

1. 함수  $f(x) = a|x| + (1-a)x$ 가 실수의 범위에서 일대일대응이 되도록 하는 상수  $a$ 의 범위는 무엇인가?

①  $a < -2$

②  $a > 2$

③  $a < \frac{1}{2}$

④  $a > -\frac{1}{2}$

⑤  $a < 2$

해설

$$f(x) = \begin{cases} x & (x \geq 0) \\ (1-2a)x & (x < 0) \end{cases} \text{ 이고}$$

$x \geq 0$  일 때  $f(x)$ 는 증가함수이므로

$x < 0$  일 때도  $f(x)$ 는 증가함수이어야 일대일대응이 된다. 따라서  $1-2a > 0$

$$\therefore a < \frac{1}{2}$$

2. 집합  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  에서 집합  $B = \{a, b, c, d, e\}$  로의 일대일 대응  $f$  중  $f(1) = a, f(2) = b$  인  $f$  의 개수는?

- ① 4 개      ② 6 개      ③ 8 개      ④ 12 개      ⑤ 16 개

해설

$f(1) = a, f(2) = b$  이므로  $f : A \rightarrow B$  가 일대일 대응이라면  
 $f(3)$  의 값이 될 수 있는 것은  
 $f(1), f(2)$  의 값을 제외한 3 개,  
 $f(4)$  의 값이 될 수 있는 것은  
 $f(1), f(2), f(3)$  의 값을 제외한 2 개,  
 $f(5)$  의 값이 될 수 있는 것은  
 $f(1), f(2), f(3), f(4)$  의 값을 제외한 1 개이다.  
따라서, 일대일 대응  $f$  의 개수는  $3 \times 2 \times 1 = 6$  개

3. 실수에서 정의된 함수  $f(x) = ax - 3$ 에 대하여  $f^{-1} = f$ 가 성립하도록 하는 상수  $a$ 의 값을 구하여라. (단,  $a \neq 0$ )

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-1$

해설

$$f^{-1} = f \text{ 에서 } f^{-1}(x) = f(x), f(f(x)) = x$$

$$f(f(x)) = f(ax - 3) = a(ax - 3) - 3 = x$$

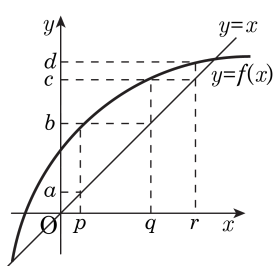
모든 실수  $x$ 에 대하여 성립하므로

$$\therefore a^2 = 1, -3a - 3 = 0$$

$$\therefore a = -1$$

4. 두 함수  $y = f(x)$ ,  $y = x$  의 그래프가 그림과 같을 때,  $(f \circ (f \circ f)^{-1})(d)$  의 값은?

- ① 0                      ②  $a$                       ③  $b$   
 ④  $c$                       ⑤  $d$



해설

$r = c$ ,  $q = b$ ,  $p = a$  이므로  
 $(f \circ (f \circ f)^{-1})(d) = (f \circ f^{-1} \circ f^{-1})(d)$   
 $= f^{-1}(d) = r = c$

5. 삼차함수  $f(x) = ax^3 + b$  의 역함수  $f^{-1}$  가  $f^{-1}(5) = 2$  를 만족시킬 때,  $8a + b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

역함수의 성질에서  $f(a) = b \Leftrightarrow f^{-1}(b) = a$

즉  $f^{-1}(5) = 2 \Rightarrow f(2) = 5$  이다.

따라서,  $f(x) = ax^3 + b$  에서

$\therefore f(2) = 8a + b = 5$

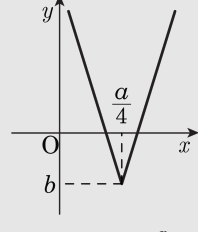
6. 함수  $f(x) = |4x - a| + b$  는  $x = 3$  일 때 최솟값 -2를 가진다. 이 때, 상수  $a, b$  의 합  $a + b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$f(x) = |4x - a| + b = \left| 4\left(x - \frac{a}{4}\right) \right| + b$  의 그래프는  $y = |4x|$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $\frac{a}{4}$  만큼,  $y$  축의 방향으로  $b$  만큼 평행이동한 것이므로 다음 그림과 같다.



