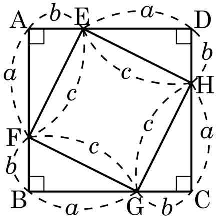
1. 다음 그림은 한 변의 길이가 $a+b$ 인 정사각형을 나타낸 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle EHG = 90°$

② □EFGH 는 정사각형이다.

③ □ABCD 와 □EFGH 의 넓이의 비는 $a+b : c$ 이다.

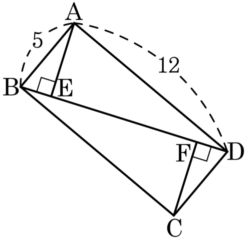
④ $\triangle BGF \equiv \triangle CHG$

⑤ $\angle FEA + \angle GHC = 90°$

해설

□ABCD 와 □EFGH 는 정사각형이므로 넓이의 비는 한 변의 비의 제곱과 비례한다.
따라서 $(a+b)^2 : c^2$ 이다.

2. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 점 A 와 점 C 가 대각선 BD에 이르는 거리의 합을 구하면?



① $\frac{118}{13}$ ② $\frac{119}{13}$ ③ $\frac{120}{13}$ ④ $\frac{121}{13}$ ⑤ $\frac{122}{13}$

해설

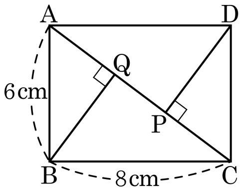
$\triangle$ABD 에서 $\overline{BD}=13$

$5\times 12 = 13\times \overline{AE},\ \overline{AE}=\frac{60}{13}$

따라서 $\overline{AE}=\overline{CF}$ 이므로

$\overline{AE}+\overline{CF}=\frac{60}{13}+\frac{60}{13}=\frac{120}{13}$ 이다.

3. 다음 직사각형의 두 꼭짓점 B, D 에서 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 각각 Q, P 라 할 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 2.8 cm

해설

$\triangle ABC$ 는 직각삼각형이므로

$\overline{AC} = 10(\text{cm})$ 이다.

$\overline{AQ} = \overline{PC}$ 이고 $\triangle ABQ$와 $\triangle ABC$는 닮음이므로

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AQ} : \overline{AB}$에서

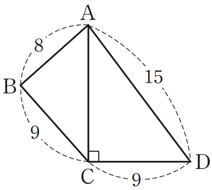
$\overline{AB}^2 = \overline{AQ} \times \overline{AC}$ 이므로

$\overline{AQ} = \dfrac{36}{10} = 3.6(\text{cm})$ 이다.

따라서 $\overline{PQ} = 10 - 3.6 - 3.6 = 2.8(\text{cm})$ 이다.

4.

오른쪽 그림에서 $\overline{AB}=8$, $\overline{AD}=15$, $\overline{BC}=9$, $\overline{CD}=9$이고 $\angle C=90^\circ$일 때, $\triangle ABC$는 어떤 삼각형인가?



① 이등변삼각형
② 정삼각형
③ 예각삼각형
④ 둔각삼각형
⑤ 직각삼각형

▶ 답 :

▷ 정답 : ③

해설

$\triangle ACD$에서

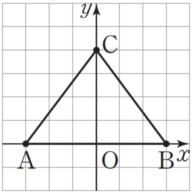
$\overline{AC}^2=15^2-9^2=144 \quad \therefore \quad \overline{AC}=12$

$\triangle ABC$에서

$8^2+9^2>12^2$이므로 예각삼각형이다.

5.

오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위에 $\overline{AC}=\overline{BC}$ 인 이등변삼각형 ABC가 있다. $A(-3,\ 0)$, $B(3,\ 0)$, $C(0,\ 4)$일 때, $\triangle ABC$의 둘레의 길이를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$\overline{AO}=\overline{BO}=3$, $\overline{CO}=4$이므로

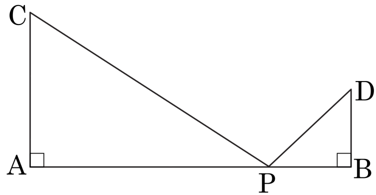
$\triangle AOC$에서

$\overline{AC}^2=3^2+4^2=25$ $\quad\therefore\ \overline{AC}=\overline{BC}=5$

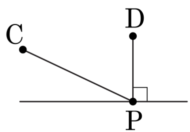
$\therefore$ ($\triangle ABC$의 둘레의 길이)$=\overline{AC}+\overline{AB}+\overline{BC}$

