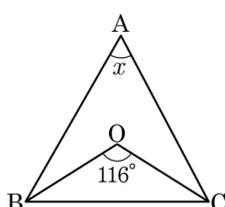


2. 삼각형 ABC의 외심이 점 O일 때, $\angle BOC = 116^\circ$ 이다. $\angle x$ 의 크기를 구하면?

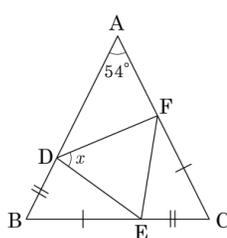


- ① 46° ② 50° ③ 58° ④ 64° ⑤ 116°

해설

$\angle BOC = 2 \times \angle BAC$ 이므로 $\angle BAC \times 2 = 116^\circ$
 $\therefore \angle x = \angle BAC = 58^\circ$

3. $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BD} = \overline{EC}$,
 $\overline{BE} = \overline{FC}$ 이다. $\angle DAF$ 의 크기가 54°
일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 58.5°

해설

$\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}(180^\circ - 54^\circ) = 63^\circ$$

$\angle ABC = \angle ACB$, $\overline{BD} = \overline{EC}$,

$\overline{BE} = \overline{FC}$ 이므로

$\triangle BDE \cong \triangle CEF$ (SAS 합동)

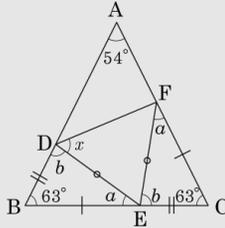
다음 그림의 $\triangle DBE$ 에서 $\angle a + \angle b + 63^\circ = 180^\circ$ 이므로

$$\angle a + \angle b = 117^\circ$$

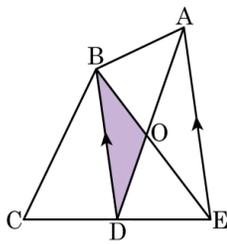
따라서 각 BEC는 평각이므로

$$\angle DEF = 180^\circ - 117^\circ = 63^\circ$$

$$\therefore \angle x = \frac{1}{2}(180^\circ - 63^\circ) = 58.5^\circ$$



5. 다음 그림에서 $\overline{AE} \parallel \overline{BD}$, $\triangle BCE = 40\text{cm}^2$, $\triangle ODE = 10\text{cm}^2$, \overline{BD} 가 $\square ABCD$ 의 넓이를 이등분할 때, $\triangle OBD$ 의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



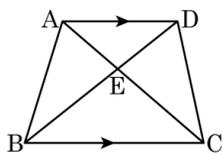
▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$\overline{AE} \parallel \overline{BD}$ 이므로 밑변과 높이가 같으므로 $\triangle ABD = \triangle EDB$
 여기서 $\triangle OBD$ 는 공통이므로 $\triangle OAB = \triangle ODE = 10(\text{cm}^2)$
 $\square ABCD = \triangle BCD + \triangle ABD = \triangle BCD + \triangle BDE = \triangle BCE = 40(\text{cm}^2)$
 \overline{BD} 가 $\square ABCD$ 를 이등분하므로
 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle BCD = \triangle BDE = \triangle OBD + \triangle ODE = \triangle OBD + 10(\text{cm}^2)$
 $\frac{40}{2} = \triangle OBD + 10$
 $\therefore \triangle OBD = 10(\text{cm}^2)$

6. 다음 그림의 사각형 ABCD 에서 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 이고, $\triangle ABC$ 의 넓이가 20cm^2 이고, $\triangle BEC$ 의 넓이가 10cm^2 일 때, $\triangle DEC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\hspace{1cm}} \text{cm}^2$

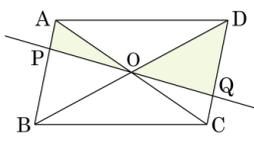
▷ 정답: 10cm^2

해설

밑변이 동일하고 밑변과 평행한 직선까지의 거리가 같으므로 $\triangle ABC$ 의 넓이와 $\triangle DBC$ 의 넓이는 동일하다.
 $\triangle DBC = 20\text{cm}^2$

$$\therefore \triangle DEC = \triangle DBC - \triangle BEC = 20 - 10 = 10(\text{cm}^2)$$

7. 오른쪽 그림과 같이 넓이가 60 cm^2 인 평행사변형 ABCD에서 두 대각선의 교점 O를 지나는 직선과 \overline{AB} , \overline{CD} 와의 교점을 각각 P, Q라 할 때, 색칠한 부분의 넓이의 합을 구하여라.



▶ 답: $\underline{\hspace{2cm}}\text{ cm}^2$

▷ 정답: 15 cm^2

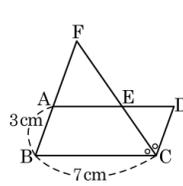
해설

$\triangle AOP$ 와 $\triangle COQ$ 에서
 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 이므로 $\angle BAC = \angle ACD$ (엇각)
 $\angle AOP = \angle COQ$ (맞꼭지각)
 $\overline{AO} = \overline{CO}$ (평행사변형의 성질)
 $\therefore \triangle AOP \cong \triangle COQ$ (ASA 합동)

$\triangle AOP$ 와 $\triangle COQ$ 가 합동이므로 색칠한 부분의 넓이의 합은 $\triangle CDO$ 와 같다.

$\square ABCD = 4\triangle CDO$ 이므로 $60 = 4\triangle CDO$
 $\therefore \triangle CDO = 15(\text{cm}^2)$
 따라서 색칠한 부분의 넓이의 합은 15 cm^2 이다.

8. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle C$ 의 이등분선이 \overline{AD} 와 \overline{BA} 의 연장선과 만나는 점을 각각 E, F 라 하자. $\overline{AB} = 3\text{ cm}$, $\overline{BC} = 7\text{ cm}$ 일 때, \overline{AF} 의 길이를 구하여라.



