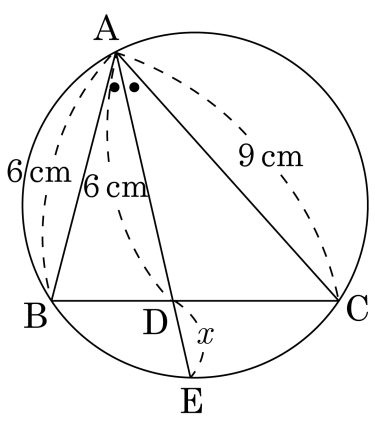
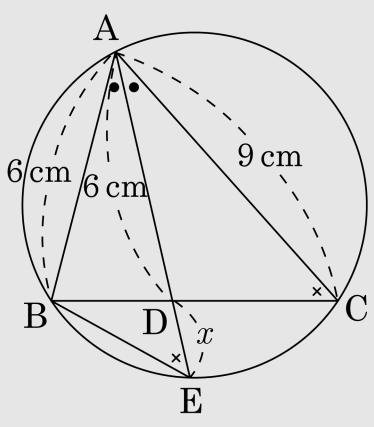
1. 다음 그림과 같은 △ABC 에서 ∠A 의 이등분선 $\overline{AD}$ 의 연장선이 원과 만나는 점을 E 라 할 때, x 의 값은?



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설



△ABE ∽ △ADC(∵ AA닮음)

$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AE} : \overline{AC}$

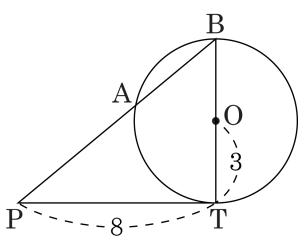
$\overline{AB} \times \overline{AC} = \overline{AD} \times \overline{AE}$

$6 \times 9 = 6 \times (6 + x)$

$\therefore x = 3$

2. 다음 그림에서 직선 PT 가 원 O 의 접선일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?

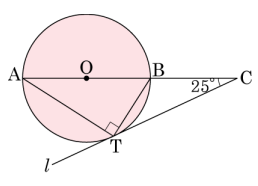
① $\frac{5}{3}$ ② $\frac{10}{3}$ ③ $\frac{12}{5}$
④ $\frac{11}{5}$ ⑤ $\frac{18}{5}$



해설

$\overline{BT} = 6, \angle PTB = 90°$
$\overline{PB} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64 + 36} = 10$
$8^2 = \overline{PA} \times 10$
$\overline{PA} = \frac{64}{10} = \frac{32}{5}$
$\therefore \overline{AB} = 10 - \frac{32}{5} = \frac{18}{5}$

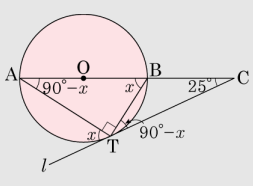
3. 다음 그림에서 원 O 의 지름 AB 의 연장선이 접선 l 과 이루는 각의 크기가 25° 일 때, ∠ABT 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 57.5 °

해설



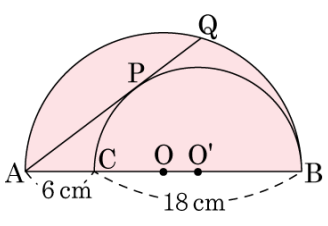
그림에서

$90° - x + 25° = x$

$2x = 115°$

$\therefore\ x = 57.5°$

4. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 와 $\overline{BC}$ 는 각각 반원 O와 O′의 지름이다. $\overline{AP}$ 가 반원 O′의 접선이고 $\overline{AC} = 6\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 18\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{AQ}$ 의 길이는?

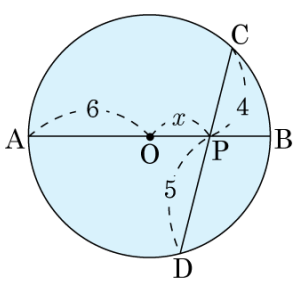


① $\frac{92}{5}\,\text{cm}$ ② $\frac{94}{5}\,\text{cm}$
③ $\frac{96}{5}\,\text{cm}$ ④ $\frac{98}{5}\,\text{cm}$
⑤ $20\,\text{cm}$

해설

$\overline{AP}^2 = \overline{AC} \times \overline{AB} = 6 \times 24 = 144$
$\therefore\ \overline{AP} = 12\,\text{cm}$
$\triangle AO'P \backsim \triangle ABQ$ ($\because$ AA 닮음) 이므로
$\overline{AO'} : \overline{AB} = \overline{AP} : \overline{AQ}$
$15 : 24 = 12 : \overline{AQ}$
$\therefore\ \overline{AQ} = \frac{96}{5}\ (\text{cm})$

5. 다음 그림에서 x 의 값은?



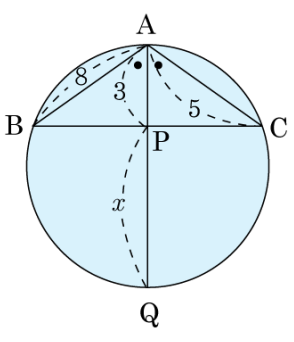
① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ $\frac{10}{3}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

해설

$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$ 이므로

$(6+x)(6-x) = 4 \times 5$ $\quad \therefore\ x = 4$

6. 다음 그림에서 x 의 값은?