$=5+6+5=16$

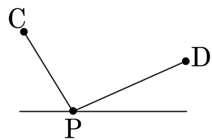
6. 다음 그림에서 $\overline{CA} \perp \overline{AB}$, $\overline{DB} \perp \overline{AB}$ 이고, 점 P 는 $\overline{AB}$ 위를 움직일 때 $\overline{CP} + \overline{PD}$ 의 최단 거리를 구하는 방법으로 옳은 것은?



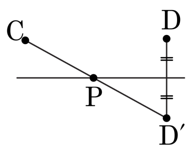
①



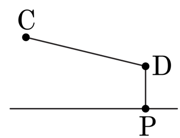
②



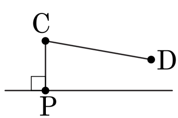
③



④



⑤

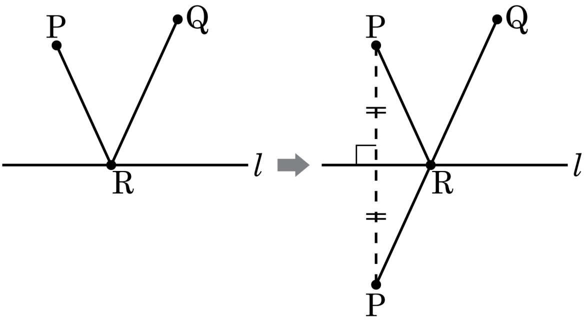


해설

AB 에 대한 점 D 의 대칭점 D′ 을 잡고 선분 CD′ 가 $\overline{AB}$ 와 만나는 점을 P 로 잡는다.

7. 다음 그림과 같이 점 P, Q가 있을 때, $\overline{PR}+\overline{RQ}$의 값이 최소가 되도록 직선 l 위에 점 R를 잡는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것은?

직선 $\boxed{}$에 대한 점 P의 대칭점 P′을 잡고 선분 $\boxed{}$가 직선 l과 만나는 점을 $\boxed{}$로 잡는다.



① l, PQ, Q ② l, PQ, R ③ l, P′Q, R

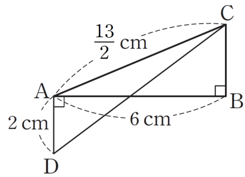
④ Q, PQ, Q ⑤ Q, P′Q, R

해설

l에 대한 점 P의 대칭점 P′을 잡고 선분 P′Q가 직선 l과 만나는 점을 R로 잡는다.

8.

오른쪽 그림에서 $\overline{CD}$의 길이를 구하시오.

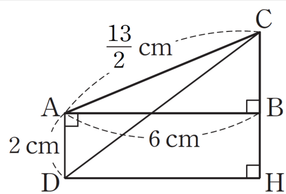


▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{15}{2}$

해설

오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$의 연장선 위에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{BH} = \overline{AD} = 2$ cm,

$\overline{DH} = \overline{AB} = 6$ cm

$\triangle ABC$에서

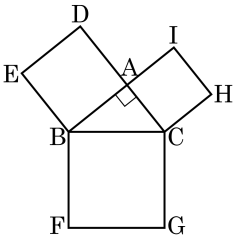
$$\overline{BC}^2 = \left(\frac{13}{2}\right)^2 - 6^2 = \frac{25}{4} \quad \therefore \ \overline{BC} = \frac{5}{2}\,(\text{cm})$$

$$\therefore \ \overline{CH} = \overline{BC} + \overline{BH} = \frac{5}{2} + 2 = \frac{9}{2}\,(\text{cm})$$

$\triangle CDH$에서

$$\overline{CD}^2 = 6^2 + \left(\frac{9}{2}\right)^2 = \frac{225}{4} \quad \therefore \ \overline{CD} = \frac{15}{2}\,(\text{cm})$$

9. 다음 그림은 직각삼각형 ABC 의 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. △ABC 의 넓이가 10 이고 □ADEB 의 넓이가 25 일 때, 두 정사각형 BFGC, ACHI 의 넓이의 차를 구하면?



