**1.** 함수 $f(x) = a|x| + (1-a)x$가 실수의 범위에서 일대일대응이 되도록 하는 상수 $a$의 범위는 무엇인가?

① $a < -2$　　② $a > 2$　　③ $a < \frac{1}{2}$

④ $a > -\frac{1}{2}$　　⑤ $a < 2$

해설

$$f(x) = \begin{cases} x & (x \geq 0) \\ (1-2a)x & (x < 0) \end{cases}$$ 이고

$x \geq 0$ 일 때 $f(x)$는 증가함수이므로

$x < 0$일 때도 $f(x)$는 증가함수이어야 일대일대응이 된다. 따라서 $1-2a > 0$

$\therefore\ a < \frac{1}{2}$

**2.** 집합 $A = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$ 에서 집합 $B = \{a,\ b,\ c,\ d,\ e\}$ 로의 일대일 대응 $f$ 중 $f(1) = a,\ f(2) = b$ 인 $f$ 의 개수는?

① 4 개 ② 6 개 ③ 8 개 ④ 12 개 ⑤ 16 개

**해설**

$f(1) = a,\ f(2) = b$ 이므로 $f : A \to B$ 가 일대일 대응이려면
$f(3)$ 의 값이 될 수 있는 것은
$f(1),\ f(2)$ 의 값을 제외한 3 개,
$f(4)$ 의 값이 될 수 있는 것은
$f(1),\ f(2),\ f(3)$ 의 값을 제외한 2 개,
$f(5)$ 의 값이 될 수 있는 것은
$f(1),\ f(2),\ f(3),\ f(4)$ 의 값을 제외한 1 개이다.
따라서, 일대일 대응 $f$ 의 개수는 $3 \times 2 \times 1 = 6$ 개

**3.** 실수에서 정의된 함수 $f(x)=ax-3$ 에 대하여 $f^{-1}=f$ 가 성립하도록 하는 상수 $a$ 의 값을 구하여라. (단, $a \neq 0$ )

▶ 답 :

▷ 정답 : $-1$

해설

$f^{-1}=f$ 에서 $f^{-1}(x)=f(x)$, $f(f(x))=x$

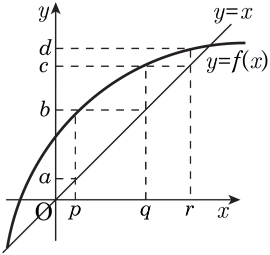
$f(f(x))=f(ax-3)=a(ax-3)-3=x$

모든 실수 $x$ 에 대하여 성립하므로

$\therefore\ a^2=1,\ \ -3a-3=0$

$\therefore\ a=-1$

**4.** 두 함수 $y=f(x)$ , $y=x$ 의 그래프가 그림과 같을 때, $(f \circ (f \circ f)^{-1})(d)$ 의 값은?




① 0　　② $a$　　③ $b$

④ $c$　　⑤ $d$

해설

$r=c,\ q=b,\ p=a$ 이므로

$$(f \circ (f \circ f)^{-1})(d) = (f \circ f^{-1} \circ f^{-1})(d)$$
$$= f^{-1}(d) = r = c$$

**5.** 삼차함수 $f(x) = ax^3 + b$ 의 역함수$f^{-1}$ 가$f^{-1}(5) = 2$ 를 만족시킬 때, $8a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

역함수의 성질에서 $f(a) = b \Leftrightarrow f^{-1}(b) = a$
즉 $f^{-1}(5) = 2 \quad \Rightarrow \quad f(2) = 5$ 이다.
따라서, $f(x) = ax^3 + b$ 에서
$\therefore f(2) = 8a + b = 5$

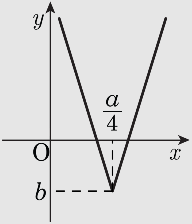
**6.** 함수 $f(x) = |4x - a| + b$ 는 $x = 3$ 일 때 최솟값 -2를 가진다. 이 때, 상수 $a$, $b$ 의 합 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$f(x) = |4x - a| + b = \left|4\left(x - \frac{a}{4}\right)\right| + b$ 의 그래프는 $y = |4x|$ 의 그래프를 $x$ 축의 방향으로 $\frac{a}{4}$ 만큼, $y$ 축의 방향으로 $b$ 만큼 평행이동한 것이므로 다음 그림과 같다.




