1. 두 점 A$(-1,\ 0)$, B$(2,\ 0)$ 으로부터 거리의 비가 $2:1$ 인 점 P 의 자취는 어떤 원을 나타낸다. 이 때, 이 원의 반지름의 길이는?

① $\frac{3}{2}$　　② 2　　③ $\frac{5}{2}$　　④ 3　　⑤ 4

해설

조건을 만족시키는 점 P 의 좌표를 $P(x, y)$ 라 하면

$\overline{AP} : \overline{BP} = 2 : 1$

$2\overline{BP} = \overline{AP}$

$\therefore\ 4\overline{BP}^2 = \overline{AP}^2$

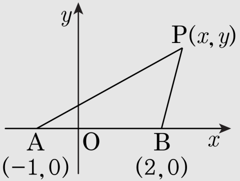
그런데 $\overline{AP} = \sqrt{(x+1)^2 + y^2}$

$\overline{BP} = \sqrt{(x-2)^2 + y^2}$

$4\left\{(x-2)^2 + y^2\right\} = \left\{(x+1)^2 + y^2\right\}$

정리하면 $(x-3)^2 + y^2 = 4$

따라서 원의 반지름은 2 이다.



2. 평행이동 $f:(x,y) \rightarrow (x-1,\ y+3)$ 에 의하여 점 $(3,\ 1)$ 은 어떤 점으로 옮겨지는가?

① $(2,\ 4)$ ② $(4,\ 2)$ ③ $(2,\ -4)$
④ $(-2,\ 4)$ ⑤ $(4,\ -2)$

해설

f 는 x축의 방향으로 -1, y축의 방향으로 $+3$ 만큼 평행이동하는 변환이므로 $(3-1,\ 1+3)=(2,\ 4)$ 로 옮겨진다.

3. 점 $(3, 4)$를 y축, x축, 원점에 대하여 대칭이동하는 것을 순서에 관계 없이 임의로 반복할 때, 좌표평면 위에 나타나지 않는 점은?

① $(3, -4)$　② $(-3, 4)$　③ $(-3, -4)$

④ $(4, 3)$　⑤ $(3, 4)$

해설

x축대칭은 y의 부호를 반대로, y축대칭은 x의 부호를 반대로, 원점대칭은 x, y부호를 각각 반대로 해주면 된다.

4. 좌표평면 위의 점 $(-1,\ 3)$ 을 점 $(a,\ b)$ 에 대하여 대칭이동 시킨 점이 $(3,\ 5)$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$(-1,3), (3,5)$ 의 중점이 (a,b) 이다.

$$\Rightarrow \left(\frac{-1+3}{2}, \frac{3+5}{2}\right) = (a,b)$$

$$\Rightarrow a+b=5$$

5. 다음은 집합이 아닌 것을 집합이 되도록 적절히 고친 것이다. 잘못 고친 것을 모두 골라라.

㉠ 큰 자연수의 모임
1보다

㉡ 우리 반에서 몸무게가 무거운 학생들의 모임
50 kg 이상인

㉢ 30에 가까운 수들의 모임
20

㉣ 세계에서 높은 산들의 모임
가장

㉤ 공부를 잘하는 학생들의 모임
못하는

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

해설

㉢ 20 에 가까운 수들의 모임이라고 하더라도, 그 대상을 분명히 알 수가 없다.
예를 들어, '20 과의 거리가 2 이하인 수' 와 같이 분명한 기준이 있어야 한다.
㉤ 공부를 못하는 학생들의 모임이라고 하더라도 그 대상을 분명히 알 수가 없다.
예를 들어, '수학 점수가 30 점 이하인 학생' 과 같이 분명한 기준이 있어야 한다.

6. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B에 대하여 $A \subset B$일 때, 다음 중 항상 성립한다고 할 수 <u>없는</u> 것은? (단, $U \neq \varnothing$)

① $A \cup B = B$ ② $A \cap B = A$

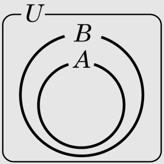
③ $A - B = \varnothing$ ④ $B^c \subset A^c$

