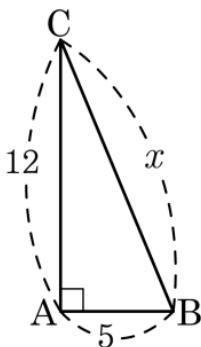


1. 다음은 피타고라스 정리를 이용하여 삼각형의 빗변의 길이를 구하는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것을 순서대로 나열한 것은?



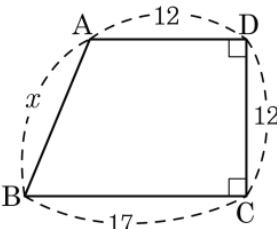
$$\overline{AC}^2 + \overline{AB}^2 = \boxed{\text{ }}^2$$
$$x^2 = 5^2 + 12^2 = \boxed{\text{ }}^2$$
$$x > 0 \text{ 이므로, } x = \boxed{\text{ }}$$

- ① \overline{AB} , 144, -13 ② \overline{AB} , 144, 13
③ \overline{BC} , 169, -13 ④ \overline{BC} , 169, 13
⑤ \overline{BC} , 196, -13

해설

$$\overline{AC}^2 + \overline{AB}^2 = \overline{BC}^2, x^2 = 5^2 + 12^2 = 169$$
$$x > 0 \text{ 이므로, } x = 13$$

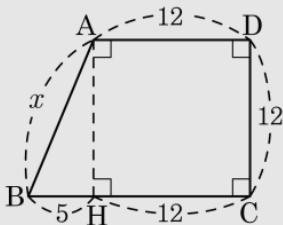
2. 다음 사각형 ABCD에서 \overline{AB} 의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 13

해설



점 A에서 \overline{BC} 에 수선의 발을 내려 그 점을 H라 하면, $\triangle ABH$ 에서

$$\begin{aligned}\overline{AB}^2 &= \overline{BH}^2 + \overline{AH}^2 = 12^2 + 5^2 = 169 = 13^2 \\ \therefore \overline{AB} &= 13\end{aligned}$$

3. 세 변의 길이가 각각 x , $x + 2$, $x - 7$ 인 삼각형이 직각삼각형일 때,
빗변의 길이를 구하여라.

- ① 15 ② 17 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

해설

$$(x + 2)^2 = x^2 + (x - 7)^2$$

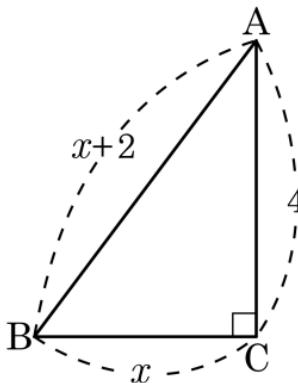
$$x^2 - 18x + 45 = 0$$

$$(x - 15)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = 15 (\because x > 7)$$

따라서 빗변의 길이는 $x + 2$ 이므로 17이다.

4. 다음은 직각삼각형 ABC 를 그린 것이다. x 의 값으로 적절한 것은?



- ① 2 ② 2.5 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5.5

해설

$$(x+2)^2 = x^2 + 4^2$$

$$x^2 + 4x + 4 = x^2 + 16$$

$$4x = 12$$

$$\therefore x = 3$$

5. 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = 13$ 일 때, \overline{AC} 의 길이의 최솟값은?

① 9

② 12

③ 17

④ 20

⑤ 답이 없다.

해설

$\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = 13$ 일 때, \overline{BC} 가 삼각형의 빗변일 경우와, \overline{AC} 가 삼각형의 빗변일 경우 두 가지의 직각삼각형을 만들 수 있다. \overline{BC} 가 삼각형의 빗변일 경우에 \overline{AC} 의 길이가 더 짧으므로, 피타고라스 정리에 따라

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$$

$$\overline{AC}^2 = 13^2 - 5^2$$

$$\overline{AC} > 0 \text{ 이므로 } \overline{AC} = 12 \text{ 이다.}$$

6. 세 변의 길이가 6, a , 10인 삼각형이 예각삼각형이 되기 위한 a 의 값의 범위는?(단, $a < 10$)