① 21 ② 22 ③ 23

④ 24 ⑤ 25

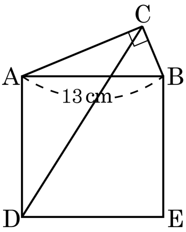
해설

□ADEB + □ACHI = □BFGC

□BFGC − □ACHI = □ADEB

따라서 구하는 넓이는 □ADEB = 25 이다.

10. 다음 그림은 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 변 $\overline{AB}$ 를 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AB} = 13\,\text{cm}$, $\triangle ACD = 72\,\text{cm}^2$ 일 때, $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는?



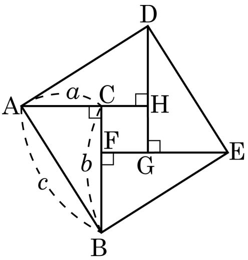
① $21\,\text{cm}^2$ ② $22\,\text{cm}^2$ ③ $25\,\text{cm}^2$

④ $30\,\text{cm}^2$ ⑤ $40\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ACD$ 는 $\overline{AC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 넓이의 $\frac{1}{2}$ 이므로 $\overline{AC}$ 를 한 변으로 가지는 정사각형의 넓이는 $144\,\text{cm}^2$ 이다.
또, $\square ADEB = 13^2 = 169\ (\text{cm}^2)$ 이므로 $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는
$169 - 144 = 25\ (\text{cm}^2)$ 이다.

11. 다음 그림은 직각삼각형 ABC와 합동인 삼각형을 붙여 정사각형 ABED를 만든 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle ABC \equiv \triangle EDG$

② $\overline{AC} = \overline{DH} = \overline{GE} = \overline{CF}$

③ $\overline{FG} = b - a$

④ $\square ABED = \square CFGH + \triangle AHD + \triangle ABC + \triangle EFB + \triangle GDE$

⑤ $\square CFGH$는 정사각형

해설

② $\overline{AC} = \overline{DH} = \overline{GE} = \overline{BF}$, $\overline{CF} = \overline{BC} - \overline{BF}$

12. 빗변의 길이가 m^2+n^2 이고, 다른 한 변의 길이가 m^2-n^2 인 직각삼각형의 나머지 한 변의 길이는? (단, $m>0$, $n>0$)

① $m+n$ ② $2m+n$ ③ $m+2n$

④ $2(m+n)$ ⑤ $2mn$

해설

나머지 한 변의 길이를 X 라 하면

$(m^2+n^2)^2=(m^2-n^2)^2+X^2$

$m^4+2m^2n^2+n^4=m^4-2m^2n^2+n^4+X^2$

$X^2=4m^2n^2=(2mn)^2$

$X>0$, $m>0$, $n>0$ 이므로 $X=2mn$ 이다.

13. $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} = a$, $\overline{CA} = b$, $\overline{AB} = c$ 라고 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $a^2 > b^2 + c^2$ 이면 $\angle A > 90°$ 이다.

② $a - b < c < a + b$

③ $c^2 > a^2 + b^2$ 이면 둔각삼각형이다.

④ $b^2 < a^2 + c^2$ 이면 예각삼각형이다.

⑤ $a^2 = b^2 + c^2$ 이면 직각삼각형이다.

해설

④ $\angle B$ 는 예각이라 할 수 있지만 예각삼각형은 세 각이 모두 예각이어야 한다. 즉 b가 가장 긴 변이라는 조건이 있어야한다.

14. 세 변의 길이가 a, b, c 일 때, 다음 보기의 설명중 옳은 것은?

보기

㉠ $a-b<c<a+b$

㉡ $c^2<a^2+b^2$ 이면 둔각삼각형

㉢ $a^2=b^2+c^2$ 이면 직각삼각형

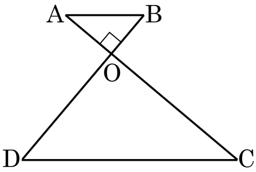
㉣ $a^2>b^2+c^2$ 이면 $\angle B>90°$

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉣ ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉡, ㉣

해설

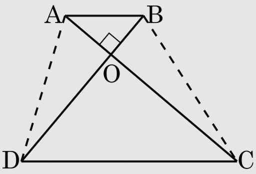
㉡ $c^2>a^2+b^2$ 일 때, 둔각삼각형이다.
㉣ $a^2>b^2+c^2$ 일 때, a 가 가장 긴 변이면 $\angle A>90°$ 이다.

15. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이고 $\overline{AB} = 4$, $\overline{CD} = 11$ 일 때, $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$ 의 값을 구하여라.



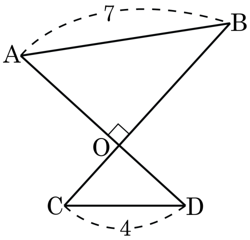
① 127 ② 130 ③ 137 ④ 140 ⑤ 157

해설



$\triangle OAD$ 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AD}^2 \cdots ①$
$\triangle ODC$ 에서 $\overline{OD}^2 + \overline{OC}^2 = \overline{CD}^2 \cdots ②$
$\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 = \overline{BC}^2 \cdots ③$
$\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 = \overline{AB}^2 \cdots ④$
①과 ③을 변변 더하면
$\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 \cdots ⑤$
②와 ④를 변변 더하면
$\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 \cdots ⑥$
⑤와 ⑥에서 $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2$ 이므로
$\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = 4^2 + 11^2 = 16 + 121 = 137$

16. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}\perp\overline{BC}$ 이고, $\overline{AB}=7$, $\overline{CD}=4$ 일 때, $\overline{OA}^2+\overline{OB}^2+\overline{OC}^2+\overline{OD}^2$ 의 값을 구하여라.



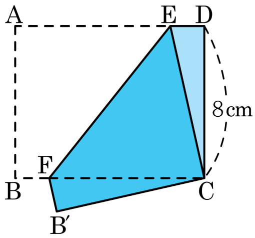
▶ 답 :

▷ 정답 : 65

해설

$$\overline{OA}^2+\overline{OB}^2+\overline{OC}^2+\overline{OD}^2$$
$$=\left(\overline{OA}^2+\overline{OB}^2\right)+\left(\overline{OC}^2+\overline{OD}^2\right)$$
$$=\overline{AB}^2+\overline{CD}^2$$
$$=7^2+4^2$$
$$=65$$

17. $\overline{BC} : \overline{CD} = 5 : 4$ 가 성립하는 직사각형 ABCD 를 다음 그림과 같이 접었을 때, $\triangle CDE$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $7.2\,cm^2$

해설

$\overline{BC} : \overline{CD} = 5 : 4$, $\overline{CD} = 8\,cm$ 이므로 $\overline{BC} = 10\,cm$ 이다.
$\overline{DE} = x$ 라 하면 접은 선분의 길이는 변함이 없으므로 $\overline{AE} = \overline{CE} = 10 - x$
따라서 $\triangle CDE$ 에 피타고라스 정리를 적용하면 $(10 - x)^2 = x^2 + 8^2$
이를 정리하면 $x = \frac{9}{5}\,cm$ 이므로 $\triangle CDE$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \frac{9}{5} \times 8 = 7.2(\,cm^2)$

18. $\overline{AB}=2$, $\overline{BC}=3$ 인 직사각형 ABCD 에서 변 BC 위의 점 P 와 변 AD 위의 점 Q 에 대하여 사각형 APCQ가 마름모일 때, 마름모 APCQ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{13}{3}$

해설

마름모는 네 변의 길이가 같으므로 $\overline{AP}=x$ 로 놓으면

$\overline{PC}=x,\ \overline{BP}=3-x$

$\triangle$ABP 에서 $\overline{AP}^2=\overline{AB}^2+\overline{BP}^2$ 이므로

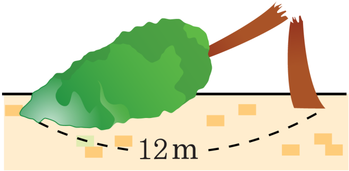
$2^2+(3-x)^2=x^2$

$6x=13$

$\therefore\ x=\dfrac{13}{6}$

따라서 마름모 APCQ 의 넓이는 $\dfrac{13}{6}\times 2=\dfrac{13}{3}$ 이다.

19. 지면 위에 똑바로 서 있던 높이가 18 m 인 나무가 다음 그림과 같이 부러졌다.