⑤ $(A \cup B) - (A \cap B) = B$

해설

$A \subset B$ 이므로 ①, ②, ③, ④ : 참

⑤ : $(A \cup B) - (A \cap B) = B - A$



7. 집합 $A=\{x \mid |x-1|=1\}$, $B=\{x \mid 2x-1<9\}$, $C=\{x \mid -3<x<3\}$ 일 때, 세 집합 A, B, C 의 포함 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $A \subset B \subset C$　② $A \subset C \subset B$　③ $B \subset A \subset C$

④ $B \subset C \subset A$　⑤ $C \subset A \subset B$

해설

$|x-1|=1$, $x-1=\pm 1$ 이므로 $x=0, 2$

$\therefore A=\{0, 2\}$

$B=\{x \mid 2x-1<9\}=\{x \mid 2x<10\}=\{x \mid x<5\}$

$C=\{x \mid -3<x<3\}$

$\therefore A \subset C \subset B$

8. 다음 중 항상 참이라고 할 수 <u>없는</u> 것은?

① 자연수 n에 대하여, n^2이 짝수이면 n도 짝수 이다.

② 자연수 $n,\ m$에 대하여 n^2+m^2이 홀수이면, nm은 짝수이다.

③ 자연수 n에 대하여, n^2이 3의 배수이면, n은 3의 배수이다.

④ $a,\ b$가 실수일 때, $a+b\sqrt{2}=0$이면, $a=0$이다.

⑤ 두 실수 $a,\ b$에 대하여, $a+b>2$이면, $a>1$ 또는 $b>1$

해설

①, ③ : n^2이 p 의 배수이면, n은 p의 배수이다. (참)
② : 대우는 'nm 은 홀수이면 n^2+m^2 이 짝수이다.' nm은 홀수, 즉 n, m 모두 홀수이면 n^2, m^2 모두 홀수이므로 n^2+m^2은 짝수이다.
∴ 주어진 명제는 참
④ 반례 : $a=2\sqrt{2}, b=-1$
※ 주의) 주어진 명제가 참일 때는 $a,\ b$가 유리수라는 조건일 때임을 명심해야 한다.
⑤ 대우 : $a \leqq 1$ 그리고 $b \leqq 1$이면 $a+b \leqq 2$ (참)

9. 다음 두 원이 접할 때, a의 값이 될 수 있는 것은?

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2y + 1 = 0$$
$$x^2 + y^2 - 2x - 2ay + 1 = 0$$

① 1 ② 2 ③ $2\sqrt{2} - 1$

④ $-1 + \sqrt{3}$ ⑤ $-1 + \sqrt{2}$

해설

$(x-a)^2 + (y-1)^2 = a^2$,

$(x-1)^2 + (y-a)^2 = a^2$ 이므로,

두 원의 중심은 각각 $(a,\ 1)$, $(1,\ a)$ 이고,

반지름은 둘 다 $a(\because\ a > 0)$ 이다.

$\sqrt{(a-1)^2 + (1-a)^2} = 2a$

$\therefore\ 2(a-1)^2 = 4a^2$

$\therefore\ a^2 + 2a - 1 = 0$

$\therefore\ a = -1 \pm \sqrt{2}$

10. 두 원 $x^2+y^2-4x=0$, $x^2+y^2-6x-2y+8=0$ 의 두 교점과 점$(1,\ 0)$을 지나는 원의
방정식을 바르게 구한 것은?

① $x^2+y^2-8x-y-4=0$

② $x^2+y^2-8x-4y+16=0$

③ $x^2+y^2-5x-y+16=0$

④ $x^2+y^2-5x-4y+16=0$

⑤ $x^2+y^2-5x-y+4=0$

해설

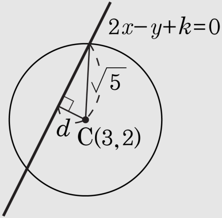
문제에서 주어진 두 원의 교점을
지나는 임의의 원
또는 직선의 방정식은
$(x^2+y^2-4x)m+(x^2+y^2-6x-2y+8)=0$ 이다.
위 방정식이 나타내는 원이 점 $(1,0)$ 을 지나므로
$x=1$, $y=0$ 을 대입하면
$-3m+3=0$
$\therefore m=1$
$(x^2+y^2-4x)+(x^2+y^2-6x-2y+8)=0$
$2x^2+2y^2-10x-2y+8=0$,
$x^2+y^2-5x-y+4=0$

11. 점 A(5, 3), B(1, 1) 을 지름의 양 끝점으로 하는 원과 직선 $y = 2x + k$ 가 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 k 의 값의 범위는?