- ① $0 < a < 2$
- ② $2 < a < 4$
- ③ $4 < a < 6$
- ④ $6 < a < 8$
- ⑤ $8 < a < 10$

해설

i) 삼각형이 될 조건에서

$$10 - 6 < a < 10 + 6$$

그런데 $a < 10$ 이므로 $4 < a < 10$

ii) 예각삼각형일 조건

$$10^2 < 6^2 + a^2$$

$$a > 8$$

i), ii)에 의하여 $8 < a < 10$

7. 세 변의 길이가 각각 9, 12, a 인 삼각형이 둔각삼각형이 되기 위한 자연수 a 는 모두 몇 개인가? (단, $a > 12$)

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

i) 삼각형이 될 조건 : $12 - 9 < a < 9 + 12$

그런데 $a > 12$

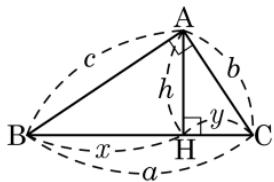
$$\therefore 12 < a < 21$$

ii) 둔각삼각형일 조건: $a^2 > 12^2 + 9^2$

$$\therefore a > 15$$

i), ii)에 의해서 $15 < a < 21$

8. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 점 A에서 \overline{BC} 에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 보기에서 옳은 것을 모두 골라라.



보기

- | | | |
|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| <input type="radio"/> ㉠ $c^2 = ax$ | <input type="radio"/> ㉡ $bx = cy$ | <input type="radio"/> ㉢ $b^2 = ay$ |
| <input type="radio"/> ㉣ $bc = ah$ | <input type="radio"/> ㉤ $a^2 = bc$ | <input type="radio"/> ㉥ $h^2 = xy$ |

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

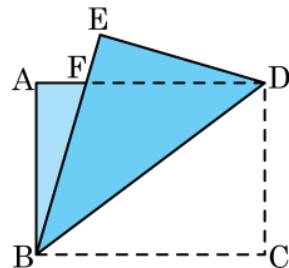
▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉥

해설

- ㉠ $c^2 = ax$ (○)
- ㉡ $bx = cy$
- ㉢ $b^2 = ay$ (○)
- ㉣ $bc = ah$ (○)
- ㉤ $a^2 = bc$
- ㉥ $h^2 = xy$ (○)

9. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD에서 \overline{BD} 를 접는 선으로 하여 접었다. $\triangle BFD$ 는 어떤 삼각형인가?

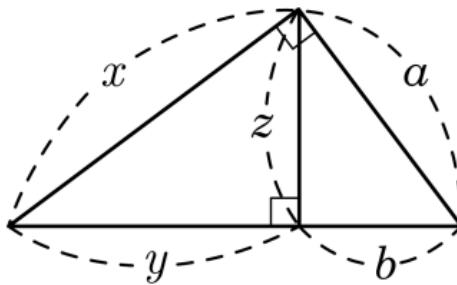


- ① $\overline{BF} = \overline{DF}$ 인 이등변삼각형
- ② $\angle F = 90^\circ$ 인 직각삼각형
- ③ $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형
- ④ $2\overline{BF} = \overline{BD}$ 인 삼각형
- ⑤ $2\overline{BF} = \overline{BD}$ 인 정삼각형

해설

$\triangle ABF \cong \triangle EDF$ 이므로 $\triangle BFD$ 는 $\overline{BF} = \overline{DF}$ 인 이등변삼각형이다.

10. 다음 중 옳은 것은?

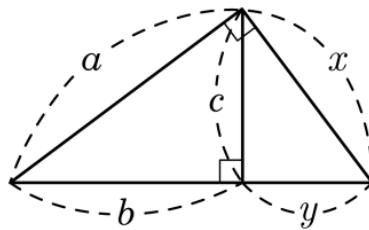


- ① $x + a = y + b$ ② $y^2 + z^2 = a^2$ ③ $\textcircled{3} a^2 - z^2 = b^2$
④ $x - a = y - b$ ⑤ $x \times z = a \times z$

해설

피타고라스 정리에 따라 $z^2 + b^2 = a^2$
따라서 $a^2 - z^2 = b^2$ 이다.

11. 각 변의 길이가 다음과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?



