

1. 부등식 $x^2 + x + m \geq 0$ 의 x 의 값에 관계없이 성립할 때, 실수 m 의 최솟값은?

- ① -4 ② 0 ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

해설

$x^2 + x + m \geq 0$ 이 x 의 값에 관계없이 항상 성립하려면
 $x^2 + x + m = 0$ 의 판별식을 D 라 할 때

$$D = 1^2 - 4m \leq 0 \quad \therefore m \geq \frac{1}{4}$$

따라서 실수 m 의 최솟값은 $\frac{1}{4}$ 이다.

2. 세 점 A(2, 3), B(-1, 9), C(-4, a) 가 일직선 위에 있을 때, 상수 a 의 값은 얼마인가?

① 6

② 9

③ 12

④ 15

⑤ 17

해설

일직선 위에 있으려면 \overline{AB} , \overline{BC} 의 기울기가 같다.

$$\overline{AB} \text{의 기울기: } \frac{3-9}{2-(-1)} = -2$$

$$\overline{BC} \text{의 기울기: } \frac{a-3}{(-4)-(2)} \therefore a = 15$$

3. 포물선 $x = y^2 + 1$ 위의 점 (a, b) 와 직선 $x - y + 1 = 0$ 사이의 거리가 최소가 될 때, $4(a + b)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

(a, b) 가 포물선 $x = y^2 + 1$ 위의 점이고,
또 점 (a, b) 와 직선 사이의 거리를 l 이라 하면,

$$a = b^2 + 1 \dots \text{㉠}$$

$$l = \frac{|a - b + 1|}{\sqrt{2}} \dots \text{㉡}$$

㉠를 ㉡에 대입하면

$$l = \frac{|b^2 - b + 2|}{\sqrt{2}} = \frac{\left| \left(b - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{7}{4} \right|}{\sqrt{2}}$$

$\therefore b = \frac{1}{2}$ 일 때 l 이 최소가 된다.

따라서 $a + b = \frac{5}{4} + \frac{1}{2} = \frac{7}{4}$ 이므로

$$\therefore 4(a + b) = 7$$

4. 이차방정식 $x^2 - mx + 4 = 0$ 의 두 근 사이에 1 이 있도록 하는 실수 m 의 값의 범위는?

① $m < -5$

② $m > -2$

③ $-2 < m < 2$

④ $m > 2$

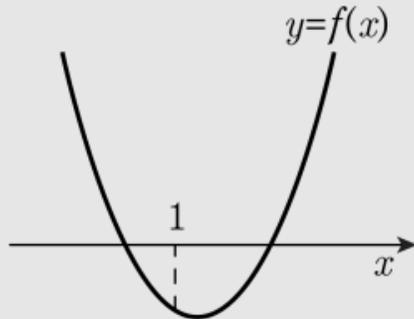
⑤ $m > 5$

해설

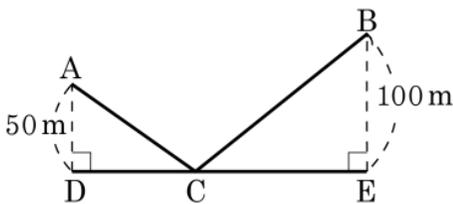
$f(x) = x^2 - mx + 4$ 라 하면 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.

$f(1) < 0$ 에서 $5 - m < 0$

$\therefore m > 5$



5. 다음 그림과 같이 고압 전선 \overline{DE} 가 지나는 곳으로부터 각각 50m, 100m 떨어진 두 지점에 빌딩 A, B가 위치하고 있다. 변압기를 D와 E 사이의 한 지점에 설치하여 빌딩 A, B에 전력을 공급하려고 한다. D와 E 사이의 거리가 200m일 때, 전체 전선의 길이 $\overline{AC} + \overline{BC}$ 의 최솟값을 구하여라.



▶ 답: m

▷ 정답: 250 m

해설

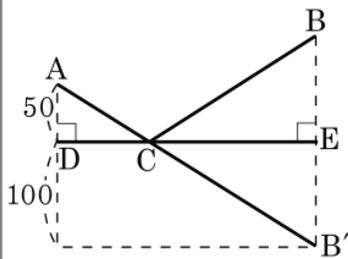
B를 \overline{DE} 에 대해 대칭이동한 점을 B' 이라 하면

$$\overline{BC} = \overline{CB'} \text{ 이므로}$$

$$\overline{AC} + \overline{BC} = \overline{AC} + \overline{CB'} \geq \overline{AB'}$$

따라서 $\overline{AC} + \overline{BC}$ 의 최솟값은

$$\overline{AB'} = \sqrt{200^2 + 150^2} = 250(\text{m})$$



6. 원점 O와 두 정점 A(2, 3), B(4, 0)에 대하여 $\overline{OP}^2 = \overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 을 만족하는 점 P의 자취의 방정식을 구하면?

① $x^2 + y^2 - 12x - 6y + 29 = 0$

② $x^2 + y^2 + 12x - 6y + 29 = 0$

③ $x^2 + y^2 - 12x + 6y + 29 = 0$

④ $x^2 + y^2 - 12x - 6y - 29 = 0$

⑤ $x^2 + y^2 + 12x + 6y + 29 = 0$

해설

P의 좌표를 P(x, y)라 하면

$$\overline{OP}^2 = \overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 \text{ 이므로}$$

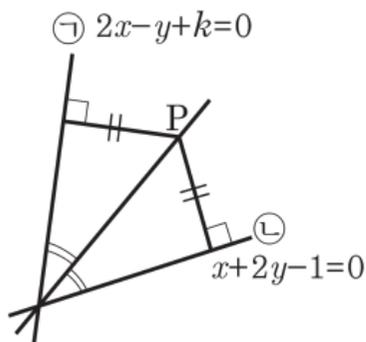
$$x^2 + y^2$$

$$= \{(x-2)^2 + (y-3)^2\} + \{(x-4)^2 + y^2\}$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 12x - 6y + 29 = 0$$

7. 두 직선 $2x - y + k = 0$, $x + 2y - 1 = 0$ 이 이루는 각의 이등분선이 점 $P(3, 1)$ 을 지날 때, 상수 k 의 값의 합을 구하면?