이때 지면으로부터 부러진 부분까지의 높이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5 m

해설

땅에서 부러진 곳까지의 거리를 x m 라 하면 부러진 곳에서 부터 나무 위쪽 끝까지의 거리는 $(18-x)$ m 이므로
피타고라스 정리를 이용하여 식을 세우면
$12^2 + x^2 = (18-x)^2$
$144 + x^2 = 324 - 36x + x^2$
$36x = 180$
$\therefore x = 5$
따라서 지면으로부터 부러진 부분까지의 높이는 5 m 이다.

20. 길이가 3, 4, 5, 6, 7 인 다섯 개의 선분 중, 3 개를 선택하여 삼각형을 만들 때, 만들어진 삼각형이 둔각삼각형일 확률을 구하여라.

▶ 답 :

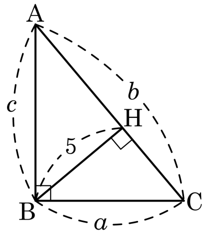
▷ 정답 : $\frac{5}{9}$

해설

다섯 개의 선분 중 세 개를 선택하는 경우의 수는 (3, 4, 5), (3, 4, 6), (3, 5, 6), (3, 5, 7), (3, 6, 7), (4, 5, 6), (4, 5, 7), (4, 6, 7), (5, 6, 7) 의 9가지이다.
이 중 둔각삼각형이 되는 경우는 가장 긴 변의 길이의 제곱이 나머지 두 변의 제곱의 합보다 커야 하므로 (3, 4, 6), (3, 5, 6), (3, 5, 7), (3, 6, 7), (4, 5, 7) 의 5 가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{5}{9}$ 이다.

21. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 점 B 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하고, $a + b + c = 10$, $\overline{BH} = 5\,\text{cm}$ 일 때, 삼각형 ABC 의 넓이를 구하면?



① $25\,\text{cm}^2$　② $\dfrac{25}{2}\,\text{cm}^2$　③ $\dfrac{25}{3}\,\text{cm}^2$

④ $5\,\text{cm}^2$　⑤ $10\,\text{cm}^2$

해설

$(a+c) = 10 - b$ 이므로 양변 제곱을 하면 $(a+c)^2 = (10-b)^2$

$a^2 + 2ac + c^2 = b^2 - 20b + 100$ 피타고라스 정리에 의해서

$b^2 = a^2 + c^2$ 을 이용하면

$b^2 + 2ac = b^2 - 20b + 100$ 이므로

$2ac + 20b = 100 \cdots (1)$

또한 $\overline{AB} \times \overline{BC} = \overline{AC} \times \overline{BH}$ 에서

$5b = ac \cdots (2)$

(1) 에 (2) 를 대입하면

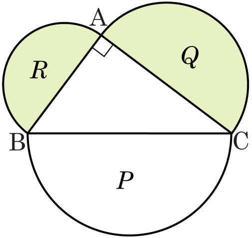
$30b = 100$ 에서

$b = \dfrac{100}{30}$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는

$\dfrac{1}{2} \times 5b = \dfrac{50}{6} = \dfrac{25}{3}(\,\text{cm}^2)$

22. 다음 $\angle A = 90°$인 직각삼각형 ABC의 각 변을 지름으로 하는 세 반원의 넓이를 각각 P, Q, R이라 하자. $\overline{AB} : \overline{BC} = 1 : 4$일 때, $R : Q$의 값을 구하여라.



▶ **답 :**

▷ **정답 :** $1 : 15$

해설

$\overline{AB} = k$, $\overline{BC} = 4k$라 하고 반원의 넓이를 구하면

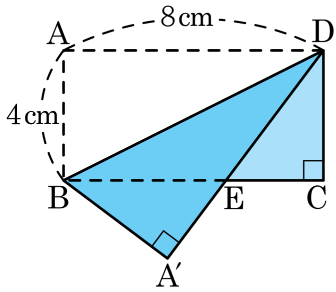
$R = \frac{\pi}{8}k^2$

$P = 2\pi k^2$

$Q = P - R = 2\pi k^2 - \frac{\pi}{8}k^2 = \frac{15}{8}\pi k^2$이므로

$\therefore R : Q = 1 : 15$

23. 가로의 길이가 $8\,\mathrm{cm}$, 세로의 길이가$4\,\mathrm{cm}$ 인 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 대각선 BD 를 접는 선으로 하여 접었을 때,$\overline{\mathrm{EC}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $3\,\mathrm{cm}$

