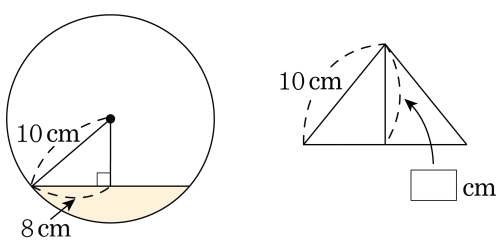
1. 자영이가 케이크를 다음과 같은 넓이로 자르려고 한다. 어느 삼각자를 쓰면 되는지 $\square$ 안에 알맞은 수를 구하면?

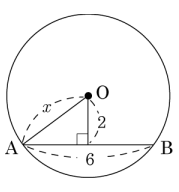


① 3 ② 6 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

현에 이르는 수선의 길이가 6cm 이므로 자영이가 케이크를 넓이에 맞게 자르려면 6cm 짜리 삼각자를 사용해야 한다.

2. 다음 그림에서 x 의 길이는 ?

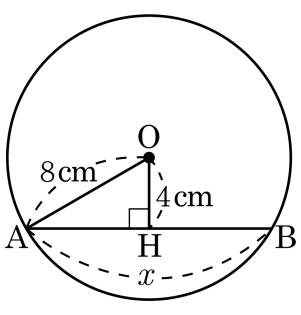


① $\sqrt{3}$ ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{7}$ ④ $\sqrt{10}$ ⑤ $\sqrt{13}$

해설

점 O 에서 내린 수선의 발을 H 라 하면
$\overline{AH} = \overline{BH} = 3$
$x^2 = 3^2 + 2^2 \quad \therefore x = \sqrt{13}$

3. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 8 cm인 원 O의 중심에서 현 AB에 내린 수선의 길이가 4 cm일 때, x의 길이는?



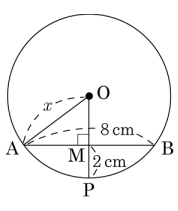
① $4\sqrt{3}$ cm ② $5\sqrt{3}$ cm ③ $6\sqrt{3}$ cm

④ $7\sqrt{3}$ cm ⑤ $8\sqrt{3}$ cm

해설

$\overline{AH} = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{64 - 16}$
$= \sqrt{48} = 4\sqrt{3}(\text{ cm})$ 이므로
$x = \overline{AB} = 2 \cdot \overline{AH} = 8\sqrt{3}(\text{ cm})$

4. 다음 그림과 같은 원 O 에서 $\overline{AB} \perp \overline{OP}$ 이고 $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{MP} = 2\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

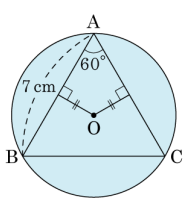
▷ 정답 : 5 cm

해설

$x^2 = (x-2)^2 + 4^2$

$\therefore x = 5$

5. 다음 그림과 같이 원의 중심 O 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 까지 거리가 같고, $\angle A = 60°$, $\overline{AB} = 7\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 7 cm

해설

원의 중심에서 $\overline{AB}, \overline{AC}$까지 거리가 같으므로
$\overline{AB} = \overline{AC}, \angle B = \angle C = 60°$
$\therefore \triangle ABC$는 정삼각형이므로 $\overline{BC} = 7(\text{cm})$

6. 다음 그림에서 $\overline{AB} \perp \overline{OC}$, $\overline{AD} = 4$, $\overline{CD} = 2$ 일 때, $\overline{OB}$ 의 길이를 구하여라.

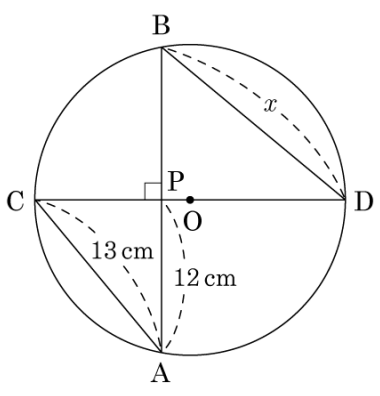
▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$\overline{OB} = x$ 라 하면$\overline{OD} = x - 2$ 이고 $\overline{AD} = \overline{DB} = 4$ 이다.
$\left(\because \overline{AB} \perp \overline{OD}\right)$
따라서, $x^2 = 4^2 + (x-2)^2$, $x^2 = 16 + x^2 - 4x + 4$, $4x = 20$
$\therefore x = 5$

7. 다음 그림에서 x 의 길이는?