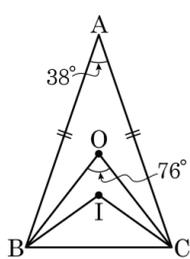
▶ 답: cm

▷ 정답: 4 cm

해설

$\overline{BF} // \overline{CD}$ 이므로 $\angle AFE = \angle ECD$ (엇각)
 $\triangle FBC$ 에서 $\angle BFC = \angle BCF$ 이므로 $\triangle FBC$ 는 $\overline{BF} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이다.
 따라서 $\overline{BF} = \overline{BC} = 7(\text{cm})$ 이므로
 $\overline{AF} = \overline{BF} - \overline{AB} = 7 - 3 = 4(\text{cm})$

10. 다음 그림은 이등변삼각형 ABC 이다. 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이고, $\angle A = 38^\circ$, $\angle O = 76^\circ$ 일 때, $\angle IBO$ 의 크기는?



- ① 14° ② 15.2° ③ 16.5° ④ 17° ⑤ 17.5°

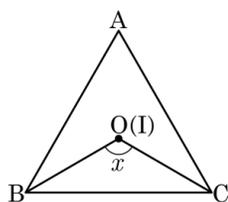
해설

$$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle BAC = 109^\circ$$

$$\angle OBC = 52^\circ, \angle IBC = 35.5^\circ$$

$$\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 52^\circ - 35.5^\circ = 16.5^\circ$$

11. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 외심 O 와 내심 I 가 일치하는 그림이다. 빈 칸을 채워 넣는 말로 적절한 것은?



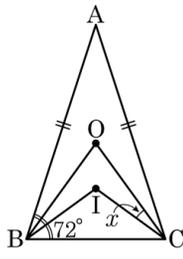
$\triangle ABC$ 의 외심과 내심이 일치할 때에 $\triangle ABC$ 는 ()이고, $\angle BOC = ()^\circ$ 이다.

- ① 직각삼각형, 90 ② 직각삼각형, 120
 ③ 이등변삼각형, 60 ④ 정삼각형, 90
 ⑤ 정삼각형, 120

해설

$\triangle ABC$ 의 외심과 내심이 일치할 때는 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다. $\angle A = 60^\circ$ 이고, 점 O 가 외심일 때, $2\angle A = \angle BOC$ 이므로 $\angle BOC = 120^\circ$ 이다. 따라서 $x = 120^\circ$ 이다.

12. 다음 그림에서 점 O와 I는 각각 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC의 외심과 내심이다. $\angle ABC = 72^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기() $^\circ$ 이다. 빈 칸에 들어갈 수를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 18

해설

$$\angle BAC = 180^\circ - 2 \times 72^\circ = 36^\circ \text{이므로 } \angle BOC = 2\angle BAC = 72^\circ$$

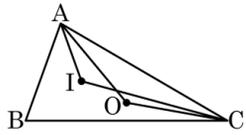
$$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2} \times \angle BAC = 108^\circ$$

$$\text{따라서 } \angle OCB = \frac{1}{2}(180^\circ - 72^\circ) = 54^\circ$$

$$\angle ICB = \frac{1}{2}(180^\circ - 108^\circ) = 36^\circ \text{이므로}$$

$$\angle x = 54^\circ - 36^\circ = 18^\circ$$

13. 다음그림에서 삼각형 ABC 내부의 점 O와 I는 각각 $\triangle ABC$ 의 외심과 내심이다. $\angle AOC - \angle AIC = 15^\circ$ 일 때, $\angle OAC$ 의 크기= ()°이다. 빈 칸을 채워 넣어라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

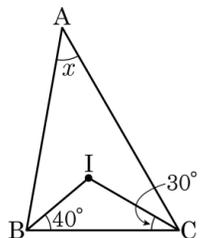
해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O일 때, $\frac{1}{2}\angle AOC = \angle B$, $\triangle ABC$ 의 내심이 점 I일 때, $\frac{1}{2}\angle B + 90^\circ = \angle AIC$ 이므로

$\angle AOC - \angle AIC = 2\angle B - \left(\frac{1}{2}\angle B + 90^\circ\right) = 15^\circ$ 일 때, $\angle B = 70^\circ$ 이다.

$\angle B = 70^\circ$ 이고, $\angle AOC = 140^\circ$ 이다. (\because 점 O는 외심) , $\triangle OAC$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OAC = 20^\circ$ 이다.

14. 다음 그림에서 점 I가 삼각형의 내심일 때, $\angle x$ 의 크기는?

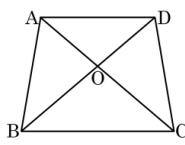


- ① 20° ② 30° ③ 40° ④ 50° ⑤ 60°

해설

$$\angle x = 180^\circ - (40^\circ + 30^\circ) \times 2 = 40^\circ$$

17. 다음 그림의 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD} : \overline{BC} = 3 : 4$, $\triangle AOD = 54 \text{ cm}^2$ 일 때, $\triangle BOC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: cm^2

▶ 정답: 96 cm^2

해설

$\triangle AOD$ 와 $\triangle BOC$ 는 닮음이고 닮음비는 3 : 4
이때, $\overline{OD} : \overline{OB} = 3 : 4$ 이므로
 $\triangle AOD : \triangle AOB = 3 : 4$, $\triangle AOB = 72 \text{ cm}^2$
그리고 $\overline{OA} : \overline{OC} = 3 : 4$ 이므로
 $\triangle OAB : \triangle OBC = 3 : 4$
따라서 $\triangle BOC = 96 \text{ cm}^2$

18. 다음 중 용어의 정의가 바르지 않은 것은?

- ① 평행사변형: 두 쌍의 대변이 각각 평행인 사각형
- ② 직사각형: 네 내각의 크기가 모두 같은 사각형
- ③ 마름모: 네 변의 길이가 모두 같은 사각형
- ④ 정사각형: 네 변의 길이가 모두 같은 사각형
- ⑤ 등변사다리꼴: 한 밑변의 양 끝각의 크기가 같은 사다리꼴

해설

정사각형: 네 내각의 크기가 같고, 네 변의 길이가 같은 사각형.