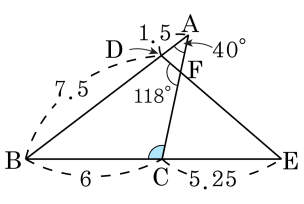
① 9 ② 10 ③ $\frac{10}{3}$ ④ $\frac{25}{3}$ ⑤ $\frac{31}{3}$

해설

$3(3+x)=5\times 8$

$\therefore x=\frac{31}{3}$

7. 다음 그림에서 $\overline{AD} = 1.5$, $\overline{DB} = 7.5$, $\overline{BC} = 6$, $\overline{CE} = 5.25$ 이고 $\angle DAF = 40°$, $\angle DFC = 118°$ 일 때, $\angle FCB$ 의 크기는?



① 98° ② 100° ③ 102° ④ 112° ⑤ 118°

해설

$7.5 \times (7.5 + 1.5) = 6 \times (6 + 5.25)$,
즉 $\overline{BD} \cdot \overline{BA} = \overline{BC} \cdot \overline{BE}$ 이므로
네 점 A, D, C, E 는 한 원 위에 있다.
따라서 $\angle ACE = \angle ADE = 118° - 40° = 78°$ 이므로 $\angle FCB = 180° - 78° = 102°$ 이다.

8. 다음 그림에서 $\overline{PA}$ 의 길이는? (단, $\overline{PA} < \overline{PC}$)

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$\overline{PA} \times \overline{PC} = \overline{PB} \times \overline{PD}$ 이므로

$x(10-x) = 8 \times 3$

$x^2 - 10x + 24 = 0$

$(x-4)(x-6) = 0$

$\therefore x = 4$ 또는 $x = 6$

그런데 $\overline{PA} < \overline{PC}$ 이므로 $x \neq 6$

$\therefore x = 4$

9. 다음 그림에서 x 의 값은? (점 T, Q 는 접점이다.)

① 2cm ② 3cm ③ 4cm ④ 5cm ⑤ 6cm

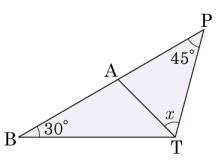
해설

$\overline{PT}=\overline{PQ}$ 이므로 $\overline{PB}=9(\text{cm})$

$\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$ 이므로 $36=9x$

$\therefore\ x=4(\text{cm})$

10. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{BT}}^2 = \overline{\mathrm{BA}} \times \overline{\mathrm{BP}}$ 가 성립할 때, $\angle x$ 의 크기는?



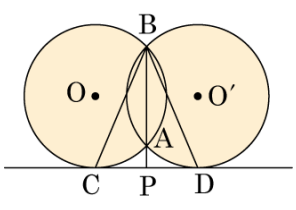
① $30°$ ② $35°$ ③ $40°$ ④ $55°$ ⑤ $60°$

해설

$\overline{\mathrm{BT}}$ 가 세 점 A, P, T 를 지나는 원의 접선이므로 $\angle \mathrm{ATB} = \angle \mathrm{APT} = 45°$

$\triangle \mathrm{PTB}$ 의 삼각형의 세 내각의 크기의 합 $\angle x + 45° + 30° + 45° = 180°$ $\therefore \angle x = 60°$

11. 다음 그림과 같이 두 원 O, O′의 공통외접선 CD 와 공통현 AB의 연장선이 점 P에서 만난다. $\overline{PA} = 1\text{cm}$, $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = \overline{BD} = \sqrt{30}\text{cm}$ 일 때, $\triangle CBD$의 넓이는?



① $10\,\text{cm}^2$ ② $5\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ ③ $6\sqrt{2}\,\text{cm}^2$

④ $5\sqrt{5}\,\text{cm}^2$ ⑤ $2\sqrt{6}\,\text{cm}^2$

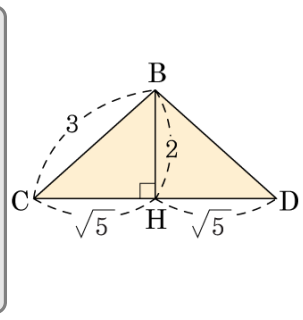
해설

$\overline{CP}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} = 5$

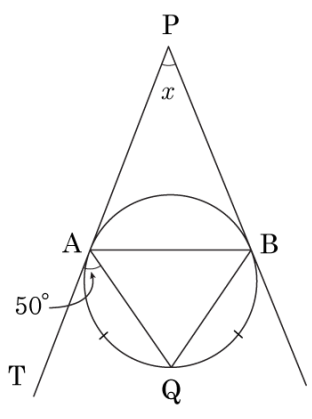
$\overline{CP} = \sqrt{5}\,\text{cm}$

$\therefore \overline{CD} = 2\overline{CP} = 2\sqrt{5}\,\text{cm}$

$\therefore \triangle CBD = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \times 5 = 5\sqrt{5}(\text{cm}^2)$



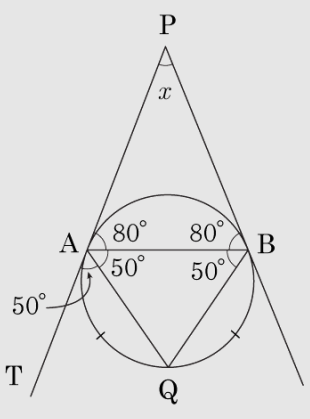
12. 다음 그림에서 직선 PA, PB 는 원의 접선이다. $\angle APB = \angle x$, $\angle QAT = 50°$, $5.0pt\widehat{AQ} = 5.0pt\widehat{BQ}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 20° ② 35° ③ 40° ④ 45° ⑤ 50°

해설

접선과 현이 이루는 각의 크기는 그 내부의 호에 대한 원주각의 크기와 같으므로
$\angle QAT = \angle QBA$
$\widehat{AQ} = \widehat{BQ}$ 이므로 $\angle QBA = \angle BAQ = 50°$
따라서, $\angle PAB = 180° - 50° - 50° = 80°$ 이다.
또한, $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\angle x = 180° - 80° - 80° = 20°$ 이다.



13. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 외접원의 중심을 O , 원 O 의 지름을 $\overline{AD}$, 꼭짓점 A 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $x+y$ 의 값은? (단, $x=\overline{AB}, y=\overline{BD}$)

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$\angle B = 90°$, $\angle ADB = \angle ACB$ ($5.0pt\overset{\frown}{AB}$ 의 원주각)

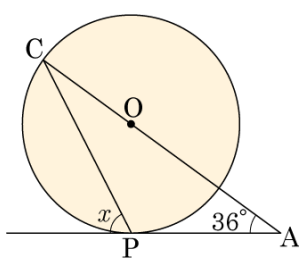
따라서, $\triangle ABD \backsim \triangle AHC$ 이고

닮음비는 $\overline{AD} : \overline{AC} = 2 : 1$

$\triangle ACH$ 에서 $\overline{CH} = 3$

$\therefore\ x = 8,\ y = 6,\ x + y = 14$

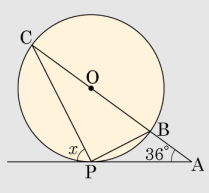
14. 다음 그림에서 x 의 크기는? (단, $\angle A = 36°$이고 점 P 는 접점이다.)



① $36°$ ② $63°$ ③ $48°$

④ $56°$ ⑤ $65°$

해설



점 P와 점 B를 이으면

$\angle CPB = 90°$

$\angle CBP = x$

$\angle PBA = 180° - x$

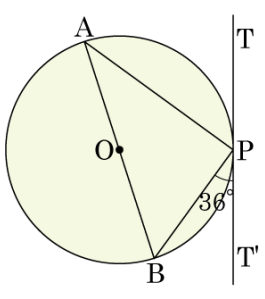
$\angle BPA = 90° - x$

$\triangle ABP$ 의 내각의 합을 이용하면

$36° + 180° - x + 90° - x = 180°$

$\therefore\ x = 63°$

15. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이고 $\overleftrightarrow{TT'}$ 는 접선이다. $5.0\text{pt}\overset{\frown}{AP} : 5.0\text{pt}\overset{\frown}{BP}$ 를 간단한 정수의 비로 나타낸 것은?



① 1 : 2 ② 2 : 3 ③ 2 : 1

④ 3 : 2 ⑤ 3 : 4

해설

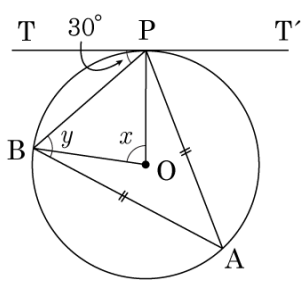
$\angle OAP = 36°$

점 O와 P를 이으면, $\triangle OAP$는 이등변삼각형이므로 $\angle BOP = 72°$, $\angle AOP = 108°$

호의 길이는 원주각의 크기에 정비례하므로

$\therefore\ 5.0\text{pt}\overset{\frown}{AP} : 5.0\text{pt}\overset{\frown}{BP} = 108 : 72 = 3 : 2$

16. 다음 그림에서 $\angle y - \angle x$ 의 크기를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



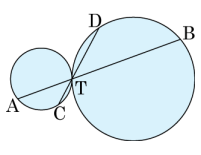
▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\angle BAP = 30°$ 이므로 $\angle x = 2\angle BAP = 60°$ 이다.
$\angle BAP = 30°$ 이고 이등변 삼각형의 세 내각의 합
$\angle BAP + 2\angle y = 180°$
$30° + 2\angle y = 180°$
$\therefore \angle y = 75°$
따라서, $\angle y - \angle x = 15°$ 이다.

17. 다음 그림과 같이 점 T 에서 두 원이 접하고, $\overline{AT} = 3$, $\overline{BT} = 5$ 일 때, $\frac{\overline{CT}}{\overline{DT}}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $\frac{3}{5}$

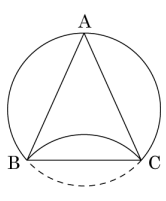
해설

두 원의 공통외접선 PQ 를 그으면 $\angle ATP = \angle ACT$, $\angle QTB = \angle BDT$ 이므로 $\angle ACT = \angle BDT$

또, $\angle ATC = \angle BTD$ 이므로 $\triangle TAC \backsim \triangle TBD$

따라서 $\frac{\overline{CT}}{\overline{DT}} = \frac{\overline{AT}}{\overline{BT}} = \frac{3}{5}$

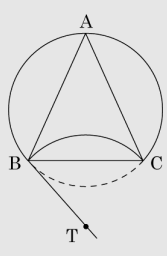
18. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 외접원을 $\overline{BC}$ 를 접는 선으로 하여 접었더니 5.0pt$\overset{\frown}{BC}$ 가 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 접할 때, $\angle BAC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

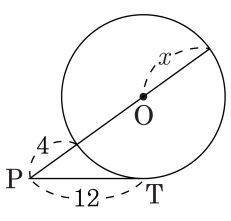
▷ 정답 : 60 °

해설



접기 전의 5.0pt$\overset{\frown}{BC}$ 에 대하여 점 B 에서의 접선 BT 를 그어서 $\overrightarrow{BT}$ 를 5.0pt$\overset{\frown}{BC}$ 와 같이 접으면 $\overrightarrow{BT}$ 는 $\overline{BA}$ 와 겹친다.
$\therefore \angle CBT = \angle ABC$
$\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 가 접은 5.0pt$\overset{\frown}{BC}$ 에 접하므로
$\overline{AB} = \overline{AC}$ $\therefore \angle ABC = \angle ACB$
또 접선과 현이 이루는 성질에 의하여
$\angle CBT = \angle BAC$
따라서 삼각형 ABC 는 세 각의 크기가 모두 같은 정삼각형이므로 $\angle BAC = 60°$ 이다.