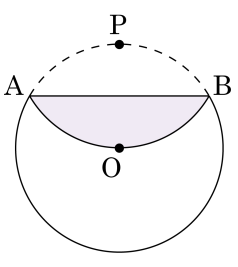
① 30 (cm)　② 31 (cm)　③ 31.1 (cm)

④ 31.2 (cm)　⑤ 31.3 (cm)

해설

$\overline{AP} = \overline{BP} = 12$ (cm)
$\triangle CAP \equiv \triangle CBP$ (SAS합동)
$\triangle BCD$ 에서
$\angle CBD = 90°$ 이므로
$\triangle PCA \backsim \triangle PBD$ (AA닮음)
$\overline{CP} = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{25} = 5$ (cm)
$\overline{PC} : \overline{PB} = \overline{CA} : \overline{BD}$에서
$5 : 12 = 13 : x$
$5x = 156$
$\therefore\ x = 31.2$ (cm)

8. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 8 cm 인 원 위의 점 P 를 중심 O 에 닿도록 접었을 때 생기는 현 AB 의 길이는?

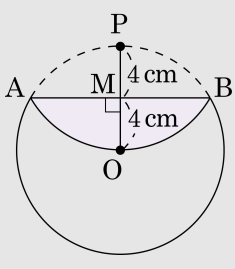


① $5\sqrt{3}$ cm ② $6\sqrt{3}$ cm

③ $7\sqrt{3}$ cm ④ $8\sqrt{3}$ cm

⑤ $9\sqrt{3}$ cm

해설



$\overline{OP}$ 와 $\overline{AB}$ 가 만나는 점을 M 이라 하면 $\overline{AB} \perp \overline{OM}, \overline{OM} = \overline{PM} = 4(\text{cm})$ 이다.

$\overline{AM} = \overline{BM}$

$= \sqrt{\overline{OA}^2 - \overline{OM}^2}$

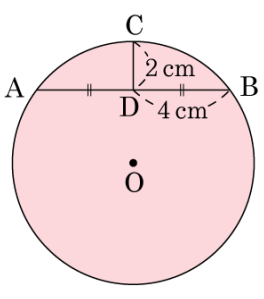
$= \sqrt{8^2 - 4^2}$

$= \sqrt{64 - 16}$

$= \sqrt{48} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.

따라서 $\overline{AB} = 2\overline{AM} = 8\sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 호 AB 는 원 O 의 일부분이고, $\overline{AD} = \overline{BD}$, $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 일 때, 이 원의 반지름의 길이는?



① 4 cm ② 5 cm ③ 6 cm ④ 7 cm ⑤ 8 cm

해설

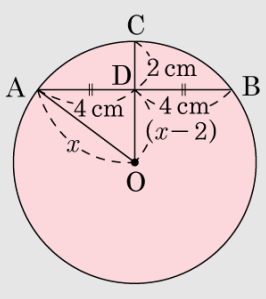
원 O 의 반지름의 길이를 x cm 라 하면

$x^2 = 4^2 + (x-2)^2$

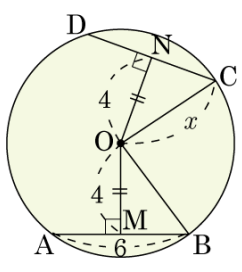
$x^2 = 16 + x^2 - 4x + 4$

$4x = 20$

$\therefore x = 5(\text{cm})$



10. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $x = 5$

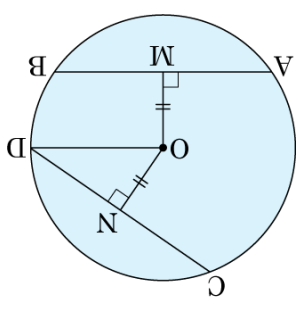
해설

$\overline{OM} = \overline{ON}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{CD}$

$\therefore \overline{CN} = 3$

$x^2 = 4^2 + 3^2,\ x = 5$

11. 다음 그림에서 $\overline{OM} = \overline{ON}$ 일 때, 옳지 않은 것은?