19. 다음 도형의 성질에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

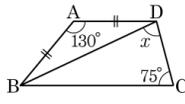
- ① 마름모의 두 대각선은 직교한다.
- ② 직사각형의 두 대각선의 길이는 같다.
- ③ 등변사다리꼴의 두 대각선은 수직으로 만난다.
- ④ 등변사다리꼴의 평행하지 않은 두 변의 길이는 같다.
- ⑤ 정사각형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

해설

③ 등변사다리꼴의 두 대각선의 길이가 같고, 대각선은 수직으로 만나지 않는다.

20. □ABCD 에서 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이고 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 일 때, x 의 크기는?

- ① 65° ② 68° ③ 70°
 ④ 75° ⑤ 80°



해설

$$\angle DBA = \angle ADB = (180^\circ - 130^\circ) \div 2 = 25^\circ$$

$$x = 180^\circ - (25^\circ + 75^\circ) = 80^\circ$$

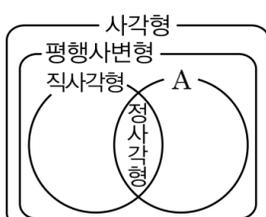
21. 다음 중 도형의 성질에 대한 설명으로 바른 것을 모두 고르면?

- ① 직사각형의 두 대각선은 서로 직교한다.
- ② 대각선의 길이가 같은 사각형은 정사각형, 직사각형, 등변사다리꼴이다.
- ③ 대각선이 서로 직교하는 것은 정사각형, 마름모이다.
- ④ 네 각의 크기가 같은 사각형은 정사각형, 직사각형, 마름모이다.
- ⑤ 네 변의 길이가 같은 사각형은 정사각형, 마름모이다.

해설

- ① 직사각형의 두 대각선의 길이는 같다.
- ④ 네 각의 크기가 같은 사각형은 정사각형, 직사각형이다.

22. 다음 그림에서 A에 속하는 사각형의 성질로 옳은 것은?

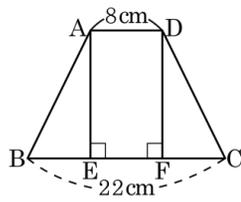


- ① 두 대각선의 길이가 같다.
- ② 네 변의 길이가 다르다.
- ③ 두 대각의 크기가 다르다.
- ④ 한 쌍의 대변의 길이만 같다.
- ⑤ 두 대각선이 서로 수직 이등분한다.

해설

정사각형은 직사각형이면서 마름모이므로 A는 마름모이다.

23. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ABCD 의 꼭짓점 A, D 에서 \overline{BC} 에 내린 수선의 발을 E, F 라 하자. $\overline{AD} = 8\text{cm}$, $\overline{BC} = 22\text{cm}$ 일 때, \overline{BE} 의 길이를 구하여라.



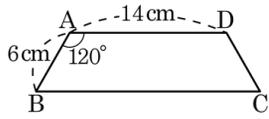
▶ 답: cm

▷ 정답: 7 cm

해설

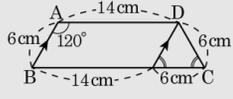
$\triangle ABE \cong \triangle DCF$, $\overline{EF} = \overline{AD} = 8\text{cm}$ 이므로
 $\overline{BE} + \overline{CF} + 8 = 22(\text{cm})$, $\overline{BE} = \overline{CF}$
 $\therefore \overline{BE} = 7\text{cm}$

24. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{AD} = 14\text{cm}$, $\angle A = 120^\circ$ 일 때, $\square ABCD$ 의 둘레의 길이는?



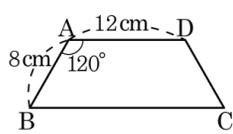
- ① 40 cm ② 44 cm ③ 46 cm ④ 48 cm ⑤ 50 cm

해설



$$\begin{aligned}
 (\text{둘레의 길이}) &= 14 \times 2 + 6 \times 3 \\
 &= 28 + 18 \\
 &= 46(\text{cm})
 \end{aligned}$$

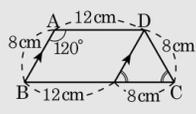
25. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AB} = 8\text{ cm}$, $\overline{AD} = 12\text{ cm}$, $\angle A = 120^\circ$ 일 때, $\square ABCD$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▶ 정답: 48 cm

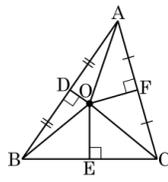
해설



$$\begin{aligned}
 (\square ABCD \text{의 둘레 길이}) &= 12 \times 2 + 8 \times 3 \\
 &= 24 + 24 \\
 &= 48(\text{ cm})
 \end{aligned}$$

27. 다음 그림을 보고, 다음 중 크기가 같은 것끼리 묶은 것이 아닌 것은?

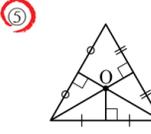
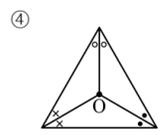
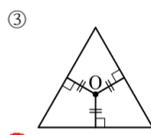
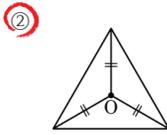
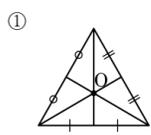
- ① $\overline{AO} = \overline{OC}$
- ② $\overline{AF} = \overline{CF}$
- ③ $\angle OEB = \angle OEC$
- ④ $\angle OBE = \angle OCE$
- ⑤ $\angle DOB = \angle FOC$



해설

$\angle DOB = \angle DOA$ 이고 $\angle FOC = \angle FOA$ 이다.

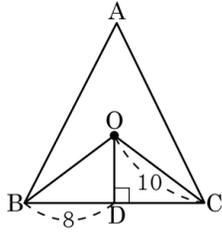
28. 다음 중 점 O가 삼각형의 외심에 해당하는 것을 모두 고르면?



