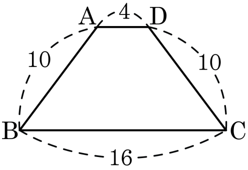
1. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 80

해설

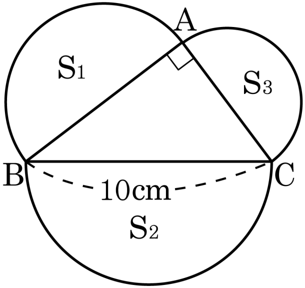
사다리꼴 ABCD 의 높이를 h라 하면

$h^2 = 100 - 36 = 64$

$h = 8$

$\therefore$ (사다리꼴의 넓이) $= (4 + 16) \times 8 \times \dfrac{1}{2} = 80$

2. 그림과 같이 빗변의 길이가 10cm 인 $\triangle ABC$ 의 각 변을 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 S_1 , S_2 , S_3 라고 할 때, $S_1+S_2+S_3$ 의 값을 구하면?



① $10\pi\text{cm}^2$
② $15\pi\text{cm}^2$
③ $20\pi\text{cm}^2$
④ $25\pi\text{cm}^2$
⑤ $30\pi\text{cm}^2$

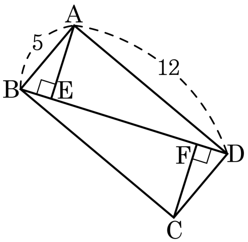
해설

$S_1+S_3=S_2$

$S_1+S_2+S_3=2S_2$

$\therefore 2\times\pi\times 5^2\times\frac{1}{2}=25\pi(\text{cm}^2)$

3. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 점 A 와 점 C 가 대각선 BD에 이르는 거리의 합을 구하면?



① $\frac{118}{13}$ ② $\frac{119}{13}$ ③ $\frac{120}{13}$ ④ $\frac{121}{13}$ ⑤ $\frac{122}{13}$

해설

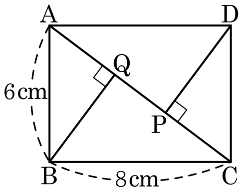
$\triangle$ABD 에서 $\overline{BD} = 13$

$5 \times 12 = 13 \times \overline{AE}$, $\overline{AE} = \frac{60}{13}$

따라서 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 이므로

$\overline{AE} + \overline{CF} = \frac{60}{13} + \frac{60}{13} = \frac{120}{13}$ 이다.

4. 다음 직사각형의 두 꼭짓점 B, D 에서 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 각각 Q, P 라 할 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 2.8 cm

해설

$\triangle ABC$ 는 직각삼각형이므로

$\overline{AC} = 10(\text{cm})$ 이다.

$\overline{AQ} = \overline{PC}$ 이고 $\triangle ABQ$와 $\triangle ABC$는 닮음이므로

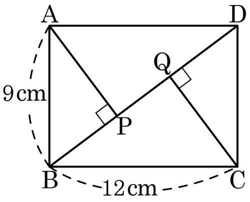
$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AQ} : \overline{AB}$에서

$\overline{AB}^2 = \overline{AQ} \times \overline{AC}$ 이므로

$\overline{AQ} = \dfrac{36}{10} = 3.6(\text{cm})$ 이다.

따라서 $\overline{PQ} = 10 - 3.6 - 3.6 = 2.8(\text{cm})$ 이다.

5. 다음 직사각형의 두 꼭짓점 A , C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라 할 때, $\overline{AP}+\overline{PD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 16.8 cm

해설

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{BD}=15(\mathrm{cm})$ 이다.

$\overline{AP}\times\overline{BD}=\overline{AB}\times\overline{AD}$ 이므로,

$\overline{AP}=7.2(\mathrm{cm})$ 이다.

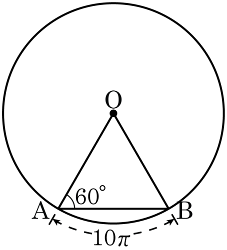
$\triangle ADP$ 와 $\triangle ABD$ 는 닮음이므로

$\overline{PD}:\overline{AD}=\overline{AD}:\overline{BD}$ 에서

$\overline{AD}^2=\overline{PD}\times\overline{BD}$ 이므로 $\overline{PD}=9.6(\mathrm{cm})$ 이다.

