

1. 무리함수 $y = \sqrt{2x+1} + 2$ 의 그래프를 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x + a, y + b)$ 에 의해 옮긴 그래프의 식이 $y = \sqrt{ax+b} + c$ 일 때, 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$y = \sqrt{2x+1} + 2$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로

b 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$\begin{aligned} y &= \sqrt{2(x-a)+1} + 2 + b \\ &= \sqrt{2x-2a+1} + 2 + b \end{aligned}$$

이 식이 $y = \sqrt{ax+b} + c$ 와 같으므로

$$a = 2, \quad -2a + 1 = b, \quad 2 + b = c$$

따라서, $a = 2, b = -3, c = -1$ 이므로

$$\therefore a + b + c = -2$$

2. $-1 < a < 3$ 일 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{a^2 + 2a + 1} + (\sqrt{a - 2})^2 + \sqrt{a^2 - 6a + 9}$$

① a

② $a - 2$

③ 4

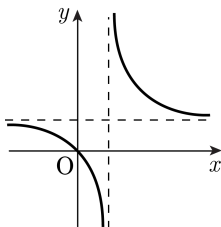
④ $3a + 2$

⑤ $a + 2$

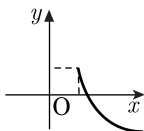
해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{(a + 1)^2} + (\sqrt{a - 2})^2 + \sqrt{(a - 3)^2} \\ &= |a + 1| + (a - 2) + |a - 3| \\ &= (a + 1) + (a - 2) - (a - 3) \\ &= a + 1 - 2 + 3 = a + 2 \end{aligned}$$

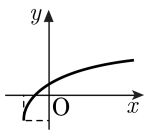
3. 다음 그림은 분수함수 $y = \frac{b}{x+a} + c$ 의 그래프의 개형이다. 다음 중 무리함수 $y = a - \sqrt{bx+c}$ 의 그래프의 개형으로 옳은 것은?



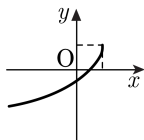
①



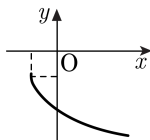
②



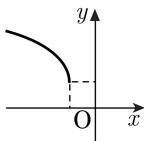
③



④



⑤



해설

점근선이 $x =$ 양수, $y =$ 양수 이므로

$$y = \frac{b}{x+a} + c \text{ 에서 } a < 0, c > 0$$

그리고 원점을 지나므로

$$\frac{b}{a} + c = 0, b = -ac > 0$$

$$\therefore y = -\sqrt{bx+c} + a$$

$$\text{꼭짓점 } \left(-\frac{c}{b}, a\right), \left(-\frac{c}{b} < 0, a < 0\right)$$

루트 앞의 부호가 음수이므로 그래프의 개형은 ④이다.

4. 함수 $y = 1 - \sqrt{2-x}$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것은?

① 정의역은 $\{x \mid x \geq 2\}$ 이다.

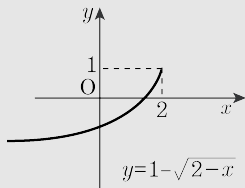
② 치역은 $\{y \mid y \geq 1\}$ 이다.

③ 그래프는 점 $(-2, -1)$ 을 지난다.

④ 그래프는 $y = -\sqrt{x}$ 의 그래프를 평행이동한 것이다.

⑤ 그래프는 제 1, 2, 3사분면을 지난다.

해설



① 정의역은 $\{x \mid x \leq 2\}$ 이다.

② 치역은 $\{y \mid y \leq 1\}$ 이다.

④ 그래프는 $y = -\sqrt{-x}$ 의 그래프를 평행이동한 것이다.

⑤ 그래프는 제 1, 3, 4사분면을 지난다.

5. $x = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ 일 때, $\frac{x}{x+\sqrt{x-1}} + \frac{x}{x-\sqrt{x-1}}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{\sqrt{3}-2}{2}$

② $\frac{2-\sqrt{3}}{3}$

③ $\frac{\sqrt{5}+3}{2}$

④ $\frac{2+3\sqrt{3}}{3}$

⑤ $\frac{-3+\sqrt{5}}{2}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{x}{x+\sqrt{x-1}} + \frac{x}{x-\sqrt{x-1}} \\ &= \frac{\{(x-\sqrt{x-1}) + (x+\sqrt{x-1})\}x}{(x+\sqrt{x-1})(x-\sqrt{x-1})} \\ &= \frac{2x^2}{x^2-x+1} \end{aligned}$$

$$x = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \text{ 에서 } 2x-1 = \sqrt{5}$$

양변을 제곱하면 $4x^2 - 4x + 1 = 5$

$$\therefore x^2 = x + 1$$

$$\begin{aligned} \therefore (\text{준식}) &= \frac{2x^2}{x^2-x+1} \\ &= \frac{2(x+1)}{(x+1)-x+1} = x+1 \\ &= \frac{\sqrt{5}+1}{2} + 1 = \frac{\sqrt{5}+3}{2} \end{aligned}$$

6. $x = 2 + \sqrt{3}$ 일 때, $x^3 - 2x^2 + 3x + 4$ 의 값은?