19. 다음 그림에서 PT 는 원 O 의 접선이다. x 의 값은?



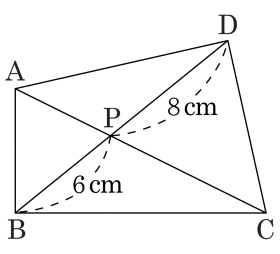
① 15 ② 16 ③ 17

④ 18 ⑤ 19

해설

$12^2 = 4\,(4+2x)\,, 144 = 16+8x,\ 128 = 8x \therefore x = 16$

20. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 한 원에 내접한다. $\overline{AP} : \overline{PC} = 3 : 4$ 이고, $\overline{BP} = 6\text{cm}, \overline{DP} = 8\text{cm}$, 일 때, $\overline{AP}$ 의 길이를 구하여라.



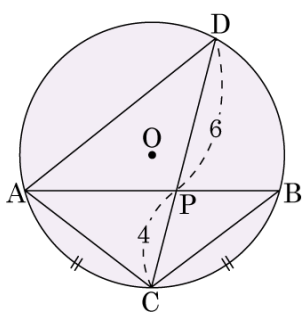
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 6 cm

해설

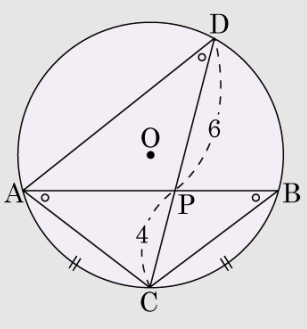
$\overline{AP} = 3k, \overline{PC} = 4k$라고 하면
$6 \times 8 = 3k \times 4k = 12k^2$
$12k^2 = 48$
$k^2 = 4, k = 2\ (\because k > 0)$
$\therefore \overline{AP} = 3k = 6\ (\text{cm})$

21. 다음 그림에서 5.0pt$\overset{\frown}{AC}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{BC}$, $\overline{PC} = 4$, $\overline{PD} = 6$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?



① $\sqrt{10}$ ② $\sqrt{14}$ ③ $2\sqrt{6}$ ④ 5 ⑤ $2\sqrt{10}$

해설



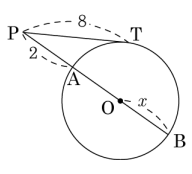
$\triangle PAC \backsim \triangle ADC$ 이므로 $\overline{AC} : \overline{DC} = \overline{CP} : \overline{AC}$

$\overline{AC} : 10 = 4 : \overline{AC}$

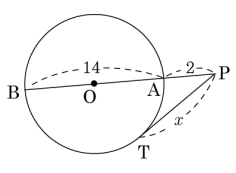
$\overline{AC}^2 = 4 \times 10$ $\therefore\ \overline{AC} = 2\sqrt{10}$

22. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{PT}}$는 원의 접선이고, 점 T는 접점이다. 이 때, x 의 값으로 적절한 것끼리 짝지어진 것은?

(1)



(2)



① (1) 13, (2) $2\sqrt{2}$ ② (1) 13, (2) $3\sqrt{2}$

③ (1) 14, (2) $3\sqrt{2}$ ④ (1) 14, (2) $4\sqrt{2}$

⑤ (1) 15, (2) $4\sqrt{2}$

해설

(1) $8^2 = 2(2+2x), 64 = 4+4x$

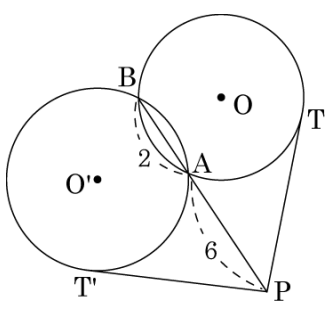
$4x = 60$

$\therefore x = 15$

(2) $x^2 = 2 \times 16, x^2 = 32$

$\therefore x = 4\sqrt{2} (\because x > 0)$

23. 다음 그림에서 $\overline{PA} = 6$, $\overline{AB} = 2$ 라 할 때, $2\overline{PT} + 3\overline{PT'}$ 의 값을 구하면?



① $20\sqrt{2}$ ② $20\sqrt{3}$

③ $25\sqrt{2}$ ④ $25\sqrt{3}$

⑤ $25\sqrt{5}$

해설

$\overline{PT}^2 = 6 \times (6+2)$, $\overline{PT'}^2 = 6 \times (6+2)$

$\overline{PT}^2 = 48 = \overline{PT'}^2$, $\overline{PT} = 4\sqrt{3} = \overline{PT'}$

$\therefore 2\overline{PT} + 3\overline{PT'} = 5 \times 4\sqrt{3} = 20\sqrt{3}$

24. 다음 그림에서 직선 AT는 원 O의 접선이고, $\angle BAC = 65°$, $\angle CAT = 35°$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.

▶ 답 : °

▷ 정답 : 80°

해설

$\angle BCA = \angle BAT'$ 이므로

$\angle x = 180° - 65° - 35° = 80°$

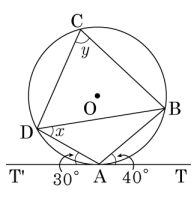
25. 다음 그림과 같이 점 P 에서 외접하는 두 원 O, O′ 에서 $\angle PAC = 85°$, $\angle PDB = 32°$ 일 때, $\angle BPD$ 의 크기는?