㉠ $a^2 - b^2 = x^2 - y^2$

㉡ $a \times y = x \times b$

㉢ $a - c + b = x - y$

㉣ $a^2 + y^2 = x^2 + b^2$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉣

③ ㉡, ㉢

④ ㉡, ㉣

⑤ ㉢, ㉣

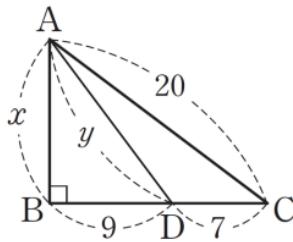
해설

㉠ 피타고라스 정리에 따라 $a^2 = b^2 + c^2$, $c^2 = a^2 - b^2$ 이고 $x^2 = c^2 + y^2$, $c^2 = x^2 - y^2$ 이므로 $a^2 - b^2 = x^2 - y^2$ 이다.

㉡

㉠에서 $c^2 - b^2 = x^2 - y^2$ 에서 이항하면 $a^2 + y^2 = x^2 + b^2$ 이다. 따라서 옳은 것은 ㉠, ㉣이다.

12. 그림과 같은 직각삼각형에서 x, y 의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

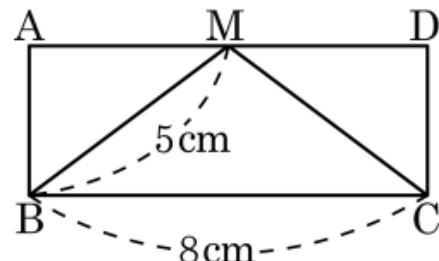
$$\triangle ABC \text{에서 } x^2 = 20^2 - 16^2 = 144$$

$$\therefore x = 12$$

$$\triangle ABD \text{에서 } y^2 = 9^2 + 12^2 = 225$$

$$\therefore y = 15$$

13. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 점 M은 선분 AD의 중점이고, $\overline{BM} = 5\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$ 일 때, □ABCD의 넓이를 구하여라.



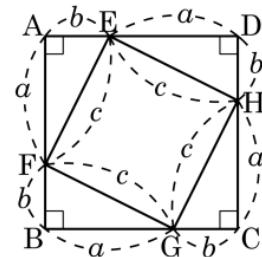
▶ 답 : cm²

▶ 정답 : 24cm²

해설

$$\begin{aligned}\overline{AM} &= 4(\text{cm}), \triangle ABM \text{에서 } 5^2 = 4^2 + \overline{AB}^2 \text{ 이므로 } \overline{AB} = 3(\text{cm}) \\ \therefore \square ABCD &= 8 \times 3 = 24(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

14. 다음 그림은 한 변의 길이가 $a+b$ 인 정사각형을 나타낸 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

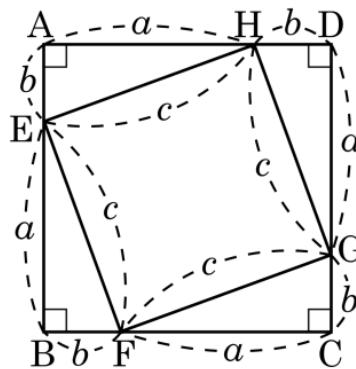


- ① $\angle EHG = 90^\circ$
- ② $\square EFGH$ 는 정사각형이다.
- ③ $\square ABCD$ 와 $\square EFGH$ 의 넓이의 비는 $a+b : c$ 이다.
- ④ $\triangle BGF \cong \triangle CHG$
- ⑤ $\angle FEA + \angle GHC = 90^\circ$

해설

$\square ABCD$ 와 $\square EFGH$ 는 정사각형이므로 넓이의 비는 한 변의 비의 제곱과 비례한다.
따라서 $(a+b)^2 : c^2$ 이다.

15. 다음은 피타고라스 정리를 설명하는 과정을 섞어 놓은 것이다. 순서대로 나열하여라.



그림과 같이 직각삼각형 AEH에서

Ⓐ $\triangle AEH \cong \triangle BFE \cong \triangle CGF \cong \triangle DHG$ 이므로

Ⓑ $\square ABCD = \square EFGH + 4\triangle AEH$ 이므로

Ⓒ $(a+b)^2 = c^2 + 4 \times \frac{1}{2}ab$

Ⓓ 한 변의 길이가 $a+b$ 인 정사각형 ABCD를 그리면

Ⓔ $\square EFGH$ 는 정사각형이다.

$$\therefore c^2 = a^2 + b^2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ⓒ