따라서 $\overline{AP}+\overline{PD}=7.2+9.6=16.8(\mathrm{cm})$ 이다.

6. 다음 그림과 같이 $\angle OAB = 60°$ 인 부채꼴 OAB 에서 $\overset{\frown}{AB} = 10\pi$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$\triangle OAB$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle AOB = 60°$ 이고,

$2\pi \times \overline{OA} \times \dfrac{60°}{360°} = 10\pi$, $\overline{OA} = 30$

점 O 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H 라하면

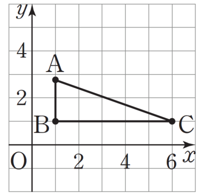
$\overline{OA} : \overline{AH} = 2 : 1$

$\overline{AH} = 15$

$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AH} = 30$

7.

오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위에 $\triangle ABC$가 있다. 두 점 $A\left(1,\ \frac{19}{7}\right)$, $C(6,\ 1)$ 사이의 거리를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{37}{7}$

해설

점 A의 좌표가 $\left(1,\ \frac{19}{7}\right)$, 점 C의 좌표가 $(6,\ 1)$이므로 점 B의 좌표는 $(1,\ 1)$이다.

따라서 $\overline{AB}=\frac{12}{7}$, $\overline{BC}=5$이므로

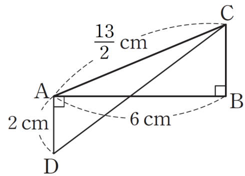
$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}^2=\left(\frac{12}{7}\right)^2+5^2=\frac{1369}{49}$

$\therefore\ \overline{AC}=\frac{37}{7}$

따라서 두 점 A, C 사이의 거리는 $\frac{37}{7}$이다.

8.

오른쪽 그림에서 $\overline{CD}$의 길이를 구하시오.

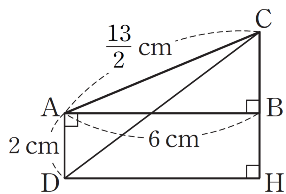


▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{15}{2}$

해설

오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$의 연장선 위에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{BH}=\overline{AD}=2\text{ cm}$,

$\overline{DH}=\overline{AB}=6\text{ cm}$

$\triangle ABC$에서

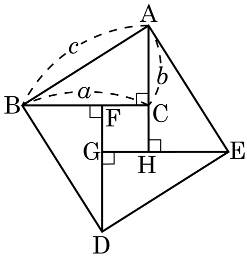
$\overline{BC}^2=\left(\frac{13}{2}\right)^2-6^2=\frac{25}{4} \quad \therefore\ \overline{BC}=\frac{5}{2}(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{CH}=\overline{BC}+\overline{BH}=\frac{5}{2}+2=\frac{9}{2}(\text{cm})$

$\triangle CDH$에서

$\overline{CD}^2=6^2+\left(\frac{9}{2}\right)^2=\frac{225}{4} \quad \therefore\ \overline{CD}=\frac{15}{2}(\text{cm})$

9. 다음 그림에서 □ABDE는 한 변의 길이가 c 인 정사각형이다. 다음 보기에서 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 골라라.



보기

㉠ $\triangle ABC \equiv \triangle BDF$

㉡ $\overline{CH} = a + b$

㉢ □FGHC는 정사각형

㉣ $\triangle ABC = \frac{1}{4}\square ABDE$

㉤ $a^2 + b^2 = c^2$

㉥ $\overline{CH} = a - b$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

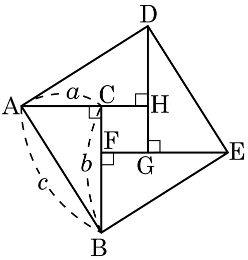
▷ 정답 : ㉣

해설

㉡ $\overline{CH} = \overline{AH} - \overline{AC} = a - b$

㉣ $\triangle ABC = \frac{1}{4}(\square ABDE - \square FGHC)$

10. 다음 그림은 직각삼각형 ABC와 합동인 삼각형을 붙여 정사각형 ABED를 만든 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle ABC \equiv \triangle EDG$