① $-12 < k < -2$　② $-11 < k < -1$　③ $-10 < k < 0$
④ $-9 < k < 1$　⑤ $-8 < k < 3$

해설

두 점 A(5, 3), B(1, 1) 의 중점이 (3, 2) 이므로 원의 중심의 좌표는(3, 2)
점B와 중심 사이의 거리는
$\sqrt{(3-1)^2+(2-1)^2} = \sqrt{5}$
따라서 반지름의 길이는 $\sqrt{5}$
원의 방정식은 $(x-3)^2+(y-2)^2 = (\sqrt{5})^2$



원의 중심 C(3, 2) 에서 직선 $2x-y+k=0$에 이르는 거리는

$$d = \frac{|2\cdot 3-2+k|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}} = \frac{|k+4|}{\sqrt{5}} < \sqrt{5}$$

$|k+4| < 5,\ -5 < k+4 < 5$

$\therefore\ -9 < k < 1$

12. 다음 중 옳은 것은?

① $A=\{1,\ 3,\ 5\}$ 이면 $n(A)=5$

② $A=\left\{x|x \text{ 는 } 6\text{의 약수}\right\}$ 이면 $n(A)=6$

③ $n(\{a,\ b,\ c\})-n(\{a,\ b\})=\{c\}$

④ $n(\{0,\ 1,\ 2\})=3$

⑤ $n(\{1,\ 2,\ 3\}-n(\{1,\ 2\})=3$

해설

① $n(A)=3$
② $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$ 이므로, $n(A)=4$
③ $n(\{a,\ b,\ c\})-n(\{a,\ b\})=3-2=1$
④ $n(\{1,\ 2,\ 3\})-n(\{1,\ 2\})=1$

13. $\{3\} \subset X \subset \{1,\ 3,\ 5,\ 7\}$ 을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

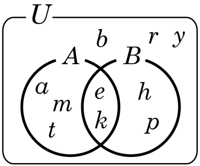
▶ **답 :** ______ 개

▷ **정답 :** 8 개

해설

집합 X 는 3 을 반드시 원소로 가지는 $\{1,\ 3,\ 5,\ 7\}$ 의 부분집합이므로 개수는 $2^3 = 8$ (개)

14. 아래 벤 다이어그램에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?



① $A - B = \{a, t, m\}$

② $B - A = \{h, p\}$

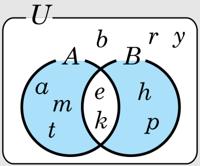
③ $(A - B)^c = \{b, e, h, k, p, r, y\}$

④ $(A \cup B) - (A \cap B) = \{a, e, h, m, p, t\}$

⑤ $A - B^c = \{e, k\}$

해설

④ $(A \cup B) - (A \cap B) = \{a, h, m, p, t\}$



15. 다음 (   )에 『필요, 충분, 필요충분』 중에서 알맞은 것을 차례대로 써 넣어라.

$x = 2$ 는 $x^2 = 4$ 이기 위한 (   )조건이다 평행사변형은 직사각형이기 위한 (   )조건이다.

▶ **답 :** ______________조건

▶ **답 :** ______________조건

▷ **정답 :** 충분조건

▷ **정답 :** 필요조건

해설

$x = 2$ 는 $x^2 = 4$ 이기 위한 충분 조건이다. 평행사변형은 직사각형이기 위한 필요 조건이다.

16. 네 조건 p, q, r, s 에 대하여 p 는 q 이기 위한 필요조건, q 는 r 이기 위한 필요조건, q 는 s 이기 위한 충분조건, r 는 s 이기 위한 필요조건이다. 이때, p 는 s 이기 위한 어떤 조건인지 써라.

▶ 답 : ＿＿＿＿＿＿ 조건

▷ 정답 : 필요조건

해설

p 는 q 이기 위한 필요조건이므로 $q \Rightarrow p$
q 는 r 이기 위한 필요조건이므로 $r \Rightarrow q$
q 는 s 이기 위한 충분조건이므로 $q \Rightarrow s$
r 는 s 이기 위한 필요조건이므로 $s \Rightarrow r$
$s \Rightarrow r \Rightarrow q \Rightarrow p$ 에서 $s \Rightarrow p$
그러나 $p \Rightarrow s$ 인지는 알 수 없다.
$\therefore$ p는 s이기 위한 필요조건이다.

