

1. 지면으로부터 초속 40m 로 똑바로 위로 쏘아 올린 물체의 x 초 후의 높이를 y m 라고 하면 $y = -5x^2 + 40x$ 의 관계가 성립한다. 이 물체가 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 그 때의 높이를 구하여라.

▶ 답 : 초

▶ 답 : m

▷ 정답 : 4초

▷ 정답 : 80m

해설

$y = -5x^2 + 40x$ 에서 $y = -5(x - 4)^2 + 80$ 이다.
따라서 $x = 4$ 일 때, y 는 최댓값 80을 갖는다.

2. 이차함수 $y = x^2 + ax + a$ 의 그래프와 직선 $y = x + 1$ 이 한 점에서 만나도록 하는 a 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$y = x^2 + ax + a \cdots \textcircled{㉠}$$

$$y = x + 1 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡에서 y 를 소거하여 정리하면

$$x^2 + ax + a = x + 1$$

$$\therefore x^2 + (a-1)x + a-1 = 0$$

㉠, ㉡가 한 점에서 만나면 이차방정식이 중근을 가지므로, 판별식을 D 라 하면

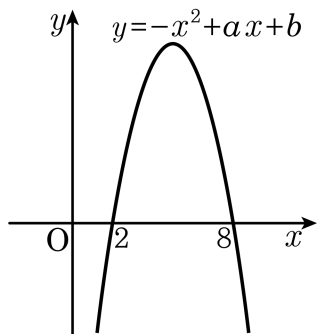
$$D = (a-1)^2 - 4(a-1) = 0$$

$$\therefore (a-1)\{(a-1)-4\} = 0$$

$$\therefore (a-1)(a-5) = 0 \quad \therefore a = 1 \text{ 또는 } 5$$

따라서 구하는 a 의 값은 6

3. 다음 그림과 같은 이차함수의 그래프에서 최댓값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$y = -x^2 + ax + b$ 가 $(2, 0)$, $(8, 0)$ 을 지나므로 이차함수의 식을 구할수 있다.

$$\begin{aligned} y &= -(x-2)(x-8) \\ &= -x^2 + 10x - 16 \\ &= -(x^2 - 10x + 25) + 25 - 16 \\ &= -(x-5)^2 + 9 \end{aligned}$$

$\therefore x = 5$ 일 때 최댓값은 9 이다.

4. 이차함수 $y = x^2 + 6x - 5$ 의 최솟값을 m , $y = -x^2 - 6x - 5$ 의 최댓값을 M 이라 했을 때, $M + m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -10

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 + 6x - 5 \\ &= (x + 3)^2 - 14 \end{aligned}$$

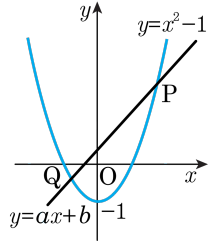
따라서 최솟값은 $m = -14$

$$\begin{aligned} y &= -x^2 - 6x - 5 \\ &= -(x + 3)^2 + 4 \end{aligned}$$

따라서 최댓값은 $M = 4$

$$\therefore M + m = 4 + (-14) = -10$$

5. 이차함수 $y = x^2 - 1$ 의 그래프와 직선 $y = ax + b$ 가 다음 그림과 같이 두 점 P, Q에서 만난다. 점 P의 x 의 좌표가 $1 + \sqrt{2}$ 일 때, $2a + b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 유리수이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

이차함수 $y = x^2 - 1$ 의 그래프와 직선 $y = ax + b$ 의 한 교점 P의 x 좌표가 $1 + \sqrt{2}$ 이므로 $1 + \sqrt{2}$ 는 이차방정식 $x^2 - 1 = ax + b$ 의 근이다.

$$(1 + \sqrt{2})^2 - 1 = a(1 + \sqrt{2}) + b$$

$$2 + 2\sqrt{2} = a + b + a\sqrt{2}$$

a, b 가 유리수이므로 무리수가 서로 같을 조건에 의하여

$$2 = a + b, \quad 2 = a$$

$$\therefore a = 2, \quad b = 0$$