① 60° ② 63° ③ 65° ④ 68° ⑤ 70°

해설

$\angle CPT = \angle CAP = 85°$
$\angle TPB = \angle BDP = 32°$
$\therefore \angle BPD = 180° - (85° + 32°) = 63°$

26. 다음 그림에서 직선 AT 는 원 O 의 접선이고 점 A 는 그 접점이다. $\angle x$, $\angle y$ 의 값을 각각 구하여라.



▶ 답 : ____°

▶ 답 : ____°

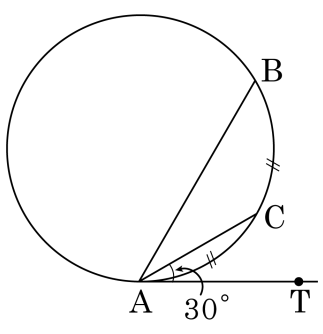
▷ 정답 : $\angle x = 40$°

▷ 정답 : $\angle y = 70$°

해설

$\angle BAT = \angle x = 40°$
$\angle DAT' = \angle DBA = 30°$
$\angle DAB = 180° - 40° - 30° = 110°$
$\therefore \angle y = 180° - 110° = 70°$

27. 다음 그림에서 직선 AT 는 원의 접선이고 점 C 는 호 AB 의 중점이다. $\angle CAT = 30°$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기를 구하여라.



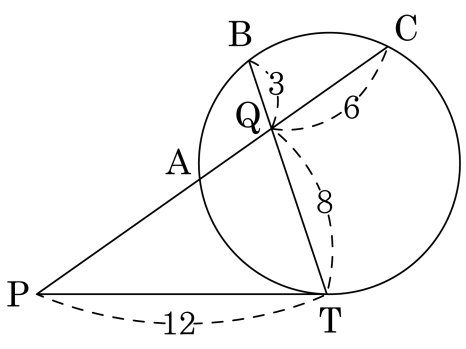
▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 30°

해설

B 와 C 를 이으면 $\angle TAC = \angle ABC = 30°$
따라서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로 $\angle BAC = 30°$ 이다.

28. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 가 원의 접선일 때, $\overline{PA}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

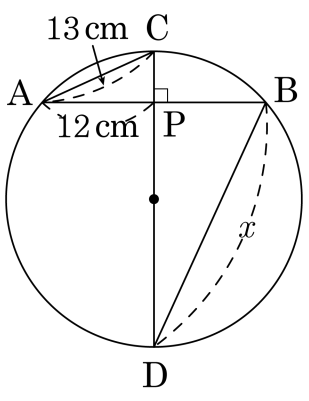
$\overline{AQ} \times 6 = 3 \times 8,\ \overline{AQ} = 4$

$\overline{PA} = x$라 하면

$144 = x(x+10),\ x^2 + 10x - 144 = 0$

$(x+18)(x-8) = 0\ \ \therefore x = 8 (\because x > 0)$

29. 다음 그림과 같이 원의 두 현 AB, CD 의 교점을 P 라 할 때, $\overline{AP} = 12\,\text{cm}$, $\overline{AC} = 13\,\text{cm}$, $\angle CPB = 90°$ 이다. $\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

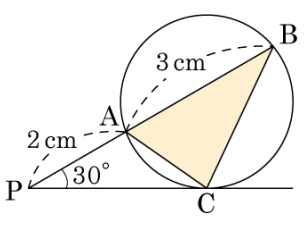
▷ 정답 : $\frac{156}{5}$ cm

해설

$\overline{BC}$ 를 그으면
$\triangle CAP \equiv \triangle CBP$
$\angle CBD = 90°$ 이므로
$\angle CAP = \angle CBP = \angle BDP$ 이므로
$\triangle CAP \backsim \triangle BDP$ (AA 닮음)

$\overline{AC} : \overline{DB} = \overline{CP} : \overline{BP}$
$13 : x = 5 : 12$
$\therefore x = \frac{156}{5}(\text{cm})$

30. 다음 그림에서 $\overrightarrow{PC}$ 는 원의 접선이고 $\angle BPC = 30°$, $\overline{PA} = 2\,\text{cm}$, $\overline{AB} = 3\,\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① $\frac{\sqrt{10}}{2}\,\text{cm}^2$ ② $\frac{\sqrt{11}}{2}\,\text{cm}^2$
③ $\frac{\sqrt{10}}{4}\,\text{cm}^2$ ④ $\frac{3\sqrt{11}}{2}\,\text{cm}^2$
⑤ $\frac{3\sqrt{10}}{4}\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{PC}^2 = 2 \times 5 = 10$ $\therefore$ $\overline{PC} = \sqrt{10}\,\text{cm}$

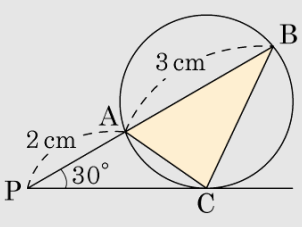
$\therefore$ $\triangle ABC$

$= \triangle PBC - \triangle PAC$

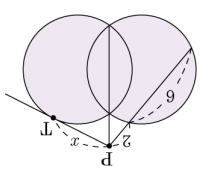
$= \frac{1}{2} \times 5 \times \sqrt{10} \times \sin 30° - \frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{10} \times \sin 30°$

$= \frac{5\sqrt{10}}{4} - \frac{\sqrt{10}}{2}$

$= \frac{3\sqrt{10}}{4}\ (\text{cm}^2)$



31. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라. (단, $\overline{PT}$ 는 접선이다.)