따라서, $x = \frac{a}{4}$ 일 때 최솟값 $b$ 를 가지므로

$\frac{a}{4} = 3, \ b = -2$

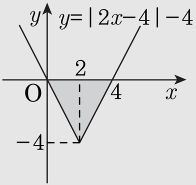
$\therefore \ a = 12, \ b = -2 \qquad \therefore \ a + b = 10$

**7.** 함수 $y = |2x - 4| - 4$ 의 그래프와 $x$ 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설




절대값 기호 안을 0 으로 하는 $x$ 의 값은

$2x - 4 = 0$ 에서 $x = 2$

( i ) $x < 2$ 일 때, $y = -(2x - 4) - 4 = -2x$

( ii ) $x \geq 2$ 일 때, $y = (2x - 4) - 4 = 2x - 8$

따라서 ( i ), ( ii ) 에 의하여

함수 $y = |2x - 4| - 4$ 의 그래프는 그림과 같으므로

구하는 도형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$

**8.** 수직선 위에 세 점 $A(-2)$, $B(1)$, $C(2)$가 있다. 수직선 위에 한 점 P 를 잡아 $\overline{PA}+\overline{PB}+\overline{PC}$ 를 최소가 되게 할 때, 점 P 의 좌표를 구하면?

① $P(-2)$ ② $P(-1)$ ③ $P(0)$

④ $P(1)$ ⑤ $P(2)$

해설

점 P 의 좌표를 $P(x)$ 라 하면

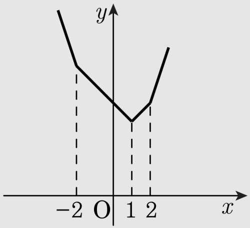
$\overline{PA}+\overline{PB}+\overline{PC}=|x+2|+|x-1|+|x-2|$

$y=|x+2|+|x-1|+|x-2|$ 의

그래프의 개형은

다음 그림과 같으므로 $x=1$ 에서 최솟값을 가진다.

따라서 구하는 점 P 의 좌표는 $P(1)$ 이다.



**9.** 다음 중 함수 $y = x - [x]$ (단, $-1 \le x \le 2$ )의 값으로 가능한 것을 고르면? ($[x]$는 $x$보다 크지 않은 최대 정수)

① $-2$ ② $-1$ ③ $0$ ④ $1$ ⑤ $2$

해설

$-1 \le x < 0$ 일 때, $[x] = -1$ $\therefore y = x + 1$
$0 \le x < 1$ 일 때, $[x] = 0$ $\therefore y = x$
$1 \le x < 2$ 일 때, $[x] = 1$ $\therefore y = x - 1$
$x = 2$ 일 때, $[x] = 2$ $\therefore y = 0$
따라서, $y = x - [x]$ $(-1 \le x \le 2)$ 의 값으로 가능한 것은 ③ 뿐이다.

**10.** $\dfrac{1+\dfrac{1}{x-1}}{1-\dfrac{1}{x+1}}=a+\dfrac{b}{x-1}$ 이라 할 때, $a^2+b^2$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

좌변을 정리하여 우변과 비교한다.

$$\frac{1+\dfrac{1}{x-1}}{1-\dfrac{1}{x+1}}=\frac{\dfrac{x-1+1}{x-1}}{\dfrac{x+1-1}{x+1}}=\frac{\dfrac{x}{x-1}}{\dfrac{x}{x+1}}$$

$$=\frac{x(x+1)}{x(x-1)}=\frac{x+1}{x-1}$$

$$a+\frac{b}{x-1}=\frac{ax-a+b}{x-1}$$

$$\frac{x+1}{x-1}=\frac{ax-a+b}{x-1}$$

$\therefore\ a=1,\ b=2 \Rightarrow a^2+b^2=5$

**11.** $2x-y+z=0,\ x-2y+3z=0$ 일 때, $\dfrac{x^2-xy+y^2}{x^2+y^2+z^2}$ 의 값을 구하면 $\dfrac{n}{m}$ 이다. 이때, $m+n$의 값을 구하여라.(단, $m, n$은 서로소)