① $\overline{OA} = \overline{OC}$ ② $\overline{AM} = \overline{BM}$

③ $\overline{CN} = \overline{BM}$ ④ $\overset{\frown}{5.0pt AB} = \overset{\frown}{5.0pt CD}$

⑤ $\overline{AM} = \overline{OM}$

해설

⑤ $\overline{AM} = \overline{BM}$, $\overline{OM} = \overline{ON}$

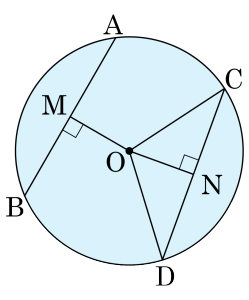
12. 다음 한 원과 직선에 대한 설명 중 잘못된 것은?

① 크기가 같은 두 중심각에 대한 현의 길이와 호의 길이는 각각 같다.
② 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분한다.
③ 길이가 같은 현은 원의 중심에서 같은 거리에 있다.
④ 중심으로부터 같은 거리에 있는 현의 길이는 같다.
⑤ 현의 이등분선은 그 원의 중심을 지난다.

해설

이등분선이 그 현의 수직이등분선일 때, 원의 중심을 지날 수 있다.

13. 다음 그림의 원 O 에서 $\overline{AB} \perp \overline{OM}$ 이고 $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이다. $\overline{AM} = 6\text{cm}$, $\overline{OM} = \sqrt{5}\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 넓이는?



① $41\pi\text{cm}^2$ ② $49\pi\text{cm}^2$ ③ $56\pi\text{cm}^2$

④ $60\pi\text{cm}^2$ ⑤ $64\pi\text{cm}^2$

해설

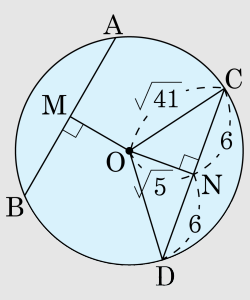
$\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{OM} = \overline{ON} = \sqrt{5}\text{cm}$ 이다.

피타고라스 정리에 의해

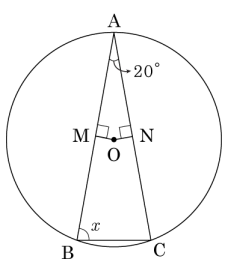
$\overline{OC} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + 6^2} = \sqrt{41}\,\text{cm}$

따라서 원의 넓이는

$\pi(\sqrt{41})^2 = 41\pi(\text{cm}^2)$ 이다.



14. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{OM}} = \overline{\mathrm{ON}}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

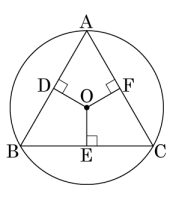


① 65° ② 70° ③ 75° ④ 80° ⑤ 85°

해설

△ABC 가 이등변삼각형이므로
$\angle x = (180° - 20°) \div 2 = 80°$

15. 다음 그림과 같은 원 O 에서 $\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$ 이고 $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $12\pi\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$

$\triangle ABC$ 가 정삼각형이므로 $\overline{AB} : \overline{AE} = 2 : \sqrt{3}$

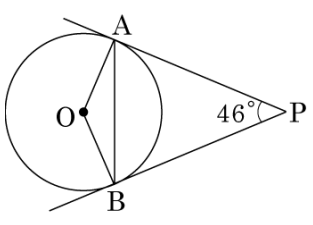
$\overline{AE} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}\,(\text{cm})$

정삼각형의 외심은 내심이며, 또 무게중심이므로

$\overline{OA} = \frac{2}{3}\overline{AE} = \frac{2}{3} \times 3\sqrt{3} = 2\sqrt{3}\,(\text{cm})$

(원의 넓이)$= \pi \times \left(2\sqrt{3}\right)^2 = 12\pi\,(\text{cm}^2)$

16. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이고 $\angle APB = 46°$ 일 때, $\angle PAB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

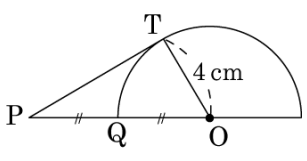
▷ 정답 : 67°

해설

접선의 성질의 의해 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로
$\triangle APB$ 는 이등변삼각형