따라서,  $x = \frac{a}{4}$  일 때 최솟값  $b$  를 가지므로

$$\frac{a}{4} = 3, b = -2$$

$$\therefore a = 12, b = -2 \quad \therefore a + b = 10$$

7. 함수  $y = |2x - 4| - 4$  의 그래프와  $x$  축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

절대값 기호 안을 0으로 하는  $x$ 의 값은

$2x - 4 = 0$  에서  $x = 2$

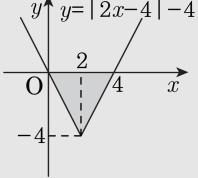
( i )  $x < 2$  일 때,  $y = -(2x - 4) - 4 = -2x$

( ii )  $x \geq 2$  일 때,  $y = (2x - 4) - 4 = 2x - 8$

따라서 ( i ), ( ii )에 의하여

함수  $y = |2x - 4| - 4$  의 그래프는 그림과 같으므로

구하는 도형의 넓이는  $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$



8. 수직선 위에 세 점 A(-2), B(1), C(2)가 있다. 수직선 위에 한 점 P를 잡아  $\overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC}$ 를 최소가 되게 할 때, 점 P의 좌표를 구하면?
- ① P(-2)                      ② P(-1)                      ③ P(0)
- ④ P(1)                         ⑤ P(2)

해설

점 P의 좌표를  $P(x)$ 라 하면  
 $\overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC} = |x + 2| + |x - 1| + |x - 2|$   
 $y = |x + 2| + |x - 1| + |x - 2|$ 의  
그래프의 개형은  
다음 그림과 같으므로  $x = 1$ 에서 최  
솟값을 가진다.  
따라서 구하는 점 P의 좌표는 P(1)  
이다.

9. 다음 중 함수  $y = x - [x]$  (단,  $-1 \leq x \leq 2$ )의 값으로 가능한 것을 고르면? ( $[x]$ 는  $x$ 보다 크지 않은 최대 정수)

①  $-2$       ②  $-1$       ③  $0$       ④  $1$       ⑤  $2$

해설

$-1 \leq x < 0$  일 때,  $[x] = -1 \quad \therefore y = x + 1$

$0 \leq x < 1$  일 때,  $[x] = 0 \quad \therefore y = x$

$1 \leq x < 2$  일 때,  $[x] = 1 \quad \therefore y = x - 1$

$x = 2$  일 때,  $[x] = 2 \quad \therefore y = 0$

따라서,  $y = x - [x]$  ( $-1 \leq x \leq 2$ )의 값으로 가능한 것은 ③ 뿐이다.

10.  $\frac{1+\frac{1}{x-1}}{1-\frac{1}{x+1}} = a + \frac{b}{x-1}$  이라 할 때,  $a^2 + b^2$  의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

좌변을 정리하여 우변과 비교한다.

$$\begin{aligned}\frac{1+\frac{1}{x-1}}{1-\frac{1}{x+1}} &= \frac{\frac{x-1+1}{x-1}}{\frac{x+1-1}{x+1}} = \frac{\frac{x}{x-1}}{\frac{x}{x+1}} \\ &= \frac{x(x+1)}{x(x-1)} = \frac{x+1}{x-1}\end{aligned}$$

$$a + \frac{b}{x-1} = \frac{ax-a+b}{x-1}$$

$$\frac{x+1}{x-1} = \frac{ax-a+b}{x-1}$$

$$\therefore a = 1, b = 2 \Rightarrow a^2 + b^2 = 5$$

11.  $2x - y + z = 0$ ,  $x - 2y + 3z = 0$  일 때,  $\frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 + y^2 + z^2}$  의 값을 구하면  $\frac{n}{m}$  이다. 이때,  $m + n$  의 값을 구하여라. (단,  $m, n$  은 서로소)