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 8

해설

$2x-y+z=0\cdots㉠$

$x-2y+3z=0\cdots㉡$

$㉠\times 2-㉡ : 3x=z$

$\therefore x=\dfrac{z}{3},\ y=\dfrac{5z}{3}$

여기서 $x=k$ 라 하면 $y=5k,\ z=3k$

따라서 $\dfrac{x^2-xy+y^2}{x^2+y^2+z^2}=\dfrac{k^2-5k^2+25k^2}{k^2+25k^2+9k^2}=\dfrac{3}{5}\quad \therefore m=5,\ n=3$

$\therefore m+n=8$

**12.** 함수 $y=\dfrac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가 점 $(1,\ 0)$ 을 지나고, 점근선의 방정식이 $x=2$ , $y=1$ 일 때, $abc$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

점근선이 $x=2,\ y=1$이므로

$y=\dfrac{k}{x-2}+1\cdots①$

①이 $(1,\ 0)$을 지나므로

$0=-k+1\ \therefore\ k=1$

$y=\dfrac{1+x-2}{x-2}=\dfrac{x-1}{x-2}$

$\therefore\ a=1,\ b=-1,\ c=-2$

따라서 $abc=2$

**13.** 다음 중 함수 $y=\dfrac{5}{x+3}-5$의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

① 제1사분면　　② 제2사분면

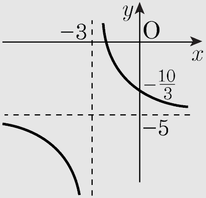
③ 제3사분면　　④ 제4사분면

⑤ 모든 사분면을 지난다.

해설

$$y=\frac{5}{x+3}-5$$

$x=0$일 때 $y=\dfrac{5}{0+3}-5=-\dfrac{10}{3}$




따라서 제1사분면을 지나지 않는다.

**14.** 자연수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(n) = \begin{cases} n-2 & (n \geq 100\text{일때}) \\ f(f(n+4)) & (n < 100\text{일때}) \end{cases}$$

에서 $f(96)$ 의 값을 구하면?

① 78 ② 80 ③ 98 ④ 99 ⑤ 100

해설

$f(96) = f(f(100)),\ f(100) = 98,$

$f(98) = f(f(102)),\ f(102) = 100$

$\therefore f(96) = 98$

**15.** 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 $f(1)=3$ 이고, 모든 실수 $x$ 에 대하여

$f(x+1)=\dfrac{1+f(x)}{1-f(x)}$ 를 만족시킨다. 이 때, $f(1998)$ 의 값은?

① 3　　② 2　　③ $-1$　　④ $-2$　　⑤ $-3$

해설

$$f(2)=\frac{1+f(1)}{1-f(1)}=\frac{1+3}{1-3}=-2$$

$$f(3)=\frac{1+f(2)}{1-f(2)}=\frac{1-2}{1+2}=-\frac{1}{3}$$

$$f(4)=\frac{1+f(3)}{1-f(3)}=\frac{1-\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{3}}=\frac{1}{2}$$

$$f(5)=\frac{1+f(4)}{1-f(4)}=\frac{1+\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}}=3$$

$f(5)=f(1)=3$ 이므로

$f(6)=f(2)=-2$ , $f(7)=f(3)=-\dfrac{1}{3}$

$f(8)=f(4)=\dfrac{1}{2}$ , $f(9)=f(5)=f(1)=3,\cdots$

이와 같이 $f(n)$ ($n$ 은 자연수)은

$3,\ -2,\ -\dfrac{1}{3},\ \dfrac{1}{2}$ 이 반복됨을 알 수 있다.

$\therefore\ f(4n+k)=f(k)$

(단, $n$ 은 0 이상의 정수, $k=0,\ 1,\ 2,\ 3$ )

그러므로 $f(1998)=f(4\times 499+2)=f(2)=-2$

**16.** $R$ 가 실수 전체의 집합일 때, $R$ 에서 $R$ 로의 함수 $f$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\boxed{f : x \rightarrow a|x-1|+(2-a)x+a \ (x \in R,\ a \in R)}$$

함수 $f$ 가 일대일 대응이 되도록 하는 $a$ 의 값의 범위는?