▷ 정답 : Ⓛ

▷ 정답 : Ⓞ

▷ 정답 : Ⓟ

▷ 정답 : Ⓝ

해설

그림과 같이 직각삼각형 AEH에서

한 변의 길이가 $a+b$ 인 정사각형 ABCD를 그리면

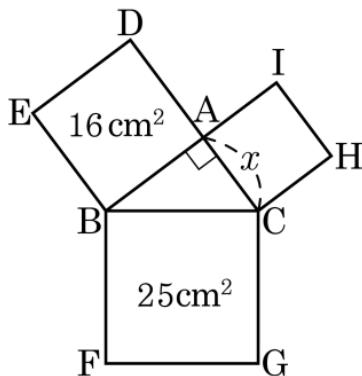
$\triangle AEH \cong \triangle BFE \cong \triangle CGF \cong \triangle DHG$ 이므로 $\square EFGH$ 는 정사각형이다.

$\square ABCD = \square EFGH + 4\triangle AEH$ 이므로

$$(a+b)^2 = c^2 + 4 \times \frac{1}{2}ab$$

$$\therefore c^2 = a^2 + b^2$$

16. 다음 그림은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 세변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. x 의 값을 구하여라.

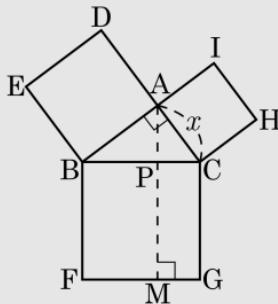


▶ 답: cm

▷ 정답: 3 cm

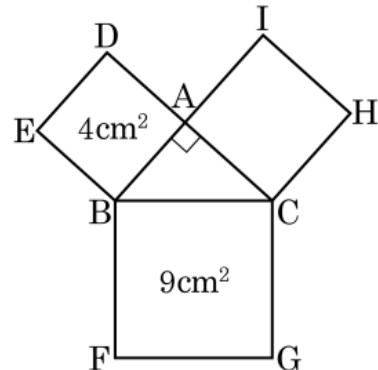
해설

\overline{BC} 와 수직인 \overline{AM} 을 그을 때 \overline{BC} 와의 교점을 P라고 하면, $\square BFMP = \square EBAD$, $\square PMGC = \square IACH$ 이다.



$\square PMGC = 25 \text{ cm}^2 - 16 \text{ cm}^2 = 9 \text{ cm}^2 = \square ACHI$ 이다. 그러므로 $x = 3 \text{ cm}$ 이다.

17. 다음 그림은 직각삼각형 ABC의 각 변을 한 변으로 하여 정사각형을 그린 것이다.
 $\square ABED = 4 \text{ cm}^2$, $\square BFGC = 9 \text{ cm}^2$ 일 때, $\square ACHI$ 의 넓이를 구하여라. (단, 단 위는 생략한다.)



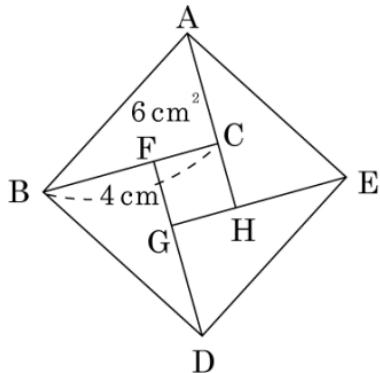
▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 5 cm^2

해설

($\square ABED$ 의 넓이) + ($\square ACHI$ 의 넓이)
= ($\square BFGC$ 의 넓이) 이므로 공식을 적용하면
 $\square ACHI$ 의 넓이는 5 cm^2 이다.

18. 다음 그림은 직각삼각형 ABC와 합동인 삼각형 4개를 맞추어 정사각형 ABDE를 만든 것이다. $\triangle ABC = 6 \text{ cm}^2$ 이고, $\overline{BC} = 4 \text{ cm}$ 일 때, 다음 중 \overline{AC} 의 길이, \overline{CH} 의 길이, $\square FGHC$ 의 넓이를 차례대로 나타낸 것은?



- ① 2 cm, 2 cm, 1 cm^2
- ② 3 cm, 1 cm, 1 cm^2
- ③ 3 cm, 2 cm, 1 cm^2
- ④ 3 cm, 3 cm, 2 cm^2
- ⑤ 4 cm, 3 cm, 2 cm^2

해설

$$6 \text{ cm}^2 = \frac{1}{2} \times 4 \text{ cm} \times \overline{AC} \text{ 이므로 } \overline{AC} = 3 \text{ cm}$$

$$\overline{CH} = \overline{AH} - \overline{AC} = 4 \text{ cm} - 3 \text{ cm} = 1 \text{ cm}$$

$$\square FGHC \text{의 넓이는 } 1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} = 1(\text{cm}^2)$$

19. 세 변의 길이가 각각 $x+1$, $x-1$, $x+3$ 인 삼각형이 직각삼각형이 되게 하려고 할 때, 만족하는 x 값의 합을 구하여라.