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$2x - y + z = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$x - 2y + 3z = 0 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \times 2 - \textcircled{2} : 3x = z$$

$$\therefore x = \frac{z}{3}, y = \frac{5z}{3}$$

여기서  $x = k$  라 하면  $y = 5k, z = 3k$

$$\text{따라서 } \frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 + y^2 + z^2} = \frac{k^2 - 5k^2 + 25k^2}{k^2 + 25k^2 + 9k^2} = \frac{3}{5} \therefore m = 5, n = 3$$

$$\therefore m + n = 8$$

12. 함수  $y = \frac{ax+b}{x+c}$  의 그래프가 점  $(1, 0)$  을 지나고, 점근선의 방정식이  $x = 2, y = 1$  일 때,  $abc$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

점근선이  $x = 2, y = 1$  이므로

$$y = \frac{k}{x-2} + 1 \cdots \textcircled{1}$$

①이  $(1, 0)$ 을 지나므로

$$0 = -k + 1 \therefore k = 1$$

$$y = \frac{1+x-2}{x-2} = \frac{x-1}{x-2}$$

$$\therefore a = 1, b = -1, c = -2$$

따라서  $abc = 2$

13. 다음 중 함수  $y = \frac{5}{x+3} - 5$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

① 제1 사분면

## ② 제2사분면

### ③ 제3사분면

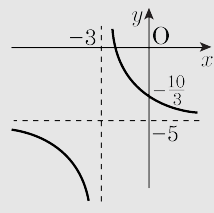
#### ④ 제4사분면

⑤ 모든 사분면을 지난다.

해설

$$y = \frac{5}{x+3} - 5$$

$$x = 0 \text{ 일 때 } y = \frac{5}{0+3} - 5 = -\frac{10}{3}$$



따라서 제1사분면을 지나지 않는다.

14. 자연수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(n) = \begin{cases} n-2 & (n \geq 100 \text{일때}) \\ f(f(n+4)) & (n < 100 \text{일때}) \end{cases} \quad \text{에서 } f(96) \text{의 값을 구하면?}$$

① 78

② 80

③ 98

④ 99

⑤ 100

해설

$$\begin{aligned} f(96) &= f(f(100)), \quad f(100) = 98, \\ f(98) &= f(f(102)), \quad f(102) = 100 \\ \therefore f(96) &= 98 \end{aligned}$$

15. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $f(x)$  가  $f(1) = 3$  이고, 모든 실수  $x$  에 대하여

$$f(x+1) = \frac{1+f(x)}{1-f(x)} \text{ 를 만족시킨다. 이 때, } f(1998) \text{ 의 값은?}$$

- ① 3                      ② 2                      ③ -1                      ④ -2                      ⑤ -3

해설

$$\begin{aligned} f(2) &= \frac{1+f(1)}{1-f(1)} \\ &= \frac{1+3}{1-3} = -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(3) &= \frac{1+f(2)}{1-f(2)} \\ &= \frac{1-2}{1+2} = -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(4) &= \frac{1+f(3)}{1-f(3)} \\ &= \frac{1-\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{3}} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(5) &= \frac{1+f(4)}{1-f(4)} \\ &= \frac{1+\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}} = 3 \end{aligned}$$

$$f(5) = f(1) = 3 \text{ 이므로}$$

$$f(6) = f(2) = -2, f(7) = f(3) = -\frac{1}{3}$$

$$f(8) = f(4) = \frac{1}{2}, f(9) = f(5) = f(1) = 3, \dots$$

이와 같이  $f(n)$  ( $n$  은 자연수) 은

3, -2,  $-\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{2}$  이 반복됨을 알 수 있다.

$$\therefore f(4n+k) = f(k)$$

(단,  $n$  은 0 이상의 정수,  $k = 0, 1, 2, 3$  )

$$\text{그러므로 } f(1998) = f(4 \times 499 + 2) = f(2) = -2$$

16.  $R$  가 실수 전체의 집합일 때,  $R$  에서  $R$  로의 함수  $f$  를 다음과 같이 정의한다.

$f : x \rightarrow a|x-1| + (2-a)x + a \quad (x \in R, a \in R)$

함

수  $f$  가 일대일 대응이 되도록 하는  $a$  의 값의 범위는?

