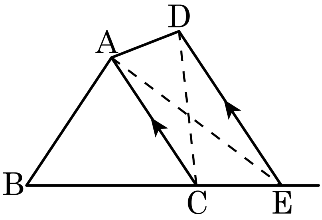
④ 두 대각선이 서로 수직인 평행사변형은 마름모이다.

⑤ 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 평행사변형은 마름모이다.

해설

① 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 사각형은 평행사변형이다.

12. 다음 그림에서 $\overline{AC} \,/\!/\, \overline{DE}$, $\overline{BC} : \overline{CE} = 2 : 1$ 이고, $\triangle ABC = 24\text{cm}^2$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이는?



① 30cm^2　② 36cm^2　③ 40cm^2

④ 48cm^2　⑤ 50cm^2

해설

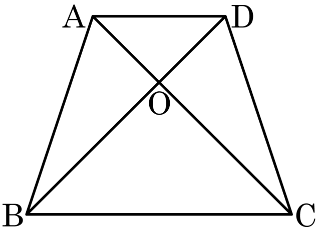
$\triangle ABC = 24\text{cm}^2$ 이고 $\overline{BC} : \overline{CE} = 2 : 1$ 이므로 $\triangle ACE = 24 \times \frac{1}{2} = 12(\text{cm}^2)$

$\triangle ACD = \triangle ACE$ ($\because \overline{AC} \,/\!/\, \overline{DE}$, $\overline{AC}$ 는 공통)

$\therefore\ \square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD = \triangle ABC + \triangle ACE$

$= 24 + 12 = 36(\text{cm}^2)$

13. 다음 그림에서 사다리꼴 ABCD 는 $\overline{AD}//\overline{BC}$, $\overline{AO} : \overline{CO} = 1 : 2$ 이고 사다리꼴 ABCD 의 넓이가 27cm^2 일 때, $\triangle$ABO 의 넓이는?

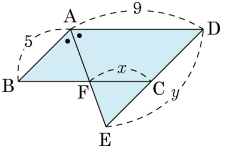


① 6cm^2 ② 7cm^2 ③ 8cm^2
④ 9cm^2 ⑤ 10cm^2

해설

$\square ABCD = \triangle AOD + \triangle DOC + \triangle OBC + \triangle ABO$ 이다.
$\triangle AOD$ 의 넓이를 a 라고 하면, $1 : 2 = a : \triangle DOC$, $\triangle DOC = 2a$
$\triangle DOC = \triangle ABO = 2a$, $1 : 2 = 2a : \triangle BOC$, $\triangle BOC = 4a$
$\square ABCD = a + 2a + 2a + 4a = 9a = 27\text{cm}^2$, $a = 3\text{cm}^2$
$\therefore \ \triangle ABO = 2a = 6\text{cm}^2$

14. 다음 평행사변형 ABCD에서 x, y의 길이를 각각 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

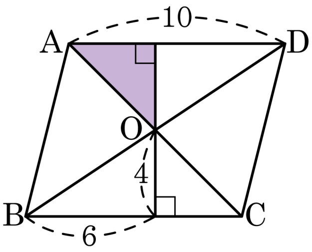
▷ 정답 : $x = 4$

▷ 정답 : $y = 9$

해설

$\triangle ABF$는 $\angle BAF = \angle AFB$인 이등변삼각형이므로 $\overline{BF} = \overline{AB} = 5$, $x = 9 - 5 = 4$이다. $\triangle DAE$는 $\angle DAE = \angle DEA$인 이등변삼각형이므로 $\overline{DA} = y = 9$이다.

15. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 두 대각선의 교점 O를 지나는 직선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. $\angle OQC = 90°$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

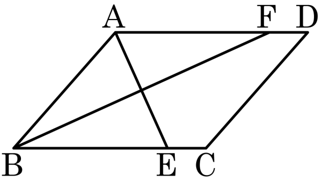
▷ 정답 : 8

해설

$\overline{AP} = \overline{AD} - \overline{PD}$, $\overline{PD} = \overline{BQ} = 6$ 이므로 $\overline{AP} = 4$이다.

따라서 색칠한 부분의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$이다.

16. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} : \overline{AD} = 4 : 5$ 이고, 넓이가 30 인 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$, $\angle B$ 의 이등분선이 변 BC, AD 와 만나는 점을 각각 E, F 라 할 때, 삼각형 ABF 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

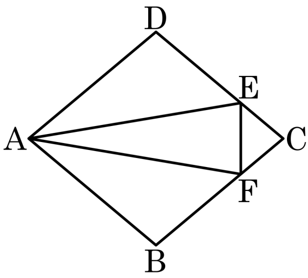
▷ 정답 : 12

해설

$\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로 □ABCD 는 평행사변형이다.
$\therefore$ $\overline{AB} : \overline{AD} = 4 : 5$ 이므로 $\overline{AB} = 4k$, $\overline{AD} = 5k$ 라 하면
$\overline{AD} // \overline{BC}$ 에서 $\angle FAE = \angle AEB$ (엇각) 이므로 △BEA 는 이등변 삼각형이다.
$\therefore$ $\overline{BE} = \overline{AB} = 4k$
$\overline{AD} // \overline{BC}$ 에서 $\angle AFB = \angle FBC$ (엇각) 이므로 △ABF 는 이등변 삼각형이다.
$\therefore$ $\overline{AF} = \overline{AB} = 4k$
따라서 □ABEF 도 평행사변형이 된다.

$$\begin{aligned} \therefore\ \triangle ABF &= \frac{1}{2}\square ABEF \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{4}{5}\square ABCD \\ &= \frac{2}{5}\square ABCD \\ &= \frac{2}{5} \times 30 \\ &= 12 \end{aligned}$$

17. 다음 그림에서 □ABCD 는 마름모이고 $\overline{DE}=2\overline{CE}, \overline{BF}=2\overline{CF}$ 이다. 마름모의 넓이가 $72\mathrm{cm}^2$ 일 때, △AEF 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $20\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$\overline{DE}:\overline{CE}=2:1$ 이므로

$\triangle DAE=\frac{2}{3}\triangle DAC=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\square ABCD=24(\mathrm{cm}^2)$

$\overline{BF}:\overline{CF}=2:1$ 이므로

$\triangle ABF=\frac{2}{3}\triangle ABC=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\square ABCD=24(\mathrm{cm}^2)$ $\triangle CEF=\frac{1}{3}\triangle CDF=\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}$

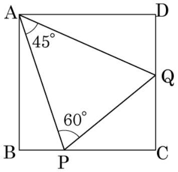
$\triangle DBC=\frac{1}{9}\triangle DBC=\frac{1}{18}\square ABCD=4(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore \triangle AEF=\square ABCD-\triangle DAE-\triangle ABF-\triangle CEF$

$=72-24-24-4$

$=20(\mathrm{cm}^2)$

18. 다음 그림에서 정사각형 ABCD 의 변 BC , CD 위에 각각 $\angle PAQ = 45°$, $\angle APQ = 60°$ 이 되도록 점 P, Q 를 정할 때 $\angle AQD = (\ \ )°$ 이다. ( ) 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.



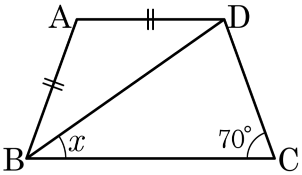
▶ 답 :

▷ 정답 : 75

해설

$\triangle ABP$ 를 90° 만큼 회전시킨 삼각형을 $\triangle ADP'$ 라 하자.
$\triangle APQ$ 와 $\triangle AP'Q$ 에서
$\overline{AP} = \overline{AP'}$ ⋯①
$\overline{AQ}$ 는 공통⋯②
$\angle PAQ = \angle P'AQ = 45°$ ⋯③
①, ②, ③에서 $\triangle APQ \equiv \triangle AP'Q$ (SAS 합동)
따라서 $\angle AQD = \angle AQP = 180° - 45° - 66° = 75°$ 이다.

19. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\angle DCB = 70°$일 때, $\angle x$의 크기는?



① 25° ② 30° ③ 35° ④ 40° ⑤ 45°

해설

□ABCD가 등변사다리꼴이므로

$\angle ABC = \angle DCB = 70°$

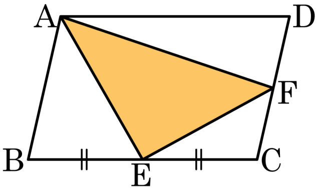
$\angle ABC + \angle BAD = 180°$이므로

$\angle BAD = 110°$이고, △ABD가 이등변삼각형이므로

$\angle ABD = 35°$이다.

$\therefore\ \angle DBC = 70° - 35° = 35°$

20. 다음의 평행사변형 ABCD 에서 점 E, F 는 각각 $\overline{BC}$, $\overline{DC}$ 의 중점이다. $\square ABCD = 40\,cm^2$ 일 때, $\triangle AEF$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $15\,cm^2$

해설

$$\triangle ABE = \frac{1}{4}\square ABCD = \frac{1}{4} \times 40 = 10\,(cm^2)$$

$$\triangle AFD = \frac{1}{4}\square ABCD = 10\,(cm^2)$$

$$\triangle FEC = \frac{1}{8}\square ABCD = \frac{1}{8} \times 40 = 5\,(cm^2)$$

$\therefore \triangle AEF$

$= \square ABCD - (\triangle ABE + \triangle AFD + \triangle FEC)$

$= 40 - (10 + 10 + 5) = 15\,(cm^2)$