17. 다음 부등식 중 성립하지 않는 것은? (단, 모든 문자는 실수)

① $|a|+|b| \geq |a+b|$

② $a \geq b > 0$일 때 $\dfrac{b}{2+a} \geq \dfrac{a}{2+b}$

③ $a^3+b^3+c^3 \geq 3abc(a>0, b>0, c>0)$

④ $\sqrt{3}+\sqrt{13} > \sqrt{2}+\sqrt{14}$

⑤ $a^2+b^2+c^2 \geq ab+bc+ca$

해설

$$\frac{b}{2+a}-\frac{a}{2+b}=\frac{2b+b^2-2a-a^2}{(2+a)(2+b)}$$

$$=\frac{b^2-a^2+2(b-a)}{(2+a)(2+b)}$$

$$=\frac{(b-a)(a+b+2)}{(a+2)(b+2)}$$ 에서

$(a+2)(b+2)>0$이고

$(b-a) \leq 0$, $a+b+2>0$이므로

$(\because a \geq b > 0)$

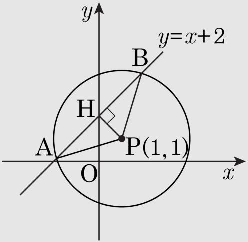
$$\frac{b}{2+a}-\frac{a}{2+b} \leq 0$$

$$\therefore \frac{b}{2+a} \leq \frac{a}{2+b}$$

18. 중심이 (1, 1) 이고, 반지름이 3 인 원과 직선 $y = x + 2$ 가 두 점 A, B 에서 만난다. 이 때, 두 점 A, B 사이의 거리를 구하면?

① $2\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $2\sqrt{6}$ ④ $2\sqrt{7}$ ⑤ $2\sqrt{10}$

해설



그림에서 원의 중심을 P, 점 P 에서
선분 AB 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

$$\overline{\mathrm{PH}} = \frac{|1-1+2|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \sqrt{2}$$

$$\overline{\mathrm{AH}} = \sqrt{3^2 - (\sqrt{2})^2} = \sqrt{7}$$

따라서 $\overline{\mathrm{AB}} = 2 \cdot \overline{\mathrm{AH}} = 2\sqrt{7}$

19. 반지름의 길이가 10, 중심좌표가 $O(0,\ 0)$인 원 밖의 한 점 $P(11,\ 12)$에서 이 원에 그은 두 접선의 접점을 지나는 직선을 극선이라고 한다. 이 극선의 방정식이 $px+qy=100$일 때, $p+q$를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 23

해설

원 위의 두 접점을 $Q_1(a_1, b_1)$, $Q_2(a_2, b_2)$라 하면
각각의 접선의 방정식은 $a_1x+b_1y=100$, $a_2x+b_2y=100$이고
두 직선은 동시에 $P(11,\ 12)$를 지나므로
$11a_1+12b_1=100$, $11a_2+12b_2=100$이 함께 성립한다.
이것은 $11x+12y=100$ 위에 두 점 $Q_1(a_1, b_1)$,
$Q_2(a_2, b_2)$가 동시에 있는 것을 의미하므로
직선 Q_1, Q_2의 방정식은
$11x+12y=100$이다.
따라서 $p=11,\ q=12$ $\quad\therefore\ p+q=23$

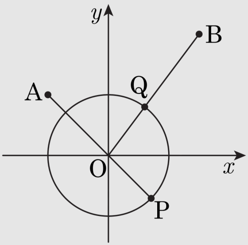
20. 두 점 A$(-2,\ 2)$, B$(3,\ 4)$ 가 있다. 원 $x^2+y^2=4$ 위의 임의의 두 점을 P, Q 라 할 때, $\overline{\mathrm{AP}}$ 의 최댓값과 $\overline{\mathrm{BQ}}$ 의 최솟값의 합은 ?

① 3 ② $2+2\sqrt{2}$ ③ $5+2\sqrt{2}$

④ $4+2\sqrt{2}$ ⑤ 7

해설

그림과 같이 P 와 Q 가 있을 때 $\overline{\mathrm{AP}}$ 는 최대가되고 $\overline{\mathrm{BQ}}$ 는 최소가 된다.