해설

$\triangle\mathrm{DCE}$ 와 $\triangle\mathrm{BA'E}$ 에서

$\angle\mathrm{DCE} = \angle\mathrm{BA'E} = 90°$

$\angle\mathrm{BEA'} = \angle\mathrm{DEC}$(맞꼭지각)

$\overline{\mathrm{BA'}} = \overline{\mathrm{DC}}$ 이므로

$\triangle\mathrm{DCE} \equiv \triangle\mathrm{BA'E}$

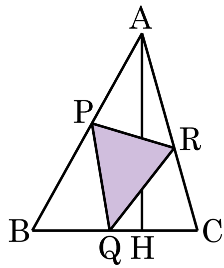
따라서 $\overline{\mathrm{EC}} = x(\,\mathrm{cm})$ 일 때,

$\overline{\mathrm{A'E}} = x\,\mathrm{cm}$,$\overline{\mathrm{BE}} = 8 - x(\,\mathrm{cm})$

$(8-x)^2 = x^2 + 4^2$

따라서 $x = 3\,\mathrm{cm}$ 이다.

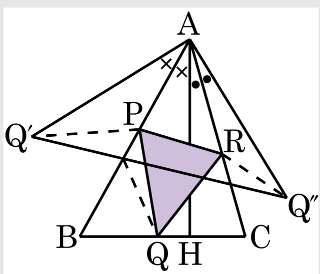
24. 다음과 같이 $\angle A = 45°$ 인 예각삼각형 ABC 의 점 A 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{AH} = 8$ 이다. 삼각형 ABC 에 내접하는 삼각형 PQR 의 둘레의 길이가 최소일 때, $\angle AQB$ 의 값을 구하여라.



▶ 답: $\underline{\qquad\qquad\qquad°}$

▷ 정답: $\underline{90°}$

해설



위의 그림과 같이 점 Q 의 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 대한 대칭점을 각각 Q′, Q″ 라 하면

$\overline{PQ} = \overline{PQ'}$, $\overline{RQ} = \overline{RQ''}$

$\angle Q'AQ'' = 2(\bullet + \times) = 90°$ 이고,

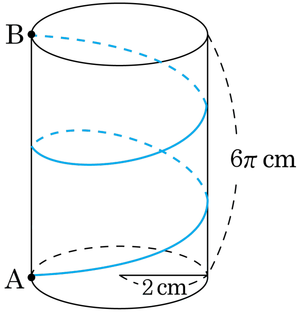
$\triangle PQR$ 의 둘레의 길이는

$\overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{RP} = \overline{PQ'} + \overline{Q''R} + \overline{RP} \geq \overline{Q'Q''}$

그런데 $\overline{AQ'} = \overline{AQ''} = \overline{AQ}$ 이므로 $\overline{AQ}$ 가 최소일 때, 즉 $\overline{AQ}$ 가 점 A 에서 변 BC 에 내린 수선일 때, $\overline{Q'Q''}$ 가 최소가 된다.

따라서 $\angle AQB = \angle AHB = 90°$ 이다.

25. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 2 cm, 높이가 6π cm 인 원기둥이 있다. 점 A 에서 출발하여 원기둥의 옆면을 따라 두 바퀴 돌아서 점 B 에 이르는 최단거리를 구하여라.

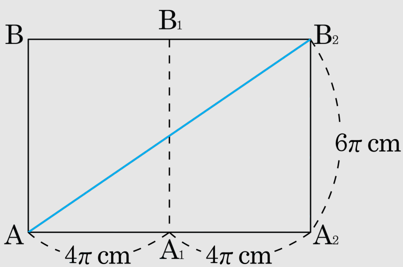


▶ 답 :

▷ 정답 : 10π cm

해설

다음 전개도에서 $\overline{AA_1}$ 는 원주이므로
$\overline{AA_1} = 2\pi \times 2 = 4\pi(\text{cm})$



따라서 최단거리 $\overline{AB_2}$ 는
피타고라스 정리에 의하여
$\overline{AB_2} = \sqrt{(6\pi)^2 + (8\pi)^2} = 10\pi(\text{cm})$