① $a<-1$ ② $a \le -1$ ③ $a>-1$

④ $a<1$ ⑤ $a \le 1$

해설

$f(x)=a|x-1|+(2-a)x+a$ 에서 $x \ge 1,\ x<1$ 인 경우로 나누면,

$x \ge 1$ 일 때, $f(x)=a(x-1)+(2-a)x+a$

$x<1$ 일 때, $f(x)=a(1-x)+(2-a)x+a$

$$\therefore\ f(x)=\begin{cases} 2x & (x \ge 1) \\ -2(a-1)x+2a & (x<1) \end{cases}$$

함수 $f(x)$ 가 $R$ 에서 $R$ 로의 일대일 대응이려면

$x \ge 1$ 에서 기울기가 양이므로 $x<1$ 에서도 기울기가 양이어야 한다.

즉, $-2(a-1)>0,\ a-1<0$

$\therefore\ a<1$

**17.** 두 집합 $X = \{1, 2\}$, $Y = \{a, b, c, d, e\}$ 에 대하여 $X$ 에서 $Y$ 로의 함수 $f$ 중에서 $X$ 의 임의의 두 원소 $x_1$, $x_2$ 에 대하여 $x_1 \neq x_2$ 일 때, $f(x_1) \neq f(x_2)$ 인 함수는 몇 개인가?

① 2 개 ② 5 개 ③ 10 개
④ 20 개 ⑤ 120 개

해설

$x_1 \neq x_2$ 일 때,
$f(x_1) \neq f(x_2)$ 는 일대일 함수를 의미한다.
즉, $X = \{1, 2\}$ 이고 $Y = \{a, b, c, d, e\}$ 이므로
일대일 함수는 $f(1)$ 이 될 수 있는 것이
$a, b, c, d, e$ 5 가지
$f(2)$ 가 될 수 있는 것이 $f(1)$ 을 제외한 4 가지
$\therefore\ 5 \times 4 = 20$(개)

**18.** 집합 $X = \{a, b, c\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 함수 $f : X \to Y$ 에서 치역의 원소의 개수가 2 개인 함수 $f$ 의 개수를 구하시오.

▶ 답 : ＿＿＿＿ 개

▷ 정답 : 36 개

해설

원소가 2 개인 치역은
$\{1,\ 2\}$, $\{1,\ 3\}$, $\{1,\ 4\}$, $\{2,\ 3\}$, $\{2,\ 4\}$,
$\{3,\ 4\}$로 6 개이다.
정의역의 원소가 3 개, 공역의 원소가 2 개인함수의 개수는
$2^3 = 8$ 인데
이 중에서 치역의 원소가 1 개인 함수가 각각 2 개이므로 $8-2 = 6$
따라서 $6 \times 6 = 36$ 개

**19.** 두 집합 $X=\{x \mid 1 \leq x \leq 5\}$, $Y=\{y \mid 1 \leq y \leq 3\}$ 에 대하여 $X$ 에서 $Y$ 로의 함수 $f(x)=ax+b$ 의 역함수가 존재할 때, 상수 $a$, $b$ 에 대하여 $a^2+b^2$ 의 값은? (단, $a>0$ )

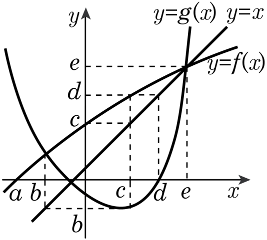
① $\frac{1}{4}$  ② $\frac{1}{3}$  ③ $\frac{1}{2}$  ④ 1  ⑤ 2

해설

역함수가 존재하므로 함수 $f$ 는 일대일대응이다.
함수 $f(x)$ 의 기울기가 양수이므로
$f(1)=1,\ f(5)=3$
$f(1)=1$ 에서 $a+b=1 \cdots$ ㉠
$f(5)=3$ 에서 $5a+b=3 \cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=\frac{1}{2},\ b=\frac{1}{2}$

$$\therefore a^2+b^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{2}$$

**20.** 다음 그림은 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프를 나타낸 것이다. 함수 $h(x)=(f^{-1}\circ g\circ f)(x)$일 때, $h(c)$의 값은?