$\therefore\ \overline{\mathrm{AP}}=$ 반지름의 길이+ 원의 중심과 A 까지의 거리

$=\ 2+\ \sqrt{(-2-0)^2+(2-0)^2}\ =\ 2+2\sqrt{2}$

$\overline{\mathrm{BQ}}=$ 원의 중심과 B 까지의 거리− 반지름의 길이

$=\ \sqrt{(3-0)^2+(4-0)^2}-2$

$=5-2=3$

$\therefore$ 구하는 답은 $(2+2\sqrt{2})+3=5+2\sqrt{2}$

21. 직선 $y = 3x$ 를 x 축의 방향으로 a 만큼 평행이동 한 직선이 원 $x^2 + y^2 = 9$ 에 접할 때, a^2 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

x 축 방향으로 a 만큼 평행 이동시킨 직선

: $y = 3(x - a) \Rightarrow \quad 3x - y - 3a = 0$

원에 접하므로 중심과 직선 사이의 거리는 반지름의 길이와 같다.

$$\frac{|-3a|}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = 3$$

$a = \pm\sqrt{10}$

$\therefore \ a^2 = 10$

22. 직선 $y=kx+1$ 을 x 축에 대하여 대칭이동하면 원 $x^2+y^2+6x-4y+9=0$ 의 넓이를 이등분한다고 할 때 k 의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

먼저 $y=kx+1$ 를 x 축 대칭시킨 직선은
$y=-kx-1\cdots$ ㉠
이제 원의 방정식을 정리하면,
$(x+3)+(y-2)^2=4$
직선이 원의 넓이를
이등분하려면 직선이 원의 중심을 지나면 된다.
중심이 $(-3,2)$ 이므로 ㉠ 에 대입하면,
$2=3k-1 \Rightarrow \quad k=1$

23. 유리수 전체의 집합을 Q라 하고, 자연수 $n(n \geqq 2)$ 에 대하여 집합 A_n 을 $A_n = \left\{ x \,\middle|\, x - [x] = \frac{1}{n},\ x \in Q \right\}$ 로 정의할 때, 다음 중에서 옳은 것은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수를 나타낸다.)

① $-\frac{4}{3} \in A_3$

② $A_2 \subset A_4$

③ $A_4 \subset A_2$

④ $A_2 \cap A_3 = \varnothing$

⑤ $A_5 = \left\{ \frac{1}{5}, \frac{6}{5}, \frac{11}{5}, \cdots, \frac{51}{5} \right\}$

해설

$[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수를 나타내므로 간단하게 정수라고 생각하면 되고, $x - [x]$ 는 x 의 소수 부분이다. 따라서 구하고자 하는 집합 A_n 의 원소 x 는 $x = [x] + \frac{1}{n}$ 이다.

$[x]$가 정수이므로 집합 A_n 은

$A_n = \left\{ \cdots, -2+\frac{1}{n},\ -1+\frac{1}{n},\ 0+\frac{1}{n},\ 1+\frac{1}{n},\ 2+\frac{1}{n}, \cdots \right\}$ 이 되고,

n 대신에 2, 3, 4, 5, $\cdots$ 를 각각 대입해서 A_2, A_3, A_4, $A_5, \cdots$ 를 구해 보면

$$A_2 = \left\{ \cdots, -2+\frac{1}{2},\ -1+\frac{1}{2},\ 0+\frac{1}{2},\ 1+\frac{1}{2},\ 2+\frac{1}{2}, \cdots \right\}$$
$$= \left\{ \cdots, -\frac{3}{2},\ -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \cdots \right\}$$

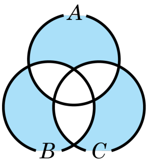
$$A_3 = \left\{ \cdots, -2+\frac{1}{3},\ -1+\frac{1}{3},\ 0+\frac{1}{3},\ 1+\frac{1}{3},\ 2+\frac{1}{3}, \cdots \right\}$$
$$= \left\{ \cdots, -\frac{5}{3},\ -\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{4}{3}, \frac{7}{3}, \cdots \right\}$$

$$A_4 = \left\{ \cdots, -2+\frac{1}{4},\ -1+\frac{1}{4},\ 0+\frac{1}{4},\ 1+\frac{1}{4},\ 2+\frac{1}{4}, \cdots \right\}$$
$$= \left\{ \cdots, -\frac{7}{4},\ -\frac{3}{4}, \frac{1}{4}, \frac{5}{4}, \frac{9}{4}, \cdots \right\}$$

$$A_5 = \left\{ \cdots, -2+\frac{1}{5},\ -1+\frac{1}{5},\ 0+\frac{1}{5},\ 1+\frac{1}{5},\ 2+\frac{1}{5}, \cdots \right\}$$
$$= \left\{ \cdots, -\frac{9}{5},\ -\frac{4}{5}, \frac{1}{5}, \frac{6}{5}, \frac{11}{5}, \cdots \right\}$$

이므로 $A_2 \cap A_3 = \varnothing$ 임을 알 수 있다.