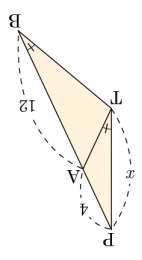
▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$x^2 = 2(2+6),\ x = 4$

32. 다음 그림에서 $\angle ATP = \angle ABT$ 가 성립할 때, x 값을 구하면?

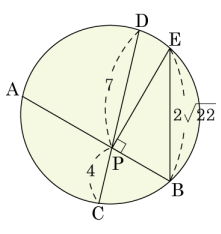


① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$\angle ATP = \angle ABT$ 이 같으므로 $\overline{PT}$ 는 세 점 A, T, B 을 지나는 원의 접선이다.
따라서, $\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$, $x^2 = 4 \times (4+12) = 4 \times 16 = 64$,
$x = 8$ 이다.

33. 다음 그림에서 점 P 는 $\overline{AB}$ 와 $\overline{CD}$ 의 교점이고, $\overline{AP} = \overline{EP}$, $\angle BPE = 90^\circ$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하면?

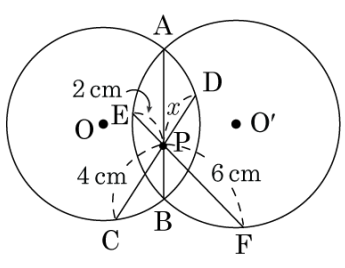


① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$\overline{AP} = x$, $\overline{BP} = y$ 라 하면
$xy = 28$ ($\because$ 원과 비례관계)
$x^2 + y^2 = 88$ ($\because$ $\triangle$PBE 피타고라스 정리)
$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$
$(x+y)^2 = 88 + 56 = 144$ $\therefore x + y = 12$

34. 점 A, B 에서 만나는 두 원에서 공통현 $\overline{AB}$ 위의 점 P 를 지나는 두 현을 각각 $\overline{CD}$, $\overline{EF}$ 라 한다. $\overline{PC} = 4\text{cm}$, $\overline{PE} = 2\text{cm}$, $\overline{PF} = 6\text{cm}$ 일 때. $\overline{PD}$ 의 길이를 구하면?



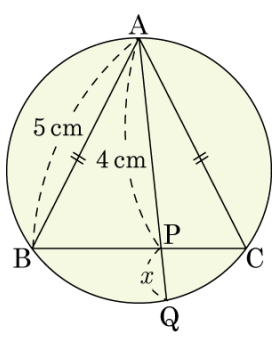
① 1cm ② 1.5cm ③ 2cm

④ 2.5cm ⑤ 3cm

해설

$\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$ 이므로 $\overline{PA} \times \overline{PB} = 4 \times \overline{PD}$
$\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PE} \times \overline{PF}$ 이므로 $\overline{PA} \times \overline{PB} = 2 \times 6 = 12$
$\therefore \overline{PA} \times \overline{PB} = 4 \times \overline{PD} = 12$ 이므로 $\overline{PD} = 3(\text{cm})$

35. 이등변삼각형 ABC 의 꼭짓점 A 를 지나는 직선이 밑변 BC 와 점 P 에서 만나고 외접원과 점 Q 에서 만난다. $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{AP} = 4\text{cm}$ 일 때, 변 PQ 의 길이를 구하면?

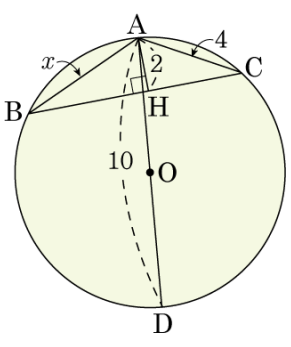


① 2cm ② $\frac{9}{4}$cm ③ $\frac{5}{2}$cm
④ $\frac{11}{4}$cm ⑤ 3cm

해설

보조선 $\overline{BQ}$ 를 작도하면
$\angle ABC = \angle C$ ($\because$ 이등변삼각형)
$\angle AQB = \angle C$ ($\because$ 원주각)
$\therefore\ \angle ABC = \angle AQB$ 이므로
점 B, P, Q 는 한 원 위에 있고 $\overleftrightarrow{AB}$ 는 접선,
$\overleftrightarrow{AQ}$ 는 할선이다.
$\overline{AB}^2 = \overline{AP} \times \overline{AQ}$
$25 = 4(4 + x)$
$4x = 9$
$\therefore\ x = \frac{9}{4}$

36. 다음 그림에서 점 O 는 △ABC 의 외접원의 중심이고, $\overline{AD}$ 는 원 O 의 지름이다. 꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, x 의 값은?



① 3 ② 4 ③ 4.5 ④ 5 ⑤ 5.5

해설

$4x = 2 \times 10$ $\therefore\ x = 5$

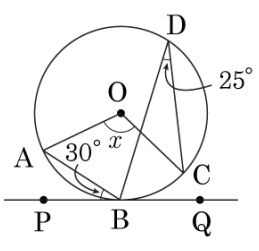
37. 다음 그림에서 점 O는 원의 중심, 직선 AC는 원의 접선이다. $\angle BAC = 120^\circ$일 때, $\overline{CD} : \overline{DB}$를 간단한 비로 바르게 나타낸 것은?