② $\overline{AC} = \overline{DH} = \overline{GE} = \overline{CF}$

③ $\overline{FG} = b - a$

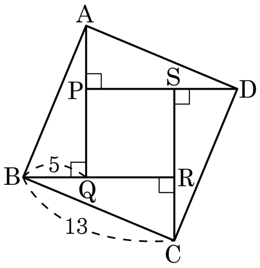
④ $\square ABED = \square CFGH + \triangle AHD + \triangle ABC + \triangle EFB + \triangle GDE$

⑤ $\square CFGH$는 정사각형

해설

② $\overline{AC} = \overline{DH} = \overline{GE} = \overline{BF}$, $\overline{CF} = \overline{BC} - \overline{BF}$

11. 다음 그림의 □ABCD 는 합동인 네 개의 직각삼각형을 붙여 만든 정사각형이다. $\overline{BC}=13$, $\overline{CR}=5$ 일 때, □PQRS 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 49

해설

△ABQ 에서 $\overline{AB}=13$, $\overline{BQ}=5$ 이므로

$\overline{AB}^2=\overline{BQ}^2+\overline{AQ}^2$ $\quad\therefore\ \overline{AQ}=12$,

$\overline{AP}=5$ 이므로 □PQRS 에서 $\overline{PQ}=12-5=7$

$\therefore$ □PQRS $=7\times7=49$

12. 빗변의 길이가 m^2+n^2 이고, 다른 한 변의 길이가 m^2-n^2 인 직각삼각형의 나머지 한 변의 길이는? (단, $m>0$, $n>0$)

① $m+n$ ② $2m+n$ ③ $m+2n$

④ $2(m+n)$ ⑤ $2mn$

해설

나머지 한 변의 길이를 X 라 하면

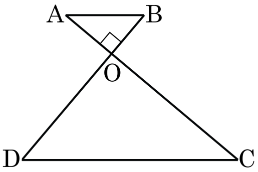
$(m^2+n^2)^2=(m^2-n^2)^2+X^2$

$m^4+2m^2n^2+n^4=m^4-2m^2n^2+n^4+X^2$

$X^2=4m^2n^2=(2mn)^2$

$X>0$, $m>0$, $n>0$ 이므로 $X=2mn$ 이다.

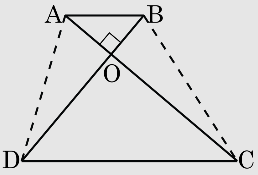
13. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이고 $\overline{AB} = 4$, $\overline{CD} = 11$ 일 때, $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$ 의 값을 구하여라.



① 127 ② 130 ③ 137

④ 140 ⑤ 157

해설



$\triangle$OAD 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AD}^2 \cdots$①

$\triangle$ODC 에서 $\overline{OD}^2 + \overline{OC}^2 = \overline{CD}^2 \cdots$ ②

$\triangle$OBC 에서 $\overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 = \overline{BC}^2 \cdots$ ③

$\triangle$OAB 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 = \overline{AB}^2 \cdots$ ④

①과 ③을 변변 더하면

$\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 \cdots$ ⑤

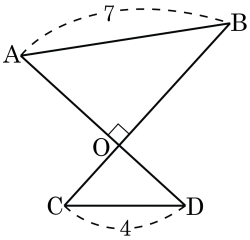
②와 ④를 변변 더하면

$\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 \cdots$ ⑥

⑤와 ⑥에서 $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2$ 이므로

$\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = 4^2 + 11^2 = 16 + 121 = 137$

14. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}\perp\overline{BC}$ 이고, $\overline{AB}=7, \overline{CD}=4$ 일 때, $\overline{OA}^2+\overline{OB}^2+\overline{OC}^2+\overline{OD}^2$ 의 값을 구하여라.