① $a$ ② $b$ ③ $c$

④ $d$ ⑤ $e$

해설

$$h(c)=(f^{-1}\circ g\circ f)(c)=f^{-1}(g(f(c)))$$
$$=f^{-1}(g(d))=f^{-1}(0)$$

$f^{-1}(0)=k$라 하면 $f(k)=0$

$\therefore k=a$

따라서 $h(c)=a$

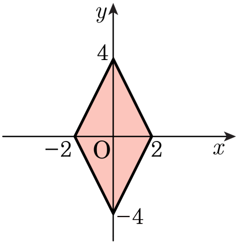
**21.** 함수 $2|x|+|y|=4$ 의 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 16

**해설**

$2|x|+|y|=4$ 의 그래프는 $2x+y=4$,
즉 $y=-2x+4$ 의 그래프에서
$x \geq 0,\ y \geq 0$ 인 부분만 남기고,
이 그래프를 $x$축, $y$축, 원점에 대하여 각각 대칭시킨 것이므로 다음 그림과 같다.
따라서 구하는 도형의 넓이는 $8 \times 4 \times \frac{1}{2} = 16$



**22.** $\frac{2}{x}-z=1,\ y-\frac{1}{z}=1$일 때, $xyz$의 값은?

① $-2$ ② $-1$ ③ $4$ ④ $3$ ⑤ $2$

해설

$$\frac{2}{x}-z=1 \Rightarrow x=\frac{2}{z+1}$$

$$y-\frac{1}{z}=1 \Rightarrow y=\frac{z+1}{z}$$

$$\therefore\ xyz=\frac{2}{z+1}\times\frac{z+1}{z}\times z=2$$

**23.** 두 지점 A, B를 왕복하는데 A에서 B까지 갈 때에는 시속 $a$ km의 속력으로, B에서 A로 올 때에는 시속 $b$ km의 속력으로 다녀왔다. 다음 중 왕복 평균속력을 나타내는 식을 적은 것은? (단위: km/h)

① $\dfrac{a+b}{2}$  ② $\sqrt{ab}$  ③ $\dfrac{2ab}{a+b}$

④ $\dfrac{\sqrt{a^2+b^2}}{2}$  ⑤ $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}$

**해설**

A에서 B까지의 거리를 $l$ km라 하면

가는데 걸린 시간 : $\dfrac{l}{a}$

오는데 걸린 시간 : $\dfrac{l}{b}$

왕복거리 : $2l$

따라서, 왕복평균속력은 $\dfrac{2l}{\dfrac{l}{a}+\dfrac{l}{b}}=\dfrac{2ab}{a+b}$

**24.** 분수함수 $y = \dfrac{x-1}{x-2}$ 의 그래프가 직선 $y = -x + k$에 대하여 대칭일 때, 상수 $k$의 값을 구하여라.

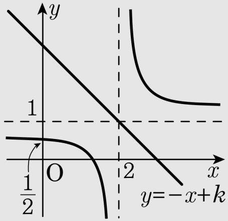
① $-1$　　② $1$　　③ $3$　　④ $5$　　⑤ $7$

해설

$y = \dfrac{x-1}{x-2}$

$= \dfrac{(x-2)+1}{x-2}$

$= \dfrac{1}{x-2} + 1$




따라서, 점근선이

$x = 2$, $y = 1$ 인 분수함수이므로 그래프는

다음과 같다.

다음 그래프가 직선 $y = -x + k$에 대하여

대칭이려면

직선이 두 점근선의 교점인 $(2,\ 1)$을 지나야 하므로

$1 = -2 + k$

$\therefore\ k = 3$

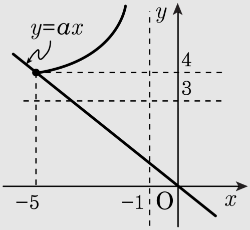
**25.** $-5 \le x < -1$ 에서 $ax \le \dfrac{3x-1}{x+1}$ 이 항상 성립하기 위한 실수 $a$의 최솟값은?

① $-2$　　② $-\dfrac{7}{5}$　　③ $-1$　　④ $-\dfrac{4}{5}$　　⑤ $-\dfrac{2}{5}$

해설

$-5 \le x < -1$ 에서 직선 $y = ax$가

함수 $y = \dfrac{3x-1}{x+1}$ 의 그래프보다 항상 아래쪽에 있어야 한다.




$$y = \frac{3x-1}{x+1}$$
$$= \frac{3(x+1)-4}{x+1}$$
$$= \frac{-4}{x+1} + 3$$

$y = \dfrac{3x-1}{x+1}$ 의 그래프가 다음 그림과 같고,

$x = -5$ 일 때 $y = 4$ 이므로 점 $(-5,\ 4)$를 지난다.