해설

내심 ③, ④
외심 ②, ⑤

29. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. 점 O에서 \overline{BC} 에 내린 수선의 발을 D라 할 때, \overline{OB} 의 길이는?

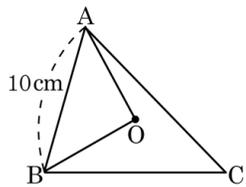


- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리가 같으므로 $\overline{OC} = \overline{OB}$ 이다.
따라서 $\overline{OB} = 10$ 이다.

30. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\overline{AB} = 10\text{cm}$ 이고, $\triangle AOB$ 의 둘레의 길이가 24cm 일 때, $\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름의 길이는?

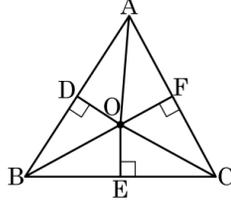


- ① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설

점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB}$
 따라서 $\triangle AOB$ 의 둘레의 길이는
 $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{AB} = 2\overline{OA} + 10 = 24$
 $\therefore \overline{OA} = 7(\text{cm})$

31. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

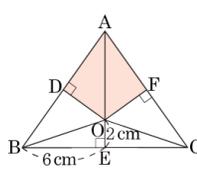


- ① $\triangle BEO \cong \triangle CEO$
- ② $\overline{AF} = \overline{CF}$
- ③ $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$
- ④ $\angle DAO = \angle DBO$
- ⑤ $\angle FOA = \angle DOA$

해설

$\angle FOA = \angle FOC$

32. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
 $\triangle ABC = 50 \text{ cm}^2$ 일 때, $\square ADOF$ 의 넓이를
 구하여라.



▶ 답: $\underline{\hspace{1cm}} \text{ cm}^2$

▷ 정답: 19 cm^2

해설

$$\triangle OBE = \frac{1}{2} \times 6 \times 2 = 6 (\text{cm}^2)$$

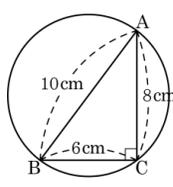
또한, $\triangle OBE \cong \triangle OCF$, $\triangle OCF \cong \triangle OAF$,
 $\triangle OAD \cong \triangle OBD$ (RHS 합동) 이므로

$$\begin{aligned} \triangle OBE + \triangle OCF + \triangle OAD &= \frac{1}{2} \triangle ABC \\ &= \frac{1}{2} \times 50 \\ &= 25 (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \square ADOF &= \triangle AOD + \triangle AOF \\ &= \triangle AOD + \triangle COF \\ &= 25 - 6 \\ &= 19 (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

33. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 10\text{ cm}$, $\overline{BC} = 6\text{ cm}$, $\overline{AC} = 8\text{ cm}$ 이고, $\angle C = 90^\circ$ 이다. 외접원의 넓이는?

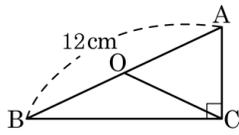
- ① $22\pi\text{ cm}^2$ ② $25\pi\text{ cm}^2$
 ③ $26\pi\text{ cm}^2$ ④ $28\pi\text{ cm}^2$
 ⑤ $30\pi\text{ cm}^2$



해설

반지름이 5 cm 이므로 외접원의 넓이는 $25\pi\text{ cm}^2$ 이다.

34. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $AB = 12\text{cm}$ 일 때, OC 의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

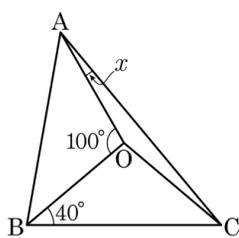
▷ 정답: 6 cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 있다.

$$\therefore \overline{CO} = \overline{AO} = \overline{BO} = 6(\text{cm})$$

37. 다음 $\triangle ABC$ 의 외심을 O 라고 할 때, $\angle x$ 의 크기는?



- ① 10° ② 20° ③ 30° ④ 40° ⑤ 50°

해설

$\triangle AOB$ 에서 $\overline{AO} = \overline{BO}$ 이므로, $\angle OAB = \angle OBA$, $100^\circ + \angle OAB + \angle OBA = 180^\circ$, $\angle OBA = 40^\circ$
 $\angle OBC = \angle OCB = 40^\circ$, $\angle x + \angle OBA + \angle OCB = 90^\circ$, $x + 40^\circ + 40^\circ = 90^\circ$, $\therefore \angle x = 10^\circ$.

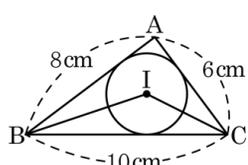
38. 민혁이는 친구들과 삼각형 모양의 종이를 가지고 최대한 큰 원으로 오려내려고 한다. 다음 중 틀린 말을 한 학생은 누구인가?

- ① 민호 : 삼각형 종이로 가장 큰 원을 만들려면 내심을 이용해야지.
- ② 지훈 : 그럼 먼저 삼각형의 세 내각의 이등분선을 그어야겠군.
- ③ 창교 : 그런 다음 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 찾아야 해.
- ④ 지민 : 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 원의 중심으로 하고 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그려야해.
- ⑤ 장수 : 원의 반지름을 찾았으면 원을 그려야해.

해설

④ 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점은 내심으로 원의 중심이 맞지만, 원의 반지름은 내심에서 한 변까지의 거리로 하여야 한다.

41. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 I 가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\triangle IBC$ 의 넓이를 구하여라.

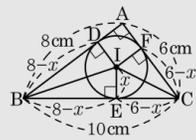


▶ 답: $\underline{\hspace{1cm}} \text{ cm}^2$

▷ 정답: 10 cm^2

해설

다음 그림과 같이 I 에서 각 변에 이르는 수선을 긋고 각각 만나는 점을 D, E, F 라 하자.