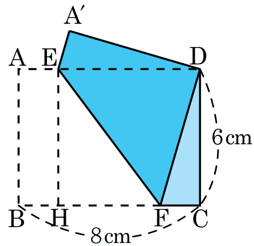
▶ 답 :

▷ 정답 : 65

해설

$$\overline{OA}^2+\overline{OB}^2+\overline{OC}^2+\overline{OD}^2$$
$$=\left(\overline{OA}^2+\overline{OB}^2\right)+\left(\overline{OC}^2+\overline{OD}^2\right)$$
$$=\overline{AB}^2+\overline{CD}^2$$
$$=7^2+4^2$$
$$=65$$

15. 다음 그림은 직사각형 ABCD 를 점 B 가 점 D 에 오도록 접었다. $\overline{CD} = 6\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\,\text{cm}$, 점 H 는 점 E 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{A'E} = \frac{7}{4}\,\text{cm}$

② $\angle DEF = \angle EFH$

③ $\overline{EF} = \frac{17}{2}\,\text{cm}$

④ $\overline{BF} = \overline{DE}$

⑤ $\overline{HF} = \frac{9}{2}\,\text{cm}$

해설

$\triangle A'ED$ 에서 $\overline{A'E}$ 를 x 로 잡으면 피타고라스 정리에 따라

$x^2 + 6^2 = (8 - x)^2$, $x = \frac{7}{4} = \overline{A'E} = \overline{FC}$

$\therefore\ \overline{ED} = 8 - \frac{7}{4} = \frac{25}{4}(\text{cm})$ 이고, $\overline{HF} = \overline{CH} - \overline{CF} = \frac{25}{4} - \frac{7}{4} = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}(\text{cm})$

$\triangle EHF$ 에서 피타고라스 정리에 따라

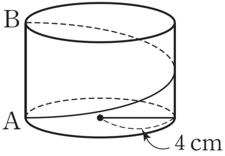
$\overline{EF}^2 = 6^2 + \left(\frac{9}{2}\right)^2 = \frac{225}{4}$

$\overline{EF}$ 는 변이므로 양수이다. 따라서 $\overline{EF} = \frac{15}{2}(\text{cm})$ 이다.

③ $\overline{EF} \neq \frac{17}{2}\,\text{cm}$

16.

오른쪽 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 4 cm인 원기둥의 점 A에서 출발하여 옆면을 따라 점 B까지 가는 최단 거리가 $\frac{25}{3}\pi$ cm일 때, 원기둥의 높이를 구하시오.

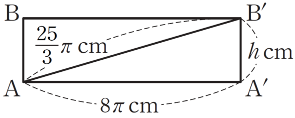


▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{7}{3}\pi$ cm

해설

밑면의 둘레의 길이는 $2\pi \times 4 = 8\pi$ (cm)
원기둥의 높이를 h cm라 하면 오른쪽 그림의 전개도에서



$$h^2 = \left(\frac{25}{3}\pi\right)^2 - (8\pi)^2 = \frac{49}{9}\pi^2 \qquad \therefore\ h = \frac{7}{3}\pi$$

따라서 원기둥의 높이는 $\frac{7}{3}\pi$ cm이다.

17. $\overline{AB}=2$, $\overline{BC}=3$ 인 직사각형 ABCD 에서 변 BC 위의 점 P 와 변 AD 위의 점 Q 에 대하여 사각형 APCQ가 마름모일 때, 마름모 APCQ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{13}{3}$

해설

마름모는 네 변의 길이가 같으므로 $\overline{AP}=x$ 로 놓으면

$\overline{PC}=x,\ \overline{BP}=3-x$

$\triangle ABP$ 에서 $\overline{AP}^2=\overline{AB}^2+\overline{BP}^2$ 이므로

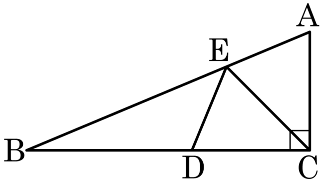
$2^2+(3-x)^2=x^2$

$6x=13$

$\therefore\ x=\frac{13}{6}$

따라서 마름모 APCQ 의 넓이는 $\frac{13}{6}\times 2=\frac{13}{3}$ 이다.