- ①  $a < -1$
- ②  $a \leq -1$
- ③  $a > -1$
- ④  $a < 1$
- ⑤  $a \leq 1$

해설

$f(x) = a|x-1| + (2-a)x + a$  에서  $x \geq 1, x < 1$  인 경우로 나누면,  
 $x \geq 1$  일 때,  $f(x) = a(x-1) + (2-a)x + a$   
 $x < 1$  일 때,  $f(x) = a(1-x) + (2-a)x + a$

$$\therefore f(x) = \begin{cases} 2x & (x \geq 1) \\ -2(a-1)x + 2a & (x < 1) \end{cases}$$

함수  $f(x)$  가  $R$  에서  $R$  로의 일대일 대응이려면  
 $x \geq 1$  에서 기울기가 양이므로  $x < 1$  에서도 기울기가 양이어야 한다.

$$\text{즉, } -2(a-1) > 0, a-1 < 0$$

$$\therefore a < 1$$

17. 두 집합  $X = \{1, 2\}$ ,  $Y = \{a, b, c, d, e\}$ 에 대하여  $X$ 에서  $Y$ 로의 함수  $f$  중에서  $X$ 의 임의의 두 원소  $x_1, x_2$ 에 대하여  $x_1 \neq x_2$ 일 때,  $f(x_1) \neq f(x_2)$ 인 함수는 몇 개인가?

- ① 2 개                      ② 5 개                      ③ 10 개  
④ 20 개                    ⑤ 120 개

해설

$x_1 \neq x_2$ 일 때,  
 $f(x_1) \neq f(x_2)$ 는 일대일 함수를 의미한다.  
즉,  $X = \{1, 2\}$ 이고  $Y = \{a, b, c, d, e\}$ 이므로  
일대일 함수는  $f(1)$ 이 될 수 있는 것이  
 $a, b, c, d, e$  5가지  
 $f(2)$ 가 될 수 있는 것이  $f(1)$ 을 제외한 4가지  
 $\therefore 5 \times 4 = 20(\text{개})$

18. 집합  $X = \{a, b, c\}$ ,  $Y = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 함수  $f : X \rightarrow Y$ 에서 치역의 원소의 개수가 2 개인 함수  $f$ 의 개수를 구하시오.

▶ 답: 개

▷ 정답 : 36 개

해설

원소가 2 개인 치역은

 $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\},$ 

{3, 4}로 6 개이다.

정의역의 원소가 3 개, 공역의 원소가 2 개인 함수의 개수는

 $2^3 = 8$  인데

이 중에서 지역의 원소가 1 개인 함수가 각각 2 개이므로  $8-2=6$

따라서  $6 \times 6 = 36$  개

19. 두 집합  $X = \{x \mid 1 \leq x \leq 5\}$ ,  $Y = \{y \mid 1 \leq y \leq 3\}$ 에 대하여  $X$ 에서  $Y$ 로  
의 함수  $f(x) = ax + b$ 의 역함수가 존재할 때, 상수  $a, b$ 에 대하여  
 $a^2 + b^2$ 의 값은? (단,  $a > 0$ )

- ①  $\frac{1}{4}$
- ②  $\frac{1}{3}$
- ③  $\frac{1}{2}$
- ④ 1
- ⑤ 2

해설

역함수가 존재하므로 함수  $f$ 는 일대일대응이다.

함수  $f(x)$ 의 기울기가 양수이므로

$f(1) = 1, f(5) = 3$

$f(1) = 1$ 에서  $a + b = 1 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$

$f(5) = 3$ 에서  $5a + b = 3 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$

$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$ 을 연립하여 풀면  $a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$

$\therefore a^2 + b^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$

20. 다음 그림은 두 함수  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$ 의 그래프를 나타낸 것이다. 함수  $h(x) = (f^{-1} \circ g \circ f)(x)$  일 때,  $h(c)$ 의 값은?