직선 $y = ax$가 점$(-5,\ 4)$를 지날 때,

$4 = -5a$ 에서 $a = -\dfrac{4}{5}$ 이다.

따라서 $-5 \le x < -1$ 에서 $ax \le \dfrac{3x-1}{x+1}$ 이 성립하려면

$a \ge -\dfrac{4}{5}$ 이어야 하므로

$a$의 최솟값은 $-\dfrac{4}{5}$ 이다.

**26.** 자연수 $x$에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x) = \begin{cases} x+1 \ (x\text{는 홀수}) \\ \dfrac{x}{2} (x\text{는 짝수}) \end{cases}$$

로 정의할 때, $f(f(x)) = 2$ 를 만족시키는 $x$의 값들의 합은?

① 9　　② 11　　③ 13　　④ 15　　⑤ 17

**해설**

$f(f(x)) = 2$에서 $f(x) = a$로 놓으면 $f(a) = 2$

i ) $a$가 홀수일 때 $f(a) = a+1 = 2$

$\therefore a = 1$

ii ) $a$가 짝수일 때 $f(a) = \dfrac{a}{2} = 2 \quad \therefore a = 4$

i ), ii ) 에서 $f(x) = 1$ $or$ $f(x) = 4$

iii) $f(x) = 1$일 때 $x$가 홀수이면 존재하지 않고

$x$가 짝수이면 $x = 2$

iv) $f(x) = 4$일 때 $x$가 홀수이면 $x = 3$

$x$ 가 짝수이면 $x = 8$

$\therefore f(f(x)) = 2$ 를 만족하는 $x$ 값은 $x = 2, \ 3, \ 8$

$\therefore 2+3+8 = 13$

**27.** 집합 $A = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$에 대하여 $A$에서 $A$로의 함수 $f$를 $f(x) = r$($r$은 $3x$를 10으로 나눈 나머지)로 정의할 때, $f^n$이 항등함수가 되는 최소의 자연수 $n$의 값은? (단, $f^1 = f$, $f^{n+1} = f \circ f^n$, $n$은 자연수)

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

함수 $f$의 대응을 조사해 보면

$1 \xrightarrow{f} 3 \xrightarrow{f} 9 \xrightarrow{f} 7 \xrightarrow{f} 1$

$2 \xrightarrow{f} 6 \xrightarrow{f} 8 \xrightarrow{f} 4 \xrightarrow{f} 2$

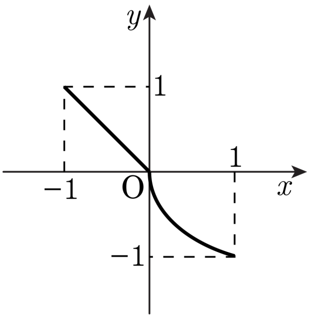
$5 \xrightarrow{f} 5 \xrightarrow{f} 5 \xrightarrow{f} 5 \xrightarrow{f} f\ 5$

$\therefore\ f^4 = f^8 = f^{12} = \cdots = I$(항등함수)

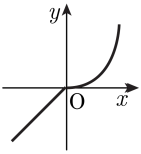
$\therefore$ 최소의 자연수는 4

**28.** $1 \le x \le 1$ 에서 정의된 함수 $f$ 를 $f(x) = \begin{cases} -x & (-1 \le x \le 0) \\ -\sqrt{x} & (0 \le x \le 1) \end{cases}$ 로

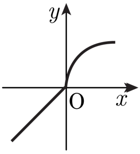
정의하고, $g = f \circ f$ 라 할 때. 다음 중 $g^{-1}(x)$ 의 그래프를 그리면?



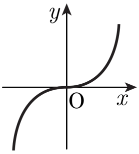

①



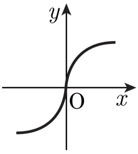

②



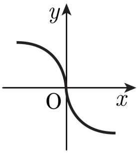

③




④




⑤




**해설**

$-1 \le x \le 0$ 일 때, $f(x) = -x \ge 0$ 이므로

$g(x) = f(f(x)) = f(-x) = -\sqrt{-x}$ 이다.

