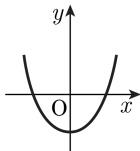
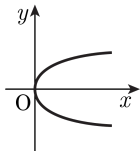


1. 다음 중에서 함수의 그래프가 아닌 것을 모두 고르면?

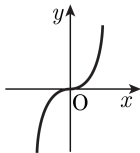
①



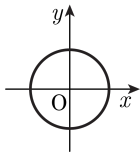
②



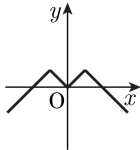
③



④



⑤



해설

②, ④의 그래프는 하나의 x 의 값에 대응되는 y 가 2개 이상이므로 함수의 그래프가 아니다. (x 축에 수선을 그어서 한 점에서 만나면 X 에서 Y 로의 함수)

2. 두 함수 $f(x) = -3x + k$, $g(x) = 2x + 4$ 에 대하여, $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ 가 성립하도록 하는 k 의 값은 얼마인가?

① -16

② -14

③ -6

④ -4

⑤ -2

해설

$$f(x) = -3x + k, g(x) = 2x + 4 \text{에서}$$

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= f(2x + 4) = -3(2x + 4) + k \\ &= -6x - 12 + k \cdots \textcircled{㉠}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(g \circ f)(x) &= g(-3x + k) = 2(-3x + k) + 4 \\ &= -6x + 2k + 4 \cdots \textcircled{㉡}\end{aligned}$$

㉠과 ㉡이 같아야 하므로

$$-6x - 12 + k = -6x + 2k + 4$$

$$\therefore k = -16$$

3. 함수 $f(x) = ax + 3$ 에 대하여 $f^{-1} = f$ 가 성립할 때, 상수 a 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$f^{-1} = f$ 의 양변에 함수 f 를 합성하면

$$f^{-1} \circ f = f \circ f$$

이때, $f^{-1} \circ f = I$ (I 는 항등함수) 이므로 $f \circ f = I$

$$\text{즉 } (f \circ f)(x) = x$$

$$\therefore (f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(ax + 3)$$

$$= a(ax + 3) + 3 = a^2x + 3a + 3 = x$$

따라서 $a^2 = 1$, $3a + 3 = 0$ 이므로 $a = -1$

4. 함수 $y = |x - 3| - 1$ 에 대하여 $0 \leq x \leq 4$ 일 때, 이 함수의 최댓값과 최솟값을 차례대로 구하면?

① 2, 1

② 2, 0

③ 2, -1

④ 1, -1

⑤ 1, -2

해설

$0 \leq x \leq 4$ 에서

$$y = |x - 3| - 1$$

$$= \begin{cases} x - 4 & (3 \leq x \leq 4) \\ -x + 2 & (0 \leq x < 3) \end{cases}$$

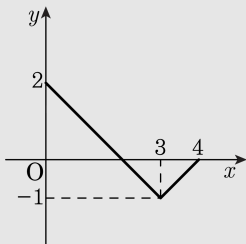
따라서, 위 함수의 그래프는 다음 그림과 같으므로

$x = 0$ 일 때

최댓값은 2 이고

$x = 3$ 일 때

최솟값은 -1 이다.



5. 다음 함수 중 좌표평면에서 그 그래프가 임의의 직선과 항상 만나는 것은 무엇인가?

① $y = |x|$

② $y = x^2$

③ $y = \sqrt{x}$

④ $y = x^3$

⑤ $y = \frac{1}{x}$

해설

각 함수의 그래프를 그려보거나,
정의역, 치역 관계를 조사해 보면 쉽게 알 수 있다.
 x, y 전체 실수 구간에서 그래프가
그려지는 함수는 $y = x^3$ 뿐이다.

6. 다음 보기는 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 함수이다. 일대일 대응인 것을 모두 고르면?

<보기>

㉠ $f(x) = x + 1$

㉡ $f(x) = 1$

㉢ $f(x) = x^3$

㉣ $f(x) = |x + 1|$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

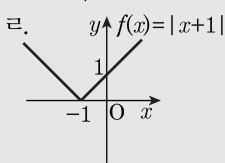
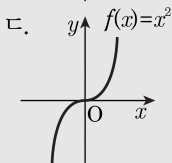
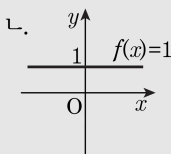
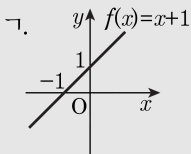
③ ㉠, ㉣

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉢, ㉣

해설

일대일 대응이 되려면 함수의 그래프가 증가함수 또는 감소함수이어야 한다.



따라서 일대일 대응인 것은 ㉠, ㉢ 이다.