18. 다음 그림과 같이 $\angle ACB = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = 13\text{cm}$, $\overline{AC} = \overline{CD} = 5\text{cm}$, $\angle ACE = \angle ECD$ 일 때, $\dfrac{\overline{BE}}{\overline{DE}}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2.4

해설

$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{AC}^2 = 13^2 - 5^2 = 144 = 12^2$

$\therefore \overline{BC} = 12\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{BD} = 12 - 5 = 7\,(\text{cm})$

또한 $\triangle ACE \equiv \triangle DCE$ (SAS 합동)

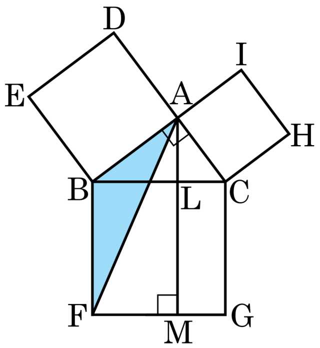
$\therefore \overline{DE} = \overline{AE}$

각의 이등분선의 성질에 의해

$\overline{AC} : \overline{BC} = \overline{AE} : \overline{BE}$

$\dfrac{\overline{BE}}{\overline{DE}} = \dfrac{\overline{BE}}{\overline{AE}} = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \dfrac{12}{5} = 2.4$

19. 다음 그림은 $\angle A = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 세변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\triangle ABF$와 넓이가 같지 <u>않은</u> 삼각형은?



① $\triangle EBC$ ② $\triangle BLF$ ③ $\triangle AFM$

④ $\triangle EAB$ ⑤ $\triangle FMB$

해설

① $\triangle EBC$, SAS 합동
② $\triangle BLF$, 밑변과 높이가 같은 삼각형
④ $\triangle EAB$, $\triangle BLF$와 넓이가 같다.
⑤ $\triangle FMB$, 밑변과 높이가 같은 삼각형

20. 길이가 5, 6, 7, 8, 9 인 다섯 개의 선분 중, 3 개를 선택하여 삼각형을 만들 때, 만들어진 삼각형이 예각삼각형일 확률을 구하여라.

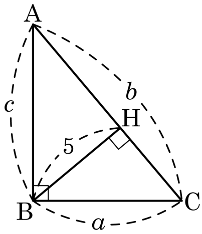
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{7}{10}$

해설

다섯 개의 선분 중 세 개를 선택하는 경우의 수는 $\frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10$ (가지) 이다.
이 중 예각삼각형이 되는 경우는 가장 긴 변의 길이의 제곱이 나머지 두 변의 제곱의 합보다 작아야 하므로 (5, 6, 7), (5, 7, 8), (5, 8, 9), (6, 7, 8), (6, 7, 9), (6, 8, 9), (7, 8, 9) 의 7 가지이다.
따라서 구하는 확률은 $\frac{7}{10}$ 이다.

21. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 점 B 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하고, $a+b+c=10$, $\overline{BH} = 5\,\mathrm{cm}$ 일 때, 삼각형 ABC 의 넓이를 구하면?



① $25\,\mathrm{cm}^2$ ② $\dfrac{25}{2}\,\mathrm{cm}^2$ ③ $\dfrac{25}{3}\,\mathrm{cm}^2$

④ $5\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $10\,\mathrm{cm}^2$

해설

$(a+c)=10-b$ 이므로 양변 제곱을 하면 $(a+c)^2=(10-b)^2$

$a^2+2ac+c^2 = b^2-20b+100$ 피타고라스 정리에 의해서

$b^2=a^2+c^2$ 을 이용하면

$b^2+2ac=b^2-20b+100$ 이므로

$2ac+20b=100\cdots(1)$

또한 $\overline{AB}\times\overline{BC}=\overline{AC}\times\overline{BH}$ 에서

$5b=ac\cdots(2)$

(1) 에 (2) 를 대입하면

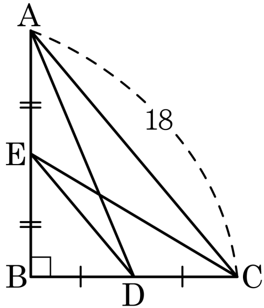
$30b=100$ 에서

$b=\dfrac{100}{30}$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times 5b=\dfrac{50}{6}=\dfrac{25}{3}(\mathrm{cm}^2)$

22. 다음 그림에서 $\angle B = 90°$ 이고, D, E 는 각각 $\overline{BC}$, $\overline{AB}$ 의 중점이다. $\overline{AC} = 18$ 일 때, $\overline{AD}^2 + \overline{CE}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 405

해설

$\overline{BE} = x$, $\overline{BD} = y$ 라고 두자.