- ①

$a$
- ②

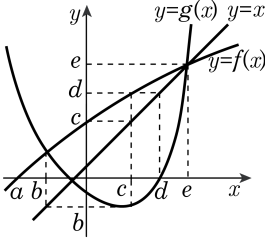
$b$
- ③

$c$

- ④

$d$
- ⑤

$e$



해설

$$\begin{aligned} h(c) &= (f^{-1} \circ g \circ f)(c) = f^{-1}(g(f(c))) \\ &= f^{-1}(g(d)) = f^{-1}(0) \\ f^{-1}(0) &= k \text{라 하면 } f(k) = 0 \\ \therefore k &= a \\ \text{따라서 } h(c) &= a \end{aligned}$$

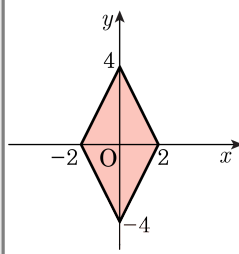
21. 함수  $2|x| + |y| = 4$  의 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$2|x| + |y| = 4$  의 그래프는  $2x + y = 4$ ,  
즉  $y = -2x + 4$  의 그래프에서  
 $x \geq 0, y \geq 0$  인 부분만 남기고,  
이 그래프를  $x$  축,  $y$  축, 원점에 대하여 각  
각 대칭시킨 것이므로 다음 그림과 같다.  
따라서 구하는 도형의 넓이는  $8 \times 4 \times \frac{1}{2} =$   
16



22.  $\frac{2}{x} - z = 1$ ,  $y - \frac{1}{z} = 1$  일 때,  $xyz$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 4

④ 3

⑤ 2

해설

$$\frac{2}{x} - z = 1 \Rightarrow x = \frac{2}{z+1}$$

$$y - \frac{1}{z} = 1 \Rightarrow y = \frac{z+1}{z}$$

$$\therefore xyz = \frac{2}{z+1} \times \frac{z+1}{z} \times z = 2$$

23. 두 지점 A, B를 왕복하는데 A에서 B까지 갈 때에는 시속  $a$  km의 속력으로, B에서 A로 올 때에는 시속  $b$  km의 속력으로 다녀왔다. 다음 중 왕복 평균속력을 나타내는 식을 적은 것은? (단위: km/h)

- ①  $\frac{a+b}{2}$
- ②  $\sqrt{ab}$
- ③  $\frac{2ab}{a+b}$
- ④  $\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{2}$
- ⑤  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

해설

A에서 B까지의 거리를  $l$  km라 하면

가는데 걸린 시간 :  $\frac{l}{a}$

오는데 걸린 시간 :  $\frac{l}{b}$

왕복거리 :  $2l$

따라서, 왕복평균속력은  $\frac{2l}{\frac{l}{a} + \frac{l}{b}} = \frac{2ab}{a+b}$

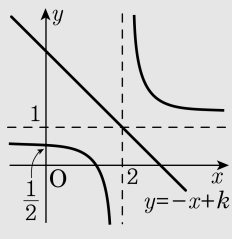
24. 분수함수  $y = \frac{x-1}{x-2}$  의 그래프가 직선  $y = -x + k$  에 대하여 대칭일 때, 상수  $k$  의 값을 구하여라.

- ① -1      ② 1      ③ 3      ④ 5      ⑤ 7

해설

$$y = \frac{x-1}{x-2}$$
$$= \frac{(x-2)+1}{x-2}$$
$$= \frac{1}{x-2} + 1$$

따라서, 점근선이  
 $x = 2, y = 1$ 인 분수함수이므로 그래프는  
다음과 같다.  
다음 그래프가 직선  $y = -x + k$ 에 대하여  
대칭이라면  
직선이 두 점근선의 교점인  $(2, 1)$ 을 지나야 하므로  
 $1 = -2 + k$   
 $\therefore k = 3$



25.  $-5 \leq x < -1$ 에서  $ax \leq \frac{3x-1}{x+1}$  이 항상 성립하기 위한 실수  $a$ 의 최솟값은?

- ①  $-2$
- ②  $-\frac{7}{5}$
- ③  $-1$
- ④  $-\frac{4}{5}$
- ⑤  $-\frac{2}{5}$

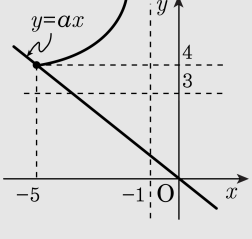
해설

$-5 \leq x < -1$ 에서 직선  $y = ax$ 가

함수  $y = \frac{3x-1}{x+1}$ 의 그래프보다 항상 아래쪽에 있어야 한다.

$$\begin{aligned} y &= \frac{3x-1}{x+1} \\ &= \frac{3(x+1)-4}{x+1} \\ &= \frac{-4}{x+1} + 3 \end{aligned}$$

$y = \frac{3x-1}{x+1}$ 의 그래프가 다음 그림과 같



고,

$x = -5$ 일 때  $y = 4$ 이므로 점  $(-5, 4)$ 를 지난다.