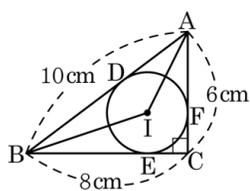


내심에서 각 변에 이르는 거리를 x 라 할 때, 각 변의 길이는 그림과 같다.

$$\overline{BC} = 8 - x + 6 - x = 10 \text{ 이므로 } x = 2\text{cm}$$

$\triangle IBC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 10 \times 2 = 10(\text{cm}^2)$ 이다.

42. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 세 변의 길이가 각각 6cm, 8cm, 10cm 인 직각삼각형이고, 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\triangle IAB$ 의 넓이는?



- ① 4cm^2 ② 6cm^2 ③ 8cm^2
 ④ 10cm^2 ⑤ 12cm^2

해설

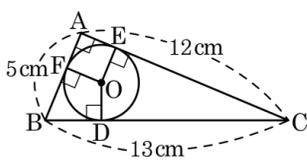
내접원의 반지름을 r 이라 할 때

$$\begin{aligned} (\triangle ABC \text{의 넓이}) &= \frac{1}{2} \times 8 \times 6 \\ &= \frac{1}{2} \times r \times (10 + 8 + 6) \\ &= 24 \end{aligned}$$

$$\therefore r = 2\text{cm}$$

$$(\triangle IAB \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 2 \times 10 = 10(\text{cm}^2)$$

43. 다음 그림과 같은 직각삼각형에서 내접원의 넓이는?

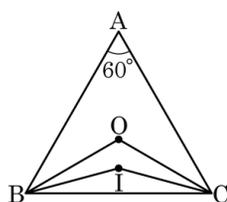


- ① $2\pi \text{ cm}^2$ ② $4\pi \text{ cm}^2$ ③ $9\pi \text{ cm}^2$
 ④ $16\pi \text{ cm}^2$ ⑤ $25\pi \text{ cm}^2$

해설

내접원의 반지름의 길이를 $x \text{ cm}$ 라 하면,
 $\overline{AF} = \overline{AE} = x$, $\overline{BF} = \overline{BD} = 5 - x$,
 $\overline{CE} = \overline{CD} = 12 - x$ 이므로
 $(5 - x) + (12 - x) = 13$
 $\therefore x = 2$
 따라서 내접원의 넓이는 $4\pi \text{ cm}^2$

44. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이고, 점 I는 $\triangle OBC$ 의 내심이다. $\angle A = 60^\circ$ 일 때, $\angle BIC - \angle BOC$ 의 크기는?



- ① 0° ② 10° ③ 20° ④ 30° ⑤ 40°

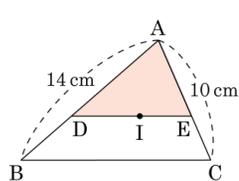
해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$, $\angle A = 60^\circ$ 이므로 $\angle BOC = 120^\circ$ 이다.

$\triangle OBC$ 의 내심이 점 I일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC + 90^\circ = \angle BIC$ 이므로

$\angle BIC = \frac{1}{2} \times 120^\circ + 90^\circ = 150^\circ$ 이다. 따라서 $\angle BIC - \angle BOC = 150^\circ - 120^\circ = 30^\circ$ 이다.

45. 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{AB} = 14\text{ cm}$, $\overline{AC} = 10\text{ cm}$, $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 일 때, $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▶ 정답: 24 cm

해설

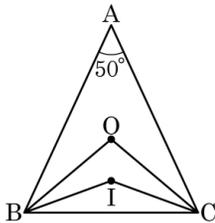
$\triangle DBI$ 에서 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\angle CBI = \angle DIB$ (엇각)···㉠
 또, 점 I는 내심이므로 $\angle DBI = \angle CBI$ ···㉡
 ㉠, ㉡에서 $\angle DBI = \angle DIB$
 $\therefore \overline{DB} = \overline{DI}$

$\triangle EIC$ 에서 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\angle BCI = \angle EIC$ (엇각)···㉢
 또, 점 I는 내심이므로 $\angle BCI = \angle ECI$ ···㉣
 ㉢, ㉣에서 $\angle EIC = \angle ECI$
 $\therefore \overline{IE} = \overline{EC}$

따라서 $\overline{DI} + \overline{IE} = \overline{DB} + \overline{EC}$ 이므로 $\overline{DE} = \overline{DB} + \overline{EC}$

\therefore ($\triangle ADE$ 의 둘레의 길이)
 $= \overline{AD} + \overline{DI} + \overline{EI} + \overline{AE}$
 $= \overline{AD} + \overline{DB} + \overline{EC} + \overline{AE}$
 $= \overline{AB} + \overline{AC}$
 $= 14 + 10 = 24(\text{ cm})$

46. 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이고 점 I 는 $\triangle OBC$ 의 내심일 때, $\angle IBC$ 의 크기는?



- ① 15° ② 20° ③ 25° ④ 30° ⑤ 32°

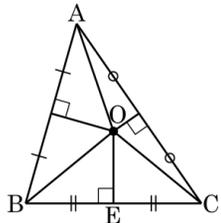
해설

$\angle BOC = 2\angle A = 2 \times 50^\circ = 100^\circ$ 이고,
 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\angle OBC = (180^\circ - 100^\circ) \div 2 = 40^\circ$
점 I 가 $\triangle OBC$ 의 내심이므로 $\angle OBI = \angle IBC = 20^\circ$

47. 다음은 삼각형의 세 변의 수직이등분선이 한 점에서 만남을 증명하는 과정이다. ()안에 들어갈 내용으로 옳지 않은 것은?

(증명)

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 의 수직이등분선의 교점을 O 라 하고 점 O 에서 \overline{BC} 에 내린 수선의 발을 E 라 하자.