① 3 : 2 ② 1 : 2 ③ 4 : 5
④ 6 : 4 ⑤ 3 : 8

해설

$\angle BAD = 90^\circ$ 이므로 $\angle DAC = 30^\circ$
$\therefore \angle ABD = 30^\circ$, $\angle ADB = 60^\circ$
$\angle ADB = \angle DAC + \angle ACD$ 에서
$60^\circ = 30^\circ + \angle ACD$
$\therefore \angle ACD = 30^\circ$, $\overline{DC} = \overline{DA}$
$\therefore \overline{CD} : \overline{DB} = \overline{DA} : \overline{DB} = 1 : 2$

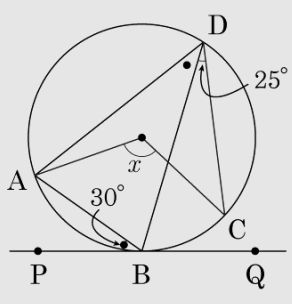
38. 다음 그림에서 직선 PQ 가 원 O 의 접선이고 점 B 가 접점일 때, $\angle AOC$ 의 크기는?



① 95° ② 100° ③ 105°

④ 110° ⑤ 115°

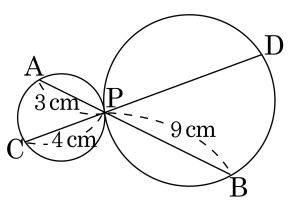
해설



$\angle ABP = \angle ADB = 30°$ 이므로 $\angle ADC = 55°$

$\therefore\ x = 55° \times 2 = 110°$

39. 다음 그림과 같이 점 P 에서 두 원이 접하고, $\overline{AP} = 3\,\text{cm}$, $\overline{BP} = 9\,\text{cm}$, $\overline{CP} = 4\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{DP}$ 의 길이를 구하여라.

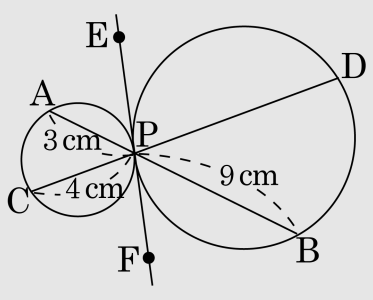


▶ 답: cm

▷ 정답: 12 cm

해설

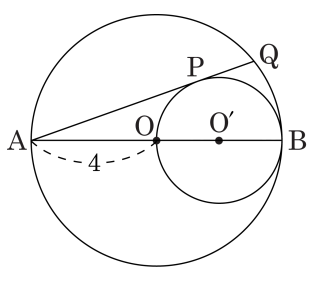
두 원의 공통접선 $\overline{EF}$ 를 그으면
$\angle APE = \angle ACP, \angle FPB = \angle BDP$ 이다.



$\therefore \angle ACP = \angle BDP$
또한, $\angle APC = \angle BPD$ ($\because$ 맞꼭지각) 이다.
$\therefore \triangle APC \equiv \triangle BPD$ (AA 닮음)
따라서 $\overline{PA} : \overline{PB} = \overline{PC} : \overline{PD}$ 에서

$$\overline{DP} = \frac{\overline{PB} \times \overline{PC}}{\overline{PA}} = \frac{9 \times 4}{3} = 12\,(\text{cm})$$

40. 다음 그림에서 원 O′ 는 원 O 의 반지름 OB 를 지름으로 하는 원이고, $\overline{AQ}$ 는 원 O′ 와 점 P 에서 접한다. 선분 AQ 의 길이는?

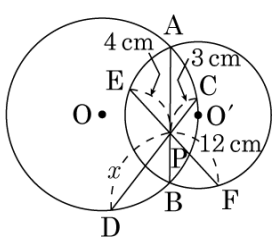


① $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ② $\frac{4\sqrt{2}}{3}$
③ $\frac{8\sqrt{2}}{3}$ ④ $\frac{12\sqrt{2}}{3}$
⑤ $\frac{16\sqrt{2}}{3}$

해설

$\overline{AP}^2 = 4 \times 8$
$\overline{AP} = 4\sqrt{2}$
$\triangle APO' \backsim \triangle AQB$ 에서
$6 : 8 = 4\sqrt{2} : \overline{AQ}$
$\overline{AQ} = \frac{8 \times 4\sqrt{2}}{6} = \frac{16\sqrt{2}}{3}$

41. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 두 원의 공통현이고, 원 O의 현 CD와 원 O′의 현 EF의 교점 P가 $\overline{AB}$ 위에 있다. $\overline{PE} = 4\,\text{cm}$, $\overline{PF} = 12\,\text{cm}$, $\overline{PC} = 3\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{PD}$ 의 길이를 구하여라.

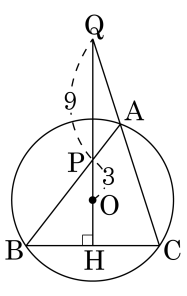


① 10 cm ② 12 cm ③ 14 cm
④ 16 cm ⑤ 18 cm

해설

원 O에서 $\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$
원 O′에서 $\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PE} \times \overline{PF}$
$\therefore\ \overline{PC} \times \overline{PD} = \overline{PE} \times \overline{PF}$
$3 \times \overline{PD} = 4 \times 12 \qquad \therefore\ \overline{PD} = 16\ (\text{cm})$

42. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$ 의 외접원이다. $\overline{BC}$ 의 수직이등분선이 $\overline{AB}$ 와 만나는 점을 P, $\overline{AC}$ 의 연장선과 만나는 점을 Q라 하자. $\overline{OP} = 3$, $\overline{PQ} = 9$ 일 때, 원 O의 반지름의 길이를 구하여라.