직선  $y = ax$ 가 점  $(-5, 4)$ 를 지날 때,

$$4 = -5a \text{에서 } a = -\frac{4}{5} \text{이다.}$$

따라서  $-5 \leq x < -1$ 에서  $ax \leq \frac{3x-1}{x+1}$ 이 성립하려면

$$a \geq -\frac{4}{5} \text{이어야 하므로}$$

$a$ 의 최솟값은  $-\frac{4}{5}$ 이다.

26. 자연수  $x$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & (x \text{는 홀수}) \\ \frac{x}{2} & (x \text{는 짝수}) \end{cases} \quad \text{로 정의할 때, } f(f(x)) = 2 \text{를 만족시키}$$

는  $x$ 의 값들의 합은?

- ① 9                      ② 11                      ③ 13                      ④ 15                      ⑤ 17

해설

$f(f(x)) = 2$ 에서  $f(x) = a$ 로 놓으면  $f(a) = 2$

i)  $a$ 가 홀수일 때  $f(a) = a + 1 = 2$

$\therefore a = 1$

ii)  $a$ 가 짝수일 때  $f(a) = \frac{a}{2} = 2 \therefore a = 4$

i), ii)에서  $f(x) = 1$  or  $f(x) = 4$

iii)  $f(x) = 1$ 일 때  $x$ 가 홀수이면 존재하지 않고

$x$ 가 짝수이면  $x = 2$

iv)  $f(x) = 4$ 일 때  $x$ 가 홀수이면  $x = 3$

$x$ 가 짝수이면  $x = 8$

$\therefore f(f(x)) = 2$ 를 만족하는  $x$  값은  $x = 2, 3, 8$

$\therefore 2 + 3 + 8 = 13$

27. 집합  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ 에 대하여  $A$ 에서  $A$ 로의 함수  $f$ 를  $f(x) = r$ ( $r$ 은  $3x$ 를 10으로 나눈 나머지)로 정의할 때,  $f^n$ 이 항등함수가 되는 최소의 자연수  $n$ 의 값은? (단,  $f^1 = f, f^{n+1} = f \circ f^n, n$ 은 자연수)

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

해설

함수  $f$ 의 대응을 조사해 보면

$1 \xrightarrow{f} 3 \xrightarrow{f} 9 \xrightarrow{f} 7 \xrightarrow{f} 1$

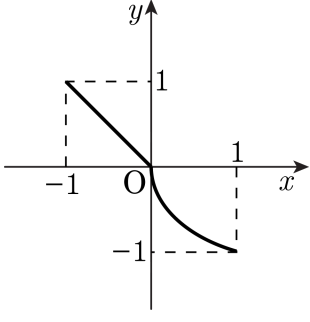
$2 \xrightarrow{f} 6 \xrightarrow{f} 8 \xrightarrow{f} 4 \xrightarrow{f} 2$

$5 \xrightarrow{f} 5 \xrightarrow{f} 5 \xrightarrow{f} 5 \xrightarrow{f} f\ 5$

$\therefore f^4 = f^8 = f^{12} = \cdots = I$ (항등함수)

$\therefore$  최소의 자연수는 4

28.  $-1 \leq x \leq 1$  에서 정의된 함수  $f$  를  $f(x) = \begin{cases} -x & (-1 \leq x \leq 0) \\ -\sqrt{x} & (0 \leq x \leq 1) \end{cases}$  로 정의하고,  $g = f \circ f$  라 할 때, 다음 중  $g^{-1}(x)$  의 그래프를 그리면?