점 O 는 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 의 수직이등분선 위에 있으므로 $\overline{OA} = (\quad)$,
 $\overline{OA} = \overline{OC}$

$\therefore \overline{OB} = \overline{OC}$

$\triangle OBE$ 와 $\triangle OCE$ 에서

$\overline{OB} = (\quad)$,

$\angle BEO = \angle CEO = 90^\circ$,

(\square)는 공통인 변

$\therefore \triangle OBE \cong \triangle OCE$ (\square 합동)

$\therefore \overline{BE} = (\quad)$

즉 \overline{OE} 는 \overline{BC} 의 수직이등분선이다.

따라서 삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점 O 에서 만난다.

① \sphericalangle . \overline{OB}

② \sphericalangle . \overline{OC}

③ \sphericalangle . \overline{OE}

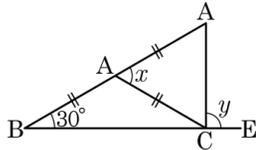
④ \square . SSS

⑤ \square . \overline{CE}

해설

$\triangle OBE \cong \triangle OCE$ 는 RHS 합동이다.

48. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD}$, $\angle ABC = 30^\circ$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



- ① 150° ② 160° ③ 170° ④ 180° ⑤ 190°

해설

$\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD}$ 이므로 빗변의 중점인 점 A 는 직각삼각형의 외심이다.

$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형

$\therefore \angle ACB = \angle ABC = 30^\circ$

삼각형의 외각의 성질에 의해 $\angle DAC = \angle ACB + \angle ABC = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$

$\therefore \angle x = 60^\circ \cdots \text{㉠}$

$\overline{CA} = \overline{AD}$ 이므로

$\triangle ACD$ 는 이등변삼각형

$\therefore \angle ACD = \angle CDA = 60^\circ (\because \text{㉠})$

세 내각의 크기가 같으므로 삼각형 ACD 는 정삼각형이다.

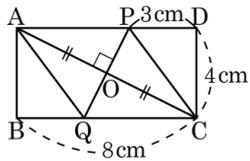
$\angle DCB = \angle ACD + \angle ACB = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$

$\angle DCE = 90^\circ$ 이다.

$\therefore \angle y = 90^\circ \cdots \text{㉡}$

㉠, ㉡에 의해서 $\angle x + \angle y = 60^\circ + 90^\circ = 150^\circ$

50. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 \overline{PQ} 는 대각선 AC 의 수직이등분선이다. $\square AQCP$ 의 넓이는?

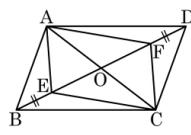


- ① 16 cm^2 ② 18 cm^2 ③ 20 cm^2
 ④ 24 cm^2 ⑤ 28 cm^2

해설

$$\begin{aligned}
 &\square AQCP \text{ 는 마름모이므로} \\
 &\triangle ABQ \equiv \triangle CDP \text{ (RHS)} \\
 &\square AQCP = \square ABCD - 2\triangle ABQ \\
 &= 8 \times 4 - 2 \times \frac{1}{2} \times 3 \times 4 \\
 &= 32 - 12 = 20(\text{cm}^2)
 \end{aligned}$$

51. 평행사변형 ABCD 에서 대각선 BD 위에 $\overline{BE} = \overline{DF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때, $\square AECF$ 는 평행사변형이다. 이를 증명하기 위해 사용하기에 가장 적합한 평행사변형의 조건은?

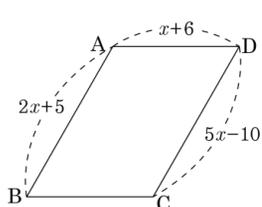


- ① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
- ② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
- ③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
- ④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
- ⑤ 한 쌍의 대변의 길이가 같고 평행하다.

해설

(가정) $\square ABCD$ 는 평행사변형, $\overline{BE} = \overline{DF}$
 (결론) $\square AECF$ 는 평행사변형
 (증명) $\square ABCD$ 는 평행사변형이므로
 $\overline{OA} = \overline{OC}$
 가정에서 $\overline{BE} = \overline{DF}$ 이므로 $\overline{OE} = \overline{OF}$
 따라서 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 $\square AECF$
 는 평행사변형이다.

52. 다음 그림의 평행사변형 ABCD에서 BC의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 11 cm

해설

평행사변형이므로 $\overline{AB} = \overline{CD}$

즉, $2x + 5 = 5x - 10$

$x = 5$

$\overline{BC} = \overline{AD} = x + 6$ 이므로

$\therefore \overline{BC} = 5 + 6 = 11(\text{cm})$

53. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.'를 증명한 것이다. ㉠~㉤에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

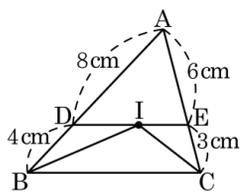
[가정] □ABCD에서 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$
 [결론] $AO = CO$, ㉠ = \overline{DO}
 [증명] $\triangle OAD$ 와 $\triangle OCB$ 에서 ㉡ = $\overline{BC} \dots \text{㉢}$
 $\overline{AD} \parallel$ ㉣ 이므로
 $\angle OAD = \angle OCB$ (㉤) $\dots \text{㉥}$
 $\angle ODA = \angle OBC$ (㉤) $\dots \text{㉦}$
 ㉢, ㉥, ㉦에 의해서 $\triangle OAD \cong \triangle OCB$ (㉧) 합동
 $\therefore \overline{AO} = \overline{CO}$, ㉠ = \overline{DO}

- ① ㉠ : \overline{BO} ② ㉡ : \overline{CD} ③ ㉣ : \overline{BC}
 ④ ㉤ : 엇각 ⑤ ㉧ : ASA

해설

②에서 $\overline{BC} = \overline{AD} \neq \overline{CD}$ 이다.

54. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, \overline{DE} 의 길이는? (단, $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$)

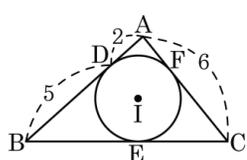


- ① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설

점 I가 삼각형의 내심이고 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 일 때,
 $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$ 이므로
 $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC} = 4 + 3 = 7(\text{cm})$ 이다.