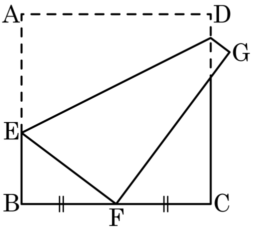
$\triangle ABC$ 에서

$18^2 = (2x)^2 + (2y)^2$, $x^2 + y^2 = 81$ 이 된다.

$\overline{AD}^2 = (2x)^2 + y^2$, $\overline{CE}^2 = x^2 + (2y)^2$

$$\begin{aligned}\overline{AD}^2 + \overline{CE}^2 &= 5x^2 + 5y^2 = 5(x^2 + y^2)\\ &= 5 \cdot 81 = 405\end{aligned}$$

23. 한 변의 길이가 10인 정사각형 ABCD 를 다음 그림과 같이 접을 때, $\triangle$EBF 의 넓이를 구하여라. (단, 점 F 는 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{75}{8}$

해설

$\overline{\mathrm{EB}} = x$ 라 하면 $\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{EF}}$ 이므로

$\overline{\mathrm{EF}} = 10 - x$ 이다.

$\triangle$EBF 에서

$(10 - x)^2 = x^2 + 5^2$

$100 - 20x + x^2 = x^2 + 25$

$20x = 75$

$\therefore \ x = \frac{15}{4}$

$\therefore \ \triangle\mathrm{EBF} = \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{15}{4} = \frac{75}{8}$

24. 좌표평면 위의 점 A$(3,\ 1)$, P$(0,\ p)$, Q$(p-1,\ 0)$, B$(-2,\ 6)$ 에 대하여 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{QB}}$ 의 값이 최소가 될 때, 직선 AP 와 QB 의 기울기의 합을 구하여라.

▶ 답 :

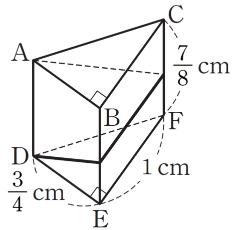
▷ 정답 : $-\frac{8}{5}$

해설

점 B 를 y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 점 B$'(-2,\ 5)$
점 A 와 B$'$ 을 이은 선분이 y 축과 만나는 점을 P 로 잡으면 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{QB}}$ 가 최소가 된다.
이때, 직선 AP 와 QB 의 기울기는 직선 AB$'$ 의 기울기와 같고, $\overline{\mathrm{AB'}}$ 의 방정식은 $y-1=\frac{1-5}{3+2}(x-3)$ 이므로 $-\frac{4}{5}-\frac{4}{5}=-\frac{8}{5}$ 이다.

25.

오른쪽 그림과 같이 $\angle DEF=90°$, $\overline{DE}=\frac{3}{4}$ cm, $\overline{EF}=1$ cm인 직각삼각형 DEF를 밑면으로 하고 높이가 $\frac{7}{8}$ cm인 삼각기둥이 있다. 꼭짓점 D에서 출발하여 겉면을 따라 $\overline{BE}$, $\overline{CF}$를 지나 점 A에 이르는 최단 거리를 구하시오.



▶ 답 :

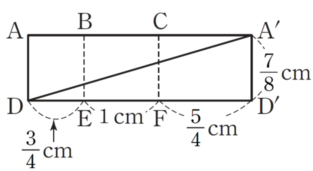
▷ 정답 : $\frac{25}{8}$cm

해설

$\triangle DEF$에서

$\overline{DF}^2=\left(\frac{3}{4}\right)^2+1^2=\frac{25}{16}$ $\quad\therefore\ \overline{DF}=\frac{5}{4}$ (cm)

오른쪽 그림의 전개도에서 구하는 최단 거리는 $\overline{DA'}$의 길이이므로



$\overline{DA'}^2=3^2+\left(\frac{7}{8}\right)^2=\frac{625}{64}$

$\therefore\ \overline{DA'}=\frac{25}{8}$ (cm)