- ①
- ②
- ③
- ④
- ⑤

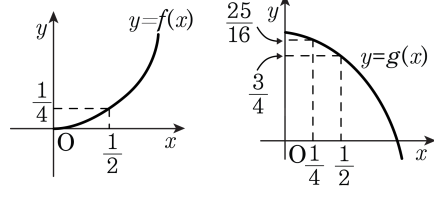
해설

$-1 \leq x \leq 0$  일 때,  $f(x) = -x \geq 0$  이므로  
 $g(x) = f(f(x)) = f(-x) = -\sqrt{-x}$  이다.  
 $0 \leq x \leq 1$  일 때  $f(x) = -\sqrt{x} < 0$  이므로  
 $g(x) = f(f(x)) = f(-\sqrt{x}) = -(-\sqrt{x}) = \sqrt{x}$

$g(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & (0 \leq x \leq 1) \\ -\sqrt{-x} & (-1 \leq x \leq 0) \end{cases}$  이므로

$y = g(x)$  의 그래프는 ④이다.  
또한  $y = g^{-1}(x)$  의 그래프는  $y = g(x)$  의 그래프를 직선  $y = x$  에 대하여 대칭이동한 것이므로 ③이다.

29. 정의역이 실수 전체의 집합인 두 함수  $f(x), g(x)$  에 대하여  $x > 0$  일 때의 그래프가 다음 그림과 같고,  $f(-x) = -f(x), g(-x) = g(x)$  를 만족할 때,  $(g \circ f)\left(-\frac{1}{2}\right)$  의 값을 구하면?



- ① 1                      ②  $\frac{3}{2}$                       ③  $\frac{1}{4}$                       ④  $\frac{11}{9}$                       ⑤  $\frac{25}{16}$

해설

$f(-x) = -f(x)$  이므로

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = -f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{4}$$

$g(-x) = g(x)$

$$(g \circ f)\left(-\frac{1}{2}\right) = g\left(f\left(-\frac{1}{2}\right)\right) = g\left(-\frac{1}{4}\right) = g\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{25}{16}$$

30.  $\frac{x+y}{x} = \frac{y+z}{y} = \frac{z+x}{z} = k$  일 때,  $k^{2008} + \frac{1}{k^{2008}}$  의 값을 구하면? (단,  $xyz \neq 0, x \neq y \neq z$ )

- ① -3      ② -2      ③ -1      ④ 1      ⑤ 5

해설

$x+y=kx \cdots \textcircled{1}, y+x=kz \cdots \textcircled{2}, z+x=ky \cdots \textcircled{3}$

$\textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3}$  하면  $2(x+y+z) = k(x+y+z)$

i)  $x+y+z \neq 0$  이면  $k=2$

$\textcircled{1}$  에 대입하면  $x+y=2x, x=y$  이 되므로

$x \neq y \neq z$  인 조건에 모순

$\therefore x+y+z=0$

ii)  $x+y+z=0$  이면

$x+y=-z, y+z=-x, z+x=-y$

$-\frac{z}{x}=k, -\frac{x}{y}=k, -\frac{y}{z}=k$

세 식을 변변 곱하면  $k^3 = -1, (k+1)(k^2-k+1) = 0$

$k = -1$  이면  $x=z$  가 되므로 조건에 모순

$\therefore k^2-k+1=0$

$$\begin{cases} k^3 = -1 \\ k + \frac{1}{k} = 1 \end{cases}$$

$k^{2008} + \frac{1}{k^{2008}} = (k^3)^{669} \times k + \frac{1}{(k^3)^{669} \times k}$

$= -(k + \frac{1}{k}) = -1$

해설

i)  $1 + \frac{y}{x} = 1 + \frac{z}{y} = 1 + \frac{x}{z} = k$  에서

$\frac{y}{x} = \frac{z}{y} = \frac{x}{z} = k-1$

$\therefore x = (k-1)z, y = (k-1)x, z = (k-1)y$

$xyz = (k-1)^3 xyz$

$xyz \neq 0$  이므로  $(k-1)^3 = 1, (k-1)^3 - 1 = 0,$

$\{(k-1)-1\} \{(k-1)^2 + (k-1) + 1\} = 0$

$\therefore (k-2)(k^2-k+1) = 0$

$x \neq y \neq z$  이므로  $k \neq 2$

$\therefore k^2-k+1=0, k^3=-1$

$k + \frac{1}{k} = 1$

ii)  $k^{2008} + \frac{1}{k^{2008}}$

$= (k^3)^{669} \cdot k + \frac{1}{(k^3)^{669} \cdot k}$

$= -(k + \frac{1}{k}) = -1$