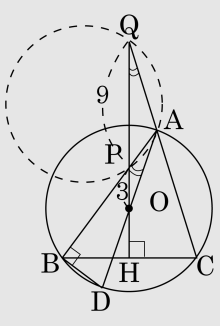


▶ 답:

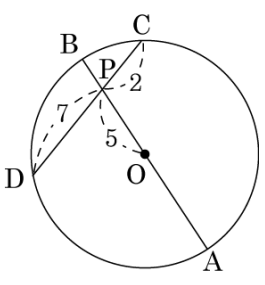
▷ 정답: 6

해설

$\overline{AO}$ 의 연장선과 원과의 교점을 D라 하면
$\triangle ABD$ 와 $\triangle QHC$ 에서
$\angle ADB = \angle ACB$,
$\angle ABD = \angle QHC = 90°$ 이므로
$\angle DAB = \angle CQH$ 이다. 따라서, $\overline{OA}$ 는 $\triangle AQP$ 의 외접원의 접선이다.
즉, $\overline{OA}^2 = \overline{OP} \times \overline{OQ} = 3 \times 12 = 36$
$\therefore\ \overline{OA} = 6\ (\because\ \overline{OA} > 0)$



43. 다음 그림과 같은 원 O 가 있다. 이 원의 반지름의 길이는?



① $\sqrt{33}$ ② $\sqrt{35}$ ③ $\sqrt{37}$

④ $\sqrt{39}$ ⑤ $\sqrt{41}$

해설

원 O 의 반지름을 r 이라 하면

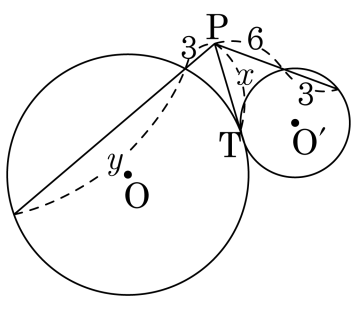
$\overline{PB} = r-5, \overline{PA} = r+5$이므로

$2 \times 7 = (r-5)(r+5)$

$r^2 - 25 = 14, r^2 = 39$

$\therefore r = \sqrt{39} (\because r > 0)$

44. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 두 원 O, O′ 의 접선일 때, x, y 의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = 3\sqrt{6}$

▷ 정답: $y = 15$

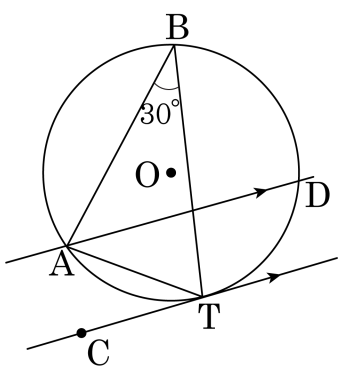
해설

$x^2 = 6 \times (6+3),\ x^2 = 54\ \therefore x = 3\sqrt{6}$

$3(3+y) = 6 \times 9,\ 9+3y = 54$

$3y = 45\ \therefore y = 15$

45. 다음 그림에서 원 O 의 현 AD 와 접선 CT 는 평행하고 $\angle ABT = 30°$ 일 때, $\angle TAD$ 의 크기를 구하여라.



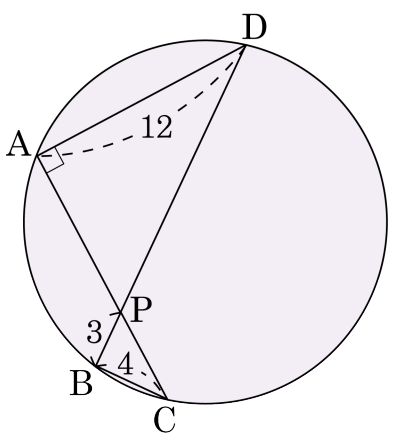
▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 30°

해설

$\angle ATC = \angle ABT = 30°$
$\overline{AD} // \overline{CT}$ 이므로
$\angle ATC = \angle TAD = 30°$(엇각)

46. 다음 그림에서 $\overline{AD} = 12$, $\overline{BC} = 4$, $\overline{PB} = 3$ 이고, $\angle DAC = 90°$ 일 때, $\overline{PA} \times \overline{PC}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 45

해설

$\angle ADB = \angle BCA$,
$\angle DAP = \angle DBC = 90°$ 이므로
$\triangle PAD \backsim \triangle PBC$ (AA 닮음)
$\overline{PA} : \overline{PB} = \overline{AD} : \overline{BC}$
$\overline{PA} : 3 = 12 : 4$
$\therefore \overline{PA} = 9$
$\overline{PC} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$
$\therefore \overline{PA} \times \overline{PC} = 9 \times 5 = 45$

47. 다음 그림에서 네 점 A, B, C, D 는 원주 위의 연속적인 임의의 점이고 네 점 P, Q, R, S 는 각각 $5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{AB}}$, $5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{BC}}$, $5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{CD}}$, $5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{DA}}$ 의 중점일 때, $\angle x$ 와 $\angle y$ 의 크기를 각각 구하여라.

▶ 답: $\angle x =$ $^\circ$

▶ 답: $\angle y =$ $^\circ$

▷ 정답: $\angle x = 50$ $^\circ$

▷ 정답: $\angle y = 90$ $^\circ$

해설

$5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{FB}} + 5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{BQ}} + 5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{RD}} + 5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{DS}} = \frac{1}{2} \times$(원둘레의 길이)

$\therefore \angle\text{POQ} + \angle\text{SOR} = 180°$

$2\angle\text{PSQ} + 2\angle\text{SQR} = 180°$

$\angle x + 40° = 90°$

$\therefore \angle x = 50°$

$\angle\text{PRQ} = \angle\text{PSQ} = \angle x = 50°$

$\angle y = \angle\text{SQR} + \angle\text{PRQ} = 40° + 50° = 90°$

48. 다음 그림에서 네 점 A, B, C, D 가 한 원 위에 있을 때, $\overline{PA}$ 의 길이는?

① 2　② 3

③ 4　④ 5

해설

$4 \times 6 = x \times 8$, $\therefore x = 3$,