55. 다음 그림에서 원 I는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, 세 점 D, E, F는 내접원과 삼각형 ABC의 접점일 때, BC의 길이는?

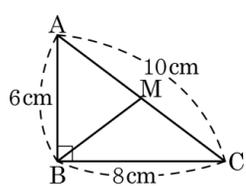


- ① 6 cm ② 7 cm ③ 8 cm
 ④ 9 cm ⑤ 10 cm

해설

점 I가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}$, $\overline{BE} = \overline{BD}$, $\overline{CE} = \overline{CF}$ 이므로
 $\overline{AD} = \overline{AF} = 2\text{cm}$, $\overline{BE} = \overline{BD} = 5\text{cm}$, $\overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.
 $\overline{CF} = 4\text{cm} = \overline{CE}$ 이다.
 $\therefore \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 5 + 4 = 9(\text{cm})$

56. 다음 그림은 $\angle B$ 가 직각인 삼각형이다. 점 M이 $\triangle ABC$ 의 외심이고, $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{CA} = 10\text{cm}$ 일 때, $\triangle MBC$ 의 넓이는?



- ① 10cm^2 ② 12cm^2 ③ 13cm^2
 ④ 15cm^2 ⑤ 16cm^2

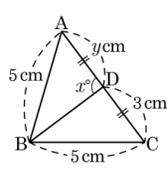
해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심이므로 \overline{MB} 는 $\triangle ABC$ 의 넓이를 이등분한다.

$$\therefore \triangle MBC = \left(6 \times 8 \times \frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{2} = 12(\text{cm}^2)$$

57. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $x+y$ 는?

- ① 84 ② 87 ③ 91
④ 93 ⑤ 97



해설

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이고 \overline{BD} 는 \overline{AC} 를 이등분하므로
 $\overline{BD} \perp \overline{AC}$
 $\therefore x = 90, y = 3$
따라서 $x + y = 90 + 3 = 93$

58. 다음 보기의 사각형 중에서 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 것을 모두 몇 개인가?

보기

- | | |
|----------|---------|
| ㉠ 등변사다리꼴 | ㉡ 평행사변형 |
| ㉢ 직사각형 | ㉣ 마름모 |
| ㉤ 정사각형 | ㉥ 사다리꼴 |

- ① 2개 ② 3개 ③ 4개 ④ 5개 ⑤ 6개

해설

평행사변형은 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다. 직사각형, 마름모, 정사각형은 평행사변형의 성질을 가지므로 위의 성질도 가진다. 따라서 ㉡, ㉢, ㉣, ㉤ 총 4개이다.

59. 다음 보기 중에서 직사각형의 성질이 옳게 짝지어진 것은?

보기

- ㉠ 이웃하는 두 변의 길이가 같다.
- ㉡ 내각의 크기가 모두 90° 이다.
- ㉢ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
- ㉣ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
- ㉤ 두 대각선이 수직으로 만난다.

① ㉠, ㉢

② ㉢, ㉤

③ ㉡, ㉢

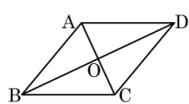
④ ㉡, ㉢, ㉣

⑤ ㉡, ㉢, ㉤, ㉥

해설

직사각형은 이웃하는 두 내각의 크기가 같으며,
두 대각선이 수직으로 만나는 것은 마름모이다.

60. 다음 중 사각형 ABCD가 평행사변형이 되기 위한 조건을 모두 고르면? (정답 3개)



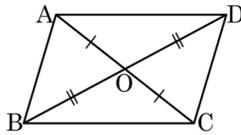
- ① $\overline{AB} = \overline{AD}, \overline{BC} = \overline{CD}$ ② $\overline{AB} \parallel \overline{DC}, \overline{AD} \parallel \overline{BC}$
 ③ $\overline{OA} = \overline{OC}, \overline{OB} = \overline{OD}$ ④ $\angle A = \angle B, \angle C = \angle D$
 ⑤ $\overline{AB} = \overline{DC}, \overline{AD} = \overline{BC}$

해설

평행사변형이 되기 위한 조건

- (1) 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
- (2) 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
- (3) 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
- (4) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
- (5) 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

61. 다음은 '두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하면 평행사변형이다.'를 증명하는 과정이다. ㄱ, ㄴ안에 들어갈 알맞은 것은?



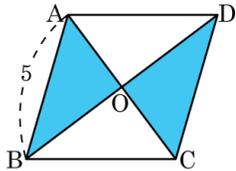
$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$ 인 $\square ABCD$ 에서
 $\triangle OAB$ 와 $\triangle OCD$ 에서
 $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$ (가정)
 $\angle AOB = \angle COD$ ()
 따라서, $\triangle OAB \cong \triangle OCD$ (SAS 합동)
 $\angle OAB =$ 이므로
 $\therefore \overline{AB} \parallel \overline{DC} \dots \textcircled{1}$
 마찬가지로 $\triangle OAD \cong \triangle OCB$ 에서
 $\angle OAD = \angle OCB$ 이므로
 $\therefore \overline{AD} \parallel \overline{BC} \dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 에 의하여 $\square ABCD$ 는 평행사변형이다.

- ① ㄱ : 엇각, ㄴ : $\angle OAB$
- ② ㄱ : 엇각, ㄴ : $\angle OAD$
- ③ ㄱ : 맞꼭지각, ㄴ : $\angle ODA$
- ④ ㄱ : 맞꼭지각, ㄴ : $\angle OCD$
- ⑤ ㄱ : 동위각, ㄴ : $\angle OAD$

해설

ㄱ : 맞꼭지각, ㄴ : $\angle OCD$

62. 다음 평행사변형 ABCD에서 두 대각선의 길이의 합이 14일 때, 어두운 부분의 둘레의 길이는?

