

1. 방정식 $|x| + |x - 1| = 2$ 의 해를 구하시오.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{1}{2}$ 또는 -0.5

▷ 정답: $\frac{3}{2}$ 또는 1.5

해설

i) $x < 0$ 일 때,
 $-x - (x - 1) = 2$ 이므로 $-2x + 1 = 2$
 $\therefore x = -\frac{1}{2}$

ii) $0 \leq x < 1$ 일 때,
 $x - (x - 1) = 2$ 이므로 $0 \cdot x = 1$
 \therefore 해가 없다.

iii) $1 \leq x$ 일 때,
 $x + x - 1 = 2$ 이므로 $2x = 3$
 $\therefore x = \frac{3}{2}$

(i), (ii), (iii)에서 $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = \frac{3}{2}$

2. $x^2 - 2x + 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha^2 - 2\alpha)(\beta^2 - 2\beta)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2x + 3 = 0 \text{ 에서 근과 계수의 관계에 의해} \\ & \alpha + \beta = 2, \alpha\beta = 3 \\ & (\alpha^2 - 2\alpha)(\beta^2 - 2\beta) \\ & = \alpha^2\beta^2 - 2\alpha^2\beta - 2\alpha\beta^2 + 4\alpha\beta \\ & = (\alpha\beta)^2 - 2\alpha\beta(\alpha + \beta) + 4\alpha\beta \\ & = 9 - 6 \cdot 2 + 12 = 9 \end{aligned}$$

3. 방정식 $x^2 - 2|x| - 3 = 0$ 의 근의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

i) $x \geq 0$ 일 때
 $x^2 - 2x - 3 = 0, (x+1)(x-3) = 0$
 $x = -1$ 또는 $x = 3$
그런데 $x \geq 0$ 이므로 $x = 3$
ii) $x < 0$ 일 때
 $x^2 + 2x - 3 = 0, (x-1)(x+3) = 0$
 $x = 1$ 또는 $x = -3$
그런데 $x < 0$ 이므로 $x = -3$
(i), (ii)에서 $x = 3$ 또는 $x = -3$
따라서 근의 합은 0이다.

4. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 + i$ 일 때, 실수 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = -2$

▷ 정답: $b = 2$

해설

$x^2 + ax + b = 0$ 에 $x = 1 + i$ 를 대입하여 정리하면
 $1 + 2i - 1 + a(1 + i) + b = 0$ 과
 $a + b + (a + 2)i = 0$ 이다.
위 식을 정리하면 $a + b = 0$ 과 $a + 2 = 0$ 에서
 $a = -2, b = 2$ 이다.

해설

계수가 실수이므로 한 근이 복소수 근이면 켈레복소수 근을 갖는다.

따라서 두 근은 $1 + i, 1 - i$

근과 계수의 관계에서

$$-a = (1 + i) + (1 - i) = 2 \quad \therefore a = -2$$

$$b = (1 + i)(1 - i) = 2 \quad \therefore b = 2$$

5. 이차방정식 $(2 - \sqrt{3})x^2 - 2(\sqrt{3} - 1)x - 6 = 0$ 의 두 근 중 큰 근에 가장 가까운 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

이차항의 계수를 유리수로 고치기 위해 방정식의 양변에 $2 + \sqrt{3}$ 을 곱하면

$$x^2 - 2(\sqrt{3} + 1)x - (12 + 6\sqrt{3}) = 0$$

근의 공식을 이용해 위 방정식을 풀면

$$x = (\sqrt{3} + 1) \pm \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2 + 12 + 6\sqrt{3}}$$

$$= (\sqrt{3} + 1) \pm 2\sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$$

$$= (\sqrt{3} + 1) \pm 2(\sqrt{3} + 1)$$

$$\therefore x = 3\sqrt{3} + 3 \text{ 또는 } x = -\sqrt{3} - 1$$

큰 근은 $3\sqrt{3} + 3$

그런데 $\sqrt{3} \approx 1.7 \dots$ 이므로

가장 가까운 정수는 8이다.