$\therefore \angle PAB = 134° \times \frac{1}{2} = 67°$

17. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 반원 O 의 접선이다.
$\overline{OT} = 4\,\text{cm}$ 이고 $\overline{PQ} = \overline{OQ}$ 일 때, $\overline{PT}$ 의 길이는 $a\sqrt{b}$ 이다. $a+b$ 를 구하여라. (단, b는 최소의 자연수)



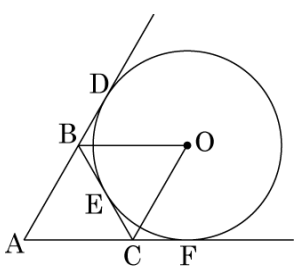
▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$\overline{OP} = 2 \times \overline{OQ} = 8$
$\angle T = 90°$
$\therefore \overline{PT} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}$

18. 다음 그림에서 $\overline{AD}, \overline{BC}, \overline{AF}$는 원 O와 각각 점 D, E, F에서 접한다. 다음 보기 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 골라라.



보기

㉠ $\overline{AD} = \overline{AF}$　　㉡ $\overline{BD} = \overline{BE}$

㉢ $\overline{CE} = \overline{CF}$　　㉣ $\overline{BC} = \overline{CO}$

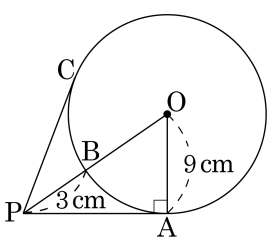
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

원의 외부에 있는 한 점에서 그 원에 2개의 접선을 그을 때, 두 접선의 길이는 같다.
따라서 ㉠, ㉡, ㉢은 옳다.
㉣ $\overline{CO}$는 접선이 아니므로 옳지 않다.

19. 다음 그림에서 $\overline{PA}, \overline{PC}$ 는 원 O 의 접선이고, $\overline{OA} = 9\text{cm}$, $\overline{PB} = 3\text{cm}$ 일 때, $\overline{PC}$ 의 값을 구하여라.



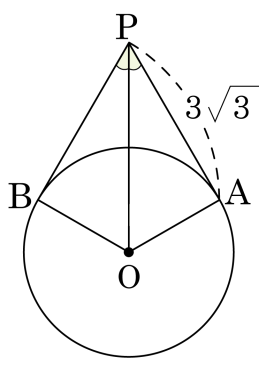
▶ 답 : cm

▷ 정답 : $3\sqrt{7}$ cm

해설

△OPA 는 직각삼각형이고 $\overline{OP} = 12$ 이므로 $\overline{PA} = \sqrt{12^2 - 9^2} = \sqrt{144 - 81} = \sqrt{63} = 3\sqrt{7}$ 이다.
따라서 $\overline{PC} = \overline{PA} = 3\sqrt{7}$ 이다.

20. 점 A, B 는 원 O 의 접점이고 $\angle APB = 60°$, $\overline{PA} = 3\sqrt{3}$ 일 때, $\overline{PO}$ 의 길이는?



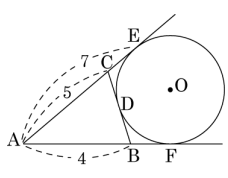
① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$\triangle POA \equiv \triangle POB$ (RHS 합동)
따라서 $\angle APO = 30°$, $\angle POA = 60°$

$\overline{AO} = \dfrac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 3$, $\overline{PO} = 6$

21. 다음 그림에서 원 O 는 △ABC 의 방접원이고 점 D, E, F 는 원 O 의 접점이다.
$\overline{AB} = 4$, $\overline{AC} = 5$, $\overline{AE} = 7$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



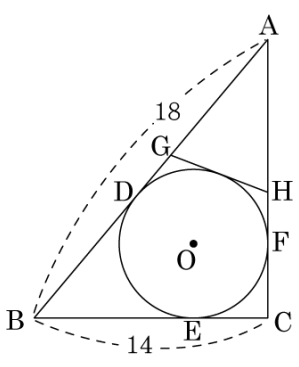
▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$\overline{BC} = \overline{BD} + \overline{CD}$
$\overline{BC} = \overline{BF} + \overline{CE} = 3 + 2 = 5$

22. 다음 그림에서 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, 세 점 D, E, F 는 접점이다. $\overline{AB} = 18$, $\overline{BC} = 14$, $\triangle AGH$ 의 둘레의 길이가 20 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?