$0 \le x \le 1$ 일 때 $f(x) = -\sqrt{x} < 0$ 이므로

$g(x) = f(f(x)) = f(-\sqrt{x}) = -(-\sqrt{x}) = \sqrt{x}$

$g(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & (0 \le x \le 1) \\ -\sqrt{-x} & (-1 \le x \le 0) \end{cases}$ 이므로

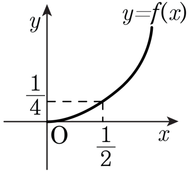
$y = g(x)$ 의 그래프는 ④이다.

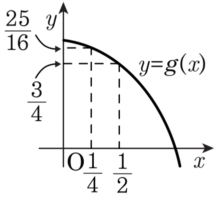
또한 $y = g^{-1}(x)$ 의 그래프는 $y = g(x)$ 의 그래프를

직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 것이므로

③이다.

**29.** 정의역이 실수 전체의 집합인 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 $x>0$ 일 때의 그래프가 다음 그림과 같고, $f(-x)=-f(x)$, $g(-x)=g(x)$ 를 만족할 때, $(g\circ f)\left(-\dfrac{1}{2}\right)$ 의 값을 구하면?




① $1$ ② $\dfrac{3}{2}$ ③ $\dfrac{1}{4}$ ④ $\dfrac{11}{9}$ ⑤ $\dfrac{25}{16}$

해설

$f(-x)=-f(x)$ 이므로

$$f\left(-\frac{1}{2}\right)=-f\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{4}$$

$g(-x)=g(x)$

$$(g\circ f)\left(-\frac{1}{2}\right)=g\left(f\left(-\frac{1}{2}\right)\right)=g\left(-\frac{1}{4}\right)=g\left(\frac{1}{4}\right)=\frac{25}{16}$$

**30.** $\frac{x+y}{x}=\frac{y+z}{y}=\frac{z+x}{z}=k$일 때, $k^{2008}+\frac{1}{k^{2008}}$의 값을 구하면? (단, $xyz \neq 0,\ x \neq y \neq z$)

① $-3$ ② $-2$ ③ $-1$ ④ $1$ ⑤ $5$

해설

$x+y=kx\cdots$①, $y+x=kz\cdots$②, $z+x=ky\cdots$③

①+②+③하면 $2(x+y+z)=k(x+y+z)$

i ) $x+y+z\neq 0$이면 $k=2$

① 에 대입하면 $x+y=2x, x=y$이 되므로

$x\neq y\neq z$인 조건에 모순

$\therefore x+y+z=0$

ii ) $x+y+z=0$이면

$x+y=-z,\ y+z=-x,\ z+x=-y$

$-\frac{z}{x}=k, -\frac{x}{y}=k, -\frac{y}{z}=k$

세 식을 변변 곱하면 $k^3=-1,\ (k+1)(k^2-k+1)=0$

$k=-1$이면 $x=z$가 되므로 조건에 모순

$\therefore\ k^2-k+1=0$

$$\begin{cases} k^3=-1 \\ k+\frac{1}{k}=1 \end{cases}$$

$$k^{2008}+\frac{1}{k^{2008}}=(k^3)^{669}\times k+\frac{1}{(k^3)^{669}\times k}$$

$$=-(k+\frac{1}{k})=-1$$

해설

i ) $1+\frac{y}{x}=1+\frac{z}{y}=1+\frac{x}{z}=k$에서

$\frac{y}{x}=\frac{z}{y}=\frac{x}{z}=k-1$

$\therefore x=(k-1)z,\ y=(k-1)x,\ z=(k-1)y$

$xyz=(k-1)^3xyz$

$xyz\neq 0$이므로 $(k-1)^3=1,\ (k-1)^3-1=0,$

$\{(k-1)-1\}\{(k-1)^2+(k-1)+1\}=0$

$\therefore (k-2)(k^2-k+1)=0$

$x\neq y\neq z$이므로 $k\neq 2$

$\therefore k^2-k+1=0,\ k^3=-1$

$k+\frac{1}{k}=1$

ii ) $k^{2008}+\frac{1}{k^{2008}}$

$=(k^3)^{669}\cdot k+\frac{1}{(k^3)^{669}\cdot k}$

$=-(k+\frac{1}{k})=-1$