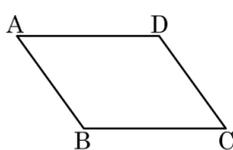


- ① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

해설

$\overline{AO} + \overline{CO} = \overline{AC}$, $\overline{BO} + \overline{OD} = \overline{BD}$ 이므로
어두운 부분의 둘레는 $2\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{BD} = 10 + 14 = 24$ 이다.

63. 다음 그림에서 □ABCD는 평행사변형이다. ∠A와 ∠B의 크기의 비가 3:7일 때, ∠A와 ∠B의 크기를 차례로 구한 것은?



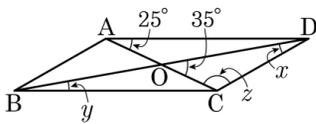
- ① $126^\circ, 54^\circ$ ② $54^\circ, 126^\circ$ ③ $144^\circ, 36^\circ$
④ $36^\circ, 144^\circ$ ⑤ $120^\circ, 60^\circ$

해설

$$\angle A = 180^\circ \times \frac{3}{10} = 54^\circ$$

$$\angle B = 180^\circ \times \frac{7}{10} = 126^\circ$$

64. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle x - \angle y + \angle z$ 의 크기를 구하면?

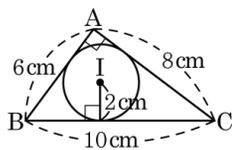


- ① 105° ② 115° ③ 125° ④ 135° ⑤ 145°

해설

$\angle COD = \angle OAD + \angle ADB$, $\angle ADB = 35^\circ - 25^\circ = 10^\circ$, $\angle ADB = \angle DBC = 10^\circ = y$ 이다. $\angle x + \angle z = 180^\circ - 35^\circ = 145^\circ$ 이다. 따라서 $\angle x - \angle y + \angle z = 145^\circ - 10^\circ = 135^\circ$ 이다.

65. 다음 그림과 같이 세 변의 길이가 각각 6cm, 8cm, 10cm 인 삼각형 $\triangle ABC$ 가 있다. 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 내접원의 반지름의 길이가 2cm 일 때 $\triangle ABC$ 의 넓이는?

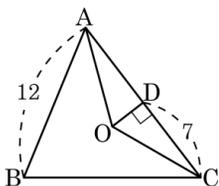


- ① 16cm^2 ② 18cm^2 ③ 20cm^2
 ④ 22cm^2 ⑤ 24cm^2

해설

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2 \times (6 + 8 + 10) = 24\text{cm}^2 \text{ 이다.}$$

66. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. 점 O에서 \overline{AC} 에 내린 수선의 발을 D라 할 때, \overline{AD} 의 길이는?

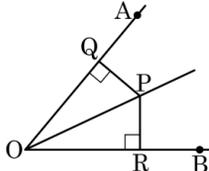


- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

외심에서 각 변에 내린 수선의 발은 각 변을 수직이등분하므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다.
따라서 $\overline{AD} = 7$ 이다.

67. 다음 그림과 같이 $\angle AOB$ 의 내부의 한 점 P에서 각 변에 수선을 그어 그 교점을 Q, R이라 하자. $PQ = PR$ 이라면, \overline{OP} 는 $\angle AOB$ 의 이등분선임을 증명하는 과정에서 $\triangle QOP \cong \triangle ROP$ 임을 보이게 된다. 이 때 사용되는 삼각형의 합동 조건은?

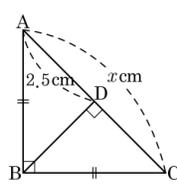


- ① 두 변과 그 사이 끼인각이 같다.
- ② 한 변과 그 양 끝 각이 같다.
- ③ 세 변의 길이가 같다.
- ④ 직각삼각형의 빗변과 한 변의 길이가 각각 같다.
- ⑤ 직각삼각형의 빗변과 한 예각의 크기가 각각 같다.

해설

\overline{OP} 는 공통이고 $PQ = PR$ 이므로, 빗변과 다른 한 변의 길이가 같은 RHS 합동이다.

68. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 일 때, x 의 값은?

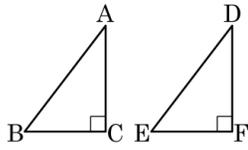


- ① 3.5 ② 4 ③ 4.5 ④ 5 ⑤ 5.5

해설

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이고 \overline{BD} 는 \overline{AC} 를 수직이등분하므로
 $\overline{AC} = 2.5 + 2.5 = 5(\text{cm})$

69. 다음은 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 가 RHS 합동임을 보이려는 과정이다. 보이기 위해 필요한 것들로 옳은 것은?



$\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 에서

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$ (RHS 합동)

- ① $\angle A = \angle B, \overline{AB} = \overline{DE}, \overline{BC} = \overline{EF}$
 ② $\angle B = \angle E, \overline{AB} = \overline{DE}, \overline{BC} = \overline{EF}$
 ③ $\angle B = \angle E, \overline{AC} = \overline{DF}, \overline{BC} = \overline{EF}$
 ④ $\angle C = \angle F = 90^\circ, \overline{AB} = \overline{DE}, \overline{BC} = \overline{EF}$
 ⑤ $\angle C + \angle F = 360^\circ, \overline{AB} = \overline{DE}, \overline{BC} = \overline{EF}$

해설

두 직각삼각형, 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 같아야 하므로,

(두 직각삼각형이다.) $\Rightarrow \angle C = \angle F = 90^\circ$

(빗변의 길이가 같다.) $\Rightarrow \overline{AB} = \overline{DE}$

(다른 한 변의 길이가 같다.)

$\Rightarrow \overline{BC} = \overline{EF}$ 또는 $\overline{AC} = \overline{DF}$

따라서 필요한 것은

$\angle C = \angle F = 90^\circ, \overline{AB} = \overline{DE}, \overline{BC} = \overline{EF}$ 또는 $\angle C = \angle F = 90^\circ,$

$\overline{AB} = \overline{DE}, \overline{AC} = \overline{DF}$ 이다.