① $11 + 5\sqrt{3}$

② $11 + 10\sqrt{3}$

③ $22 + 5\sqrt{3}$

④ $22 + 10\sqrt{3}$

⑤ $22 + 15\sqrt{3}$

해설

$$x = 2 + \sqrt{3} \text{ 에서 } x - 2 = \sqrt{3}$$

양변을 제곱하면

$$x^2 - 4x + 4 = 3 \quad \therefore x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$x^3 - 2x^2 + 3x + 4$$

$$= (x + 2)(x^2 - 4x + 1) + 10x + 2$$

$$= 10x + 2$$

$$= 10(2 + \sqrt{3}) + 2$$

$$= 22 + 10\sqrt{3}$$

7. 정의역이 $\{x \mid x > -1\}$ 인 두 함수 $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$, $g(x) = \sqrt{3x+4} - 2$ 에 대하여 $(g \circ (f^{-1} \circ g)^{-1} \circ g)(4)$ 의 값을 구하면?

① -1

② $-\frac{3}{4}$

③ $\frac{1}{3}$

④ $\frac{2}{3}$

⑤ $\frac{5}{4}$

해설

$$\begin{aligned} & (g \circ (f^{-1} \circ g)^{-1} \circ g)(4) \\ &= (g \circ (g^{-1} \circ f) \circ g)(4) \\ &= ((g \circ g^{-1}) \circ f \circ g)(4) \\ &= (f \circ g)(4) \end{aligned}$$

이때, $g(4) = \sqrt{3 \cdot 4 + 4} - 2 = 2$ 이므로

구하는 값은 $f(g(4)) = f(2) = \frac{1}{3}$ 이다.

8. $0 < a < 1$ 이고 $x = a - \frac{1}{a}$ 일 때, $\sqrt{x^2 + 4} - \sqrt{x^2}$ 를 a 로 나타내면?

① $2a$

② $\frac{2}{a}$

③ $-\frac{2}{a}$

④ $-2a$

⑤ 0

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{x^2 + 4} - \sqrt{x^2} &= \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 4} - \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2} \\&= \sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2} - \left|a - \frac{1}{a}\right| \\&= \left(a + \frac{1}{a}\right) + \left(a - \frac{1}{a}\right) = 2a\end{aligned}$$

9. 함수 $y = \frac{x-3}{x-1}$ 과 $y = \sqrt{-x+k}$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만날 때, 실수 k 의 최솟값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

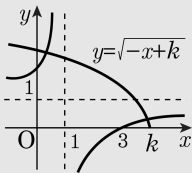
⑤ 5

해설

$y = \frac{x-3}{x-1} = \frac{-2}{x-1} + 1$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.

따라서, 주어진 분수함수의 그래프와 함수 $y = \sqrt{-x+k}$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나려면

$k \geq 3$ 이어야 하므로 k 의 최솟값은 3이다.



10. 두 함수 $y = \sqrt{x-1}$ 과 $y = mx$ 의 그래프가 만날 때, 실수 m 의 값의 범위는?

① $0 < m \leq \frac{1}{2}$

② $0 \leq m < \frac{1}{2}$

③ $0 \leq m \leq \frac{1}{2}$

④ $-\frac{1}{2} \leq m < 0$

⑤ $-\frac{1}{2} \leq m \leq 0$

해설

$y = \sqrt{x-1}$ 의 그래프는 $y = \sqrt{x}$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 1 만큼평행이동한 것이고

또 $y = mx$ 는 원점을 지나는 직선이다.
다음 그림에서 곡선과 직선이 접하기 위해서는

$mx = \sqrt{x-1}$ 이 중근을 가져야 한다.

즉 $m^2x^2 - x + 1 = 0$ 에서

$$D = 1 - 4m^2 = 0, \therefore m = \frac{1}{2} (\because m > 0)$$

또한 $m = 0$ 일 때는 곡선과 직선이 점 $(1, 0)$ 에서 만난다.

따라서 두 함수 $y = \sqrt{x-1}$ 과 $y = mx$ 의 그래프가 만나기 위한 m 의 값의 범위는

$$\therefore 0 \leq m \leq \frac{1}{2}$$