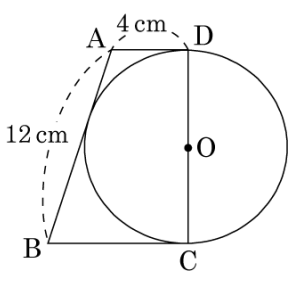


① 10 ② 12 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

해설

접선의 성질에 따라 $\overline{AD} = \overline{AF}$
$\triangle AGH$ 의 둘레는 $\overline{AD} + \overline{AF} = 2 \times \overline{AD}$
$\triangle AGH$ 의 둘레가 20 이므로 $\overline{AD} = \overline{AF} = 10$
$\therefore \overline{BD} = \overline{BE} = 8,\ \overline{EC} = \overline{CF} = 6$
$\therefore \overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 10 + 6 = 16$

23. 다음 그림에서 $\overline{AD}$, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 는 원 O 의 접선이다. $\overline{AD} = 4\,\text{cm}$, $\overline{AB} = 12\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



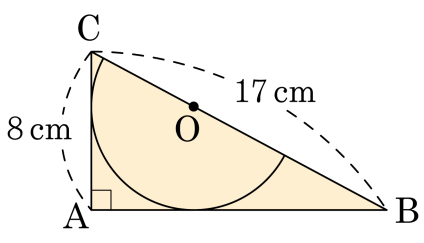
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

원의 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

24. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{BC} = 17\text{cm}, \overline{CA} = 8\text{cm}$ 이다. 이 삼각형에서 빗변 BC 위에 지름이 있는 반원 O 의 반지름의 길이를 구하여라.(단, $\overline{AB}$, $\overline{CA}$ 는 반원 O 의 접선이다.)



① $\frac{13}{2}\text{cm}$ ② $\frac{60}{13}\text{cm}$ ③ $\frac{60}{23}\text{cm}$
④ $\frac{120}{23}\text{cm}$ ⑤ $\frac{120}{13}\text{cm}$

해설

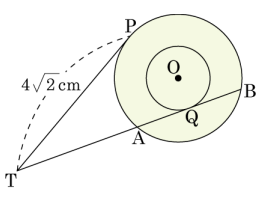
$\overline{AB} = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15(\text{cm})$
반원의 반지름을 $r\text{cm}$ 이라 하면

$$\triangle ABC = 15 \times 8 \times \frac{1}{2}$$
$$= 60 = \triangle AOB + \triangle AOC$$
$$= 15 \times r \times \frac{1}{2} + 8 \times r \times \frac{1}{2}$$

$23r = 120$

$\therefore r = \frac{120}{23}(\text{cm})$

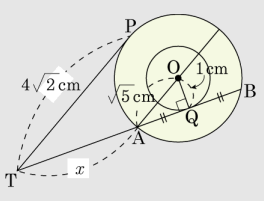
25. 다음 그림과 같이 중심이 같고, 반지름의 길이가 각각 1 cm , $\sqrt{5}$ cm 인 두 원이 있다. 원 밖의 한 점 T 에서 큰 원과 작은 원에 각각 접선 $\overline{PT}$ 와 $\overline{QT}$ 를 긋고 $\overrightarrow{TQ}$ 와 큰 원이 만나는 점을 각각 A, B 라 한다. $\overline{PT} = 4\sqrt{2}$cm 일 때, $\overline{TB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 8 cm

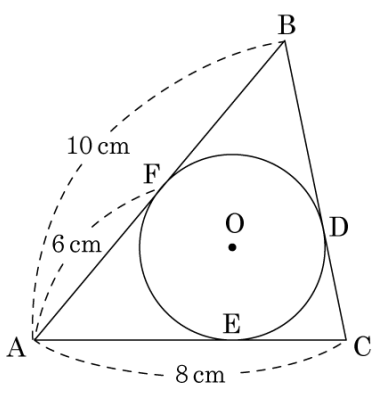
해설



$\overline{OQ} = 1$ cm , $\overline{OA} = \sqrt{5}$ cm , $\angle OQA = 90°$
$\therefore \overline{AQ} = \sqrt{5-1} = 2$(cm)
$\therefore \overline{QB} = \overline{AQ} = 2$(cm)