7. 두 함수 $f(x) = x^3 + x^2 + x$, $g(x) = mx + n$ 에 대해 $(f \circ g)(x) = 8x^3 - 8x^2 + 4x - 1$ 이라 할 때, $m^3 + n^3$ 의 값은 얼마인가? (단, m, n 은 실수)

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

$(f \circ g)(x) = f(g(x))$ 임을 활용한다.

합성함수의 정의에 의하여,

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

$$= (mx + n)^3 + (mx + n)^2 + mx + n$$

$$= m^3x^3 + 3m^2nx^2 + 3mn^2x + n^3 + m^2x^2$$

$$+ 2mnx + n^2 + mx + n$$

$$= m^3x^3 + (3m^2n + m^2)x^2$$

$$+ (3mn^2 + 2mn + m)x + n^3 + n^2 + n$$

$$= 8x^3 - 8x^2 + 4x - 1$$

주어진 식은 x 에 대한 항등식이므로

$$m^3 = 8, (m - 2)(m^2 + 2m + 4) = 0$$

$$\therefore m = 2 (\because m \text{ 은 실수})$$

$$3m^2n + m^2 = -8 \text{ 에 } m = 2 \text{ 를 대입하면}$$

$$3 \cdot 2^2 \cdot n + 2^2 = -8, 12n + 4 = -8$$

$$\therefore n = -1$$

$$m = 2, n = -1 \text{ 일 때,}$$

x 의 계수와 상수항도 일치하므로

$$\therefore m = 2, n = -1$$

$$\therefore m^3 + n^3 = 2^3 + (-1)^3 = 7$$

8. 두 함수 $f(x) = 2x - 1, g(x) = x + 2$ 에 대하여 $(f^{-1} \circ g^{-1})(x)$ 를 구하면?

① $\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

② $\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

③ $2x - \frac{1}{2}$

④ $2x + 1$

⑤ $2x + 2$

해설

$$\begin{aligned}(g \circ f)(x) &= g(f(x)) = g(2x - 1) = 2x - 1 + 2 \\ &= 2x + 1\end{aligned}$$

$$(g \circ f)(x) = y \text{ 라 하면 } y = 2x + 1 \text{ 에서 } x = \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$$

$$(f^{-1} \circ g^{-1})(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$$

9. 임의의 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 가 성립하는 함수 $f(x)$ 를 기함수라고 한다. 함수 $g(x)$ 와 $h(x)$ 가 기함수일 때, 다음 <보기>의 함수 중 기함수인 것을 모두 고르면?

I. $g(x) \cdot h(x)$

II. $g(x) + h(x)$

III. $g(h(x))$

① I

② II

③ I, III

④ II, III

⑤ I, II, III

해설

$$\begin{aligned}\text{I. } g(-x) \cdot h(-x) &= \{-g(x)\} \cdot \{-h(x)\} \\ &= g(x)h(x) \text{ (우함수)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{II. } g(-x) + h(-x) &= -g(x) - h(x) \\ &= -\{g(x) + h(x)\} \text{ (기함수)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{III. } g(h(-x)) &= g(-h(x)) \\ &= -g(h(x)) \text{ (기함수)}\end{aligned}$$

10. 일차 이하의 다항함수 $y = f(x)$ 가 다음 세 조건을 만족한다.

I. $f(0) \leq f(1)$

II. $f(2) \geq f(3)$

III. $f(1) = 1$

이 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

< 보기 >

㉠ $f(2) = 1$

㉡ $f(3) = 3f(1)$

㉢ $f(-1) > f(1)$

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

일차 이하의 다항함수 중

조건 I, II를 만족하는 함수는

상수함수이므로 조건 III에 의하여 $f(x) = 1$ 이다.

따라서 옳은 것은 ㉠뿐이다.

11. 집합 $X = \{-1, 1, -i, i\}$ 에 대하여 $f : X \rightarrow Y$ 인 함수 $f(x) = x^3$ 의 치역을 구하여 모든 원소를 각각 제공하여 모두 합하면?

① -1

② -2

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

치역 $Y = \{-1, 1, i, -i\}$ 이다.

모든 원소를 제공하여 더하면

$$(-1)^2 + 1^2 + (-i)^2 + i^2 = 1 + 1 - 1 - 1 = 0$$

12. 함수 $y = |x - 2| + |x + 1|$ 이 $x = m$ 일 때, 최솟값을 갖는다. 이를 만족시키는 정수 m 의 개수는?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

$y = |x - 2| + |x + 1|$ 에서

i) $x < -1$ 일 때,

$$y = -(x - 2) - (x + 1) = -2x + 1$$

ii) $-1 \leq x < 2$ 일 때,

$$y = -(x - 2) + (x + 1)$$

iii) $x \geq 2$ 일 때.

$$y = (x - 2) + (x + 1) = 2x - 1 = 3$$

이상에서 주어진 함수의 그래프가 다음 그림과 같으므로 y 의 최솟값은 3 이고 이때, 정수 m 은 $-1, 0, 1, 2$ 의 4 개다.