- ① -2 ② 4 ③ -6
 ④ 8 ⑤ -10



해설

$$2x - y + k = 0 \quad \dots \ominus$$

$$x + 2y - 1 = 0 \quad \dots \oplus$$

(점 P와 \ominus 사이의 거리) = (점 P와 \oplus 사이의 거리) 이므로

$$\frac{|6 - 1 + k|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{|3 + 2 - 1|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} \Rightarrow |5 + k| = 4$$

$$\Rightarrow 5 + k = \pm 4 \Rightarrow k = -9 \text{ 또는 } k = -1$$

$\therefore k$ 의 합 : -10

8. 연립방정식
$$\begin{cases} 2x + y + z = 1 \\ x + 2y + z = k \\ x + y + 2z = 2k^2 \end{cases}$$
 의 해 x, y, z 가 모두 양수일 때, k 의

값의 범위는?

- ① $-\frac{3}{2} < k < 0$ ② $1 < k < \frac{3}{2}$ ③ $\frac{1}{2} < k < \frac{3}{4}$
 ④ $-2 < k < -\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{1}{2} < k < 1$

해설

i)
$$\begin{cases} 2x + y + z = 1 \cdots \text{㉠} \\ x + 2y + z = k \cdots \text{㉡} \\ x + y + 2z = 2k^2 \cdots \text{㉢} \end{cases}$$
 라 하면

㉠ $\times 3 - \text{㉡} - \text{㉢}$ 에서
 $4x = -2k^2 - k + 3$
 $= -(2k + 3)(k - 1) > 0 \cdots \text{㉣}$

㉡ $\times 3 - \text{㉢} - \text{㉠}$ 에서
 $4y = -2k^2 + 3k - 1$
 $= -(2k - 1)(k - 1) > 0 \cdots \text{㉤}$

㉢ $\times 3 - \text{㉠} - \text{㉡}$ 에서
 $4z = 6k^2 - k - 1$
 $= (3k + 1)(2k - 1) > 0 \cdots \text{㉥}$

ii) ㉣에서 $-\frac{3}{2} < k < 1$

㉤에서 $\frac{1}{2} < k < 1$

㉥에서 $k < -\frac{1}{3}, k > \frac{1}{2}$

이들의 공통부분은 $\frac{1}{2} < k < 1$

9. 점 A(2, 3)에서 두 점 B(-1, 3), C(3, 7)을 이은 선분 BC에 내린 수선의 발을 M(a, b)라 할 때, 4ab의 값은?

① 7

② 9

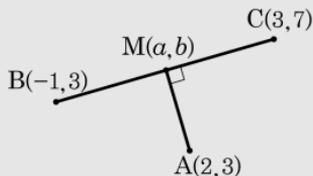
③ 11

④ 13

⑤ 15

해설

$\overline{BC} \perp \overline{AM}$ 이므로 두 직선의 기울기의 곱은 -1 이다.



$$\text{즉, } \frac{7-3}{3-(-1)} \times \frac{b-3}{a-2} = -1$$

$$b-3 = -(a-2), \quad \therefore a+b = 5 \cdots \text{㉠}$$

한편, 직선 BC의 방정식은

$$y-3 = \frac{7-3}{3-(-1)}(x+1)$$

$$\therefore y = x + 4$$

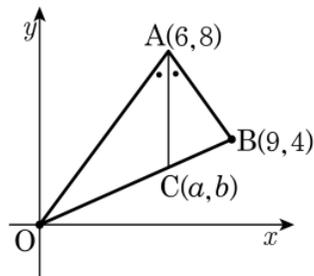
이 때, 점 M이 \overline{BC} 위의 점이므로

$$b = a + 4 \cdots \text{㉡}$$

$$\text{㉠, ㉡을 연립하여 풀면 } a = \frac{1}{2}, b = \frac{9}{2}$$

$$\therefore 4ab = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{9}{2} = 9$$

10. 다음 그림과 같이 세 점 $O(0, 0)$, $A(6, 8)$, $B(9, 4)$ 를 꼭짓점으로 하는 $\triangle AOB$ 가 있다. $\angle A$ 의 이등분선이 변 OB 와 만나는 점을 $C(a, b)$ 라 할 때, ab 의 값은?



- ① 12 ② 14 ③ 15
 ④ 16 ⑤ 18

해설

$\angle OAC = \angle BAC$ 이므로 $\overline{AO} : \overline{AB} = \overline{OC} : \overline{CB}$ 가 성립한다.

이때, $\overline{AO} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$

$\overline{AB} = \sqrt{(9-6)^2 + (4-8)^2} = 5$ 이므로

점 C 는 \overline{OB} 를 $10 : 5$,

즉 $2 : 1$ 로 내분하는 점이다.

따라서 점 C 의 좌표는

$$C\left(\frac{2 \times 9 + 1 \times 0}{2 + 1}, \frac{2 \times 4 + 1 \times 0}{2 + 1}\right)$$

$$\therefore C\left(6, \frac{8}{3}\right) \quad \therefore ab = 6 \cdot \frac{8}{3} = 16$$