$\overline{TA} = x$ 라 하면
$\overline{PT}^2 = \overline{TA} \times \overline{TB}$
$(4\sqrt{2})^2 = x \times (x+4)$
$x^2 + 4x - 32 = (x+8)(x-4) = 0$
$\therefore x = 4$(cm)
$\therefore \overline{TB} = 4 + 2 + 2 = 8$(cm)

26. △ABC 와 만나는 내접원의 접점을 각각 점 D, E, F 라 하고, 나머지 변의 길이가 다음 그림과 같을 때, $\overline{BC}$ 길이는?

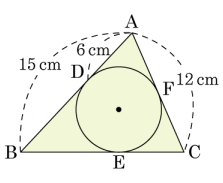


① 2 cm ② 3 cm ③ 4 cm ④ 5 cm ⑤ 6 cm

해설

$\overline{BD} = \overline{BF} = 10 - 6 = 4$ (cm)
$\overline{CD} = \overline{AC} - \overline{AE} = 8 - 6 = 2$ (cm)
$\therefore\ \overline{BC} = 4 + 2 = 6$ (cm)

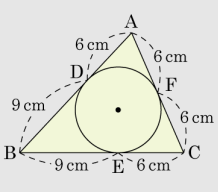
27. 다음 그림에서 점 D, E, F 는 △ABC 와 그 내접원과의 접점이다. $\overline{AB} = 15\text{cm}$, $\overline{AC} = 12\text{cm}$, $\overline{AD} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① 15cm ② 16cm ③ 17cm ④ 18cm ⑤ 19cm

해설

$\overline{BC} = 9 + 6 = 15\,(\text{cm})$



28. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 외접원의 지름의 길이는 17cm 이고 내접원의 지름의 길이는 6cm 이다. $\overline{AB}$ 가 외접원의 지름일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라. (단, $\angle C$ 는 직각이다.)

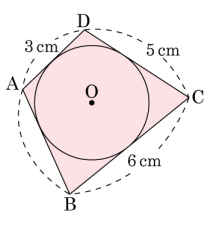
▶ 답: $\underline{\quad\quad\quad cm^2}$

▷ 정답: $\underline{60cm^2}$

해설

$$\begin{aligned}\triangle ABC &= \frac{1}{2}\times 3\times(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})\\ &= \frac{1}{2}\times 3\times(17\times 2+3\times 2)\\ &= \frac{1}{2}\times 3\times 40\\ &= 60(cm^2)\end{aligned}$$

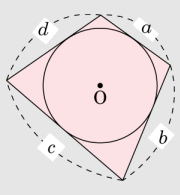
29. 다음 그림의 □ABCD 에서 $\overline{AB}$ 의 길이는?



① 3.5cm ② 4cm ③ $3\sqrt{2}$cm

④ $3\sqrt{3}$cm ⑤ 5cm

해설

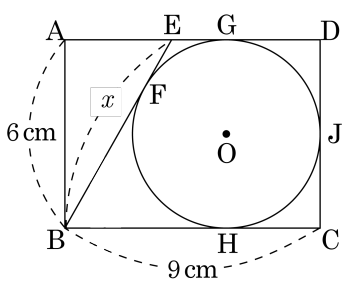


위 그림처럼 사각형에 원이 내접할 때, 다음이 성립한다.

$a + c = b + d$

$\therefore 3 + 6 = 5 + \overline{AB}$, $\overline{AB} = 4$cm

30. 다음 그림과 같이 원 O 가 직사각형 □ABCD 의 세 변과 $\overline{BE}$ 에 접할 때, x 의 값을 구하여라. (단, F, G, H, I 는 접점)



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{15}{2}$ cm

해설

$\overline{ED} + \overline{BC} = \overline{EB} + \overline{DC}$ 이므로 $\overline{ED} + 9 = x + 6$ 이다. 따라서 $\overline{ED} = x - 3$ 이다.

$\overline{AE} = \overline{AD} - \overline{ED} = 9 - (x-3) = 12 - x$ 이므로 직각삼각형 ABE 에서 $x^2 = (12-x)^2 + 6^2$ 이다.

따라서 $x = \frac{15}{2}$(cm) 이다.