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

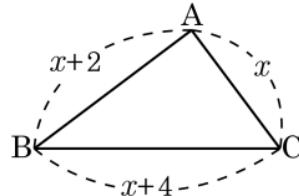
세 변의 길이는 모두 양수이어야 하므로 가장 작은 변의 길이가 양수이어야 한다.

$$x - 1 > 0, x > 1$$

$x+3$ 이 가장 긴 변이므로 $(x+3)^2 = (x-1)^2 + (x+1)^2$, $x = -1$ 또는 7

$x > 1$ 이므로 $x = 7$ 만 직각삼각형이 될 조건에 만족한다.

20. 다음 그림과 같이 세 변이 각각 x , $x+2$, $x+4$ 인 삼각형이 직각삼각형이 되도록 하는 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 6

해설

세 변은 모두 양수이어야 하므로 가장 작은 변인 x 가 양수이어야 한다.

$$x > 0$$

$$(x+4)^2 = (x+2)^2 + x^2$$

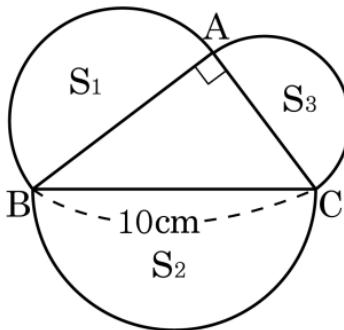
$$x^2 + 8x + 16 = x^2 + 4x + 4 + x^2$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$x = 6 \text{ 또는 } -2$$

$x > 0$ 이므로 $x = 6$ 이 된다.

21. 그림과 같이 뱃변의 길이가 10cm인 $\triangle ABC$ 의 각 변을 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 S_1 , S_2 , S_3 라고 할 때, $S_1 + S_2 + S_3$ 의 값을 구하면?



- ① $10\pi \text{cm}^2$ ② $15\pi \text{cm}^2$ ③ $20\pi \text{cm}^2$
④ $25\pi \text{cm}^2$ ⑤ $30\pi \text{cm}^2$

해설

$$S_1 + S_3 = S_2$$

$$S_1 + S_2 + S_3 = 2S_2$$

$$\therefore 2 \times \pi \times 5^2 \times \frac{1}{2} = 25\pi (\text{cm}^2)$$

22. 세 변의 길이가 각각 a , $2a-1$, $2a+1$ 인 삼각형 ABC가 둔각삼각형일 때, a 의 값의 범위를 결정하면?

① $2 < a < 4$

② $0 < a < 4$

③ $2 < a < 8$

④ $0 < a < 8$

⑤ $4 < a < 8$

해설

$x^2 > y^2 + z^2$ 이 성립하면 둔각삼각형이다.

a 는 삼각형의 한 변이므로 $a > 0$ 이고, $2a+1$ 이 가장 긴 변이다.

$$(2a+1)^2 > a^2 + (2a-1)^2$$

$$a^2 - 8a < 0, a(a-8) < 0$$

$a > 0$ 이므로 양변을 a 로 나누면 $a-8 < 0 \therefore a < 8$

또, 삼각형이 되려면 (가장 긴 변의 길이) $<$ (나머지 두 변 길이의 합) 이므로 $2a+1 < a + 2a-1 \therefore a > 2$

따라서 $2 < a < 8$

23. 세 변의 길이가 각각 $a + 4, a, a - 4$ 로 나타내어지는 삼각형이 직각삼각형이 되기 위한 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

변의 길이이므로 $a - 4 > 0, a > 4 \cdots \textcircled{1}$

삼각형이 될 조건에 의해

$a + 4 < a + (a - 4), 8 < a \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에 의하여 $a > 8$

세 변 중 가장 긴 변이 $a + 4$ 이므로

$$(a + 4)^2 = a^2 + (a - 4)^2$$

$$a^2 - 16a = 0$$

$$a(a - 16) = 0$$

$$\therefore a = 16 (\because a > 8)$$