24. 1 에서 100 까지의 자연수 중에서 $A = \{x|x$는 2의 배수$\}$, $B = \{x|x$는 3의 배수$\}$, $C = \{x|x$는 5의 배수$\}$ 일 때, 다음 벤 다이어그램에 색칠된 부분에 속하는 원소의 개수는?

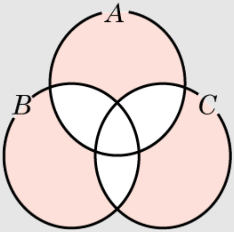


① 48 개 ② 67 개 ③ 75 개

④ 77 개 ⑤ 85 개

해설

색칠한 부분에 속하는 원소의 개수는
$n(A)+n(B)+n(C)-2\times n(A\cap B)-2\times n(B\cap C)-2\times n(C\cap A)+3\times n(A\cap b\cap C)$
이다.



$n(A) = 50, n(B) = 33$, $n(C) = 20$, $A \cap B = \{x|x$는 6의 배수$\}$ 이므로 $n(A \cap B) = 16$
$B \cap C = \{x|x$는 15의 배수$\}$ 이므로 $n(B \cap C) = 6$, $C \cap A = \{x|x$는 10의 배수$\}$ 이므로 $n(C \cap A) = 10$
$A \cap B \cap C = \{x|x$는 30의 배수$\}$ 이므로 $n(A \cap B \cap C) = 3$
따라서 $50+33+20-2\times16-2\times6-2\times10+3\times3 = 48$이다.

25. 1, 2, 3 번 문제의 정답률을 100 명의 학생을 대상으로 조사하였다. 1 번 문제를 맞힌 학생은 50 명, 2 번 문제를 맞힌 학생은 35 명, 3 번 문제를 맞힌 학생은 45 명이었다. 또, 1 번 문제를 맞히고 2 번 문제를 틀린 학생은 35 명, 2 번 문제를 맞히고 3 번 문제를 틀린 학생은 25 명, 3 번 문제를 맞히고 1 번 문제를 틀린 학생은 33 명이었다. 1, 2, 3 번 문제를 모두 틀린 학생이 5 명일 때, 두 문제만 맞힌 학생 수를 구하여라.

▶ 답： 명

▷ 정답： 31 명

해설

전체 학생의 집합 U 라 두고, 1 번 문제를 맞힌 학생의 집합 A, 2 번 문제를 맞힌 학생의 집합 B,
3 번 문제를 맞힌 학생의 집합을 C 라 두면,
$n(U) = 100, n(A) = 50, n(B) = 35, n(C) = 45$ 이다.
1 번 문제를 맞히고 2 번 문제를 틀린 학생 수
$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 35 \ \rightarrow \ n(A \cap B) = 15$
2 번 문제를 맞히고 3 번 문제를 틀린 학생 수
$n(B - C) = n(B) - n(B \cap C) = 25 \ \rightarrow \ n(B \cap C) = 10$
3 번 문제를 맞고 1 번 문제를 틀린 학생 수
$n(C - A) = n(C) - n(C \cap A) = 33 \ \rightarrow \ n(C \cap A) = 12$
1, 2, 3 번 문제를 모두 틀린 학생 수
$n(U) - n(A \cup B \cup C) = 5 \ \rightarrow \ n(A \cup B \cup C) = 95$
$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - (n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A)) + n(A \cap B \cap C)$ 이므로,
$95 = 50 + 35 + 45 - 15 - 10 - 12 + n(A \cap B \cap C)$
$\rightarrow n(A \cap B \cap C) = 2,$
두 문제만 맞힌 학생 수는
$n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) - 3n(A \cap B \cap C)$
$\therefore n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) - 3n(A \cap B \cap C) = 15 + 10 + 12 - 6 = 31$