

1. 다음 중 명제를 모두 고르면?

㉠ $2 + 2 = 4$	㉡ $x + 8 = x - 5$
㉢ $3x - 1 = 10$	㉣ $x + 2x > 6$

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡ ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉢, ㉣

해설

명제는 참, 거짓이 명확해야 한다.
㉠ 참, ㉡ 거짓
㉢, ㉣ 미지수 x 의 값에 따라 참이 되기도 하고 거짓이 되기도 하므로 명제가 아니다.

2. 다음 중 참인 명제는? (단, 문자는 모두 실수이다.)

- ① $a < b$ 이면 $a + c > b + c$
- ② $a < b$ 이면 $a - c > b - c$
- ③ $a < b$ 이고 $c > 0$ 이면 $ac > bc$
- ④ $a < b$ 이고 $c > 0$ 이면 $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$
- ⑤ $ac < bc$ 이면 $a > b$

해설

실수의 대소 관계에는 다음과 같은 성질이 있다.

- i) 임의의 두 실수 a, b 에 대하여 $a > b, a = b, a < b$ 중에서 어느 하나만이 성립한다.
 - ii) $a > b, b > c$ 이면 $a > c$
 - iii) $a > b$ 이면 $a \pm c > b \pm c$
 - iv) $a > b, c > 0$ 이면 $ac > bc$
 - v) $a > b, c < 0$ 이면 $ac < bc$
- 따라서 참인 것은 ④이다.

3. 전체집합 U 에서 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 할 때, 명제 $\sim p \rightarrow q$ 가 참일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? (단, $U \neq \emptyset$)

① $P^c \subset Q$

② $P \cap Q = \emptyset$

③ $P^c \cap Q^c = \emptyset$

④ $P \cap Q^c = Q^c$

⑤ $P \cup Q = U$

해설

$\sim p \rightarrow q$ 를 확인하기 위해 대우의 참, 거짓을 판별하거나 포함 관계를 본다.

$P^c \subset Q$ 이려면 $(P \cup Q)^c = \emptyset$ 이어야 한다.

$\therefore P \cup Q = U, P^c \cap Q^c = \emptyset$

$P \cap Q = \emptyset$ 는 알 수 없다.

4. 다음 중 명제 ' $x + y \geq 2$ 이고 $xy \geq 1$ 이면, $x \geq 1$ 이고 $y \geq 1$ 이다.' 가 거짓임을 보이는 반례는?

① $x = 1, y = \frac{1}{2}$

② $x = 100, y = \frac{1}{2}$

③ $x = 1, y = 1$

④ $x = 2, y = 4$

⑤ $x = -1, y = -5$

해설

$x + y \geq 2, xy \geq 1$ 는 만족하지만, $x \geq 1, y \geq 1$ 은 만족하지 않는 반례를 찾는다.

$\therefore x = 100, y = \frac{1}{2}$ 일 때, 거짓이다.

5. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 원소가 4개인 집합의 부분집합의 개수는 16개이다.
- ② 원소가 3개인 집합의 진부분집합의 개수는 7개이다.
- ③ 집합 $\{3, 6, 7\}$ 과 집합 $\{4, 5, 6\}$ 는 서로소이다.
- ④ 어떤 명제가 참이면 그 대우는 반드시 참이다.
- ⑤ 어떤 명제가 참이라고 해서 그 역이 반드시 참인 것은 아니다.

해설

- ① 부분집합의 개수 $= 2^n$ (n : 집합 원소의 개수)
- ② 진부분집합의 개수 $= 2^n - 1$
 $\therefore 2^3 - 1 = 7$ (참)
- ③ $A \cap B = \emptyset \Rightarrow A, B$ 는 서로소
 $\therefore \{3, 6, 7\} \cap \{4, 5, 6\} \neq \emptyset$ (거짓)
- ④ (참)
- ⑤ (참)

6. 조건 $x < 1$ 또는 $x > 2$ 의 부정은?

① $x < 1$ 그리고 $x > 2$

② $x \leq 1$ 또는 $x \geq 2$

③ $x \geq 1$ 또는 $x \leq 2$

④ $x \leq 1$ 그리고 $x \geq 2$

⑤ $1 \leq x \leq 2$

해설

$x < 1$ 또는 $x > 2$ 의 부정은 $1 \leq x \leq 2$ 이다.

7. 전체집합이 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① 조건 ' $x^2 - 6x + 8 = 0$ '의 진리집합은 $\{2, 3\}$ 이다.
- ② 조건 ' x 는 소수이다.'의 진리집합은 $\{1, 3, 5\}$ 이다.
- ③ 조건 ' x 는 4의 약수이다.'의 진리집합은 $\{0, 1, 2, 4\}$ 이다.
- ④ 조건 ' $0 \leq x < 4$ 이고 $x \neq 2$ 이다.'의 진리집합은 $\{0, 1, 3\}$ 이다.
- ⑤ 조건 ' x 는 6의 약수이다.'의 진리집합은 $\{1, 2, 3\}$ 이다.

해설

- ① $x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x-4) = 0 \Leftrightarrow x = 2$ 또는 $x = 4$
 , 따라서, 진리집합은 $\{2, 4\}$
- ② 소수는 2, 3, 5 이므로 진리집합은 $\{2, 3, 5\}$
- ③ 4의 약수는 1, 2, 4 이므로 진리집합은 $\{1, 2, 4\}$
- ④ $x = 0, 1, 2, 3$ 이고 $x \neq 2$ 이므로 진리집합은 $\{0, 1, 3\}$
- ⑤ 전체집합이 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이고 6의 약수는 1, 2, 3, 6 이므로 진리집합은 $\{1, 2, 3, 6\}$

8. 다음 중 항상 참이라고 할 수 없는 것은?

- ① 자연수 n 에 대하여, n^2 이 짝수이면 n 도 짝수이다.
- ② 자연수 n, m 에 대하여 $n^2 + m^2$ 이 홀수이면, nm 은 짝수이다.
- ③ 자연수 n 에 대하여, n^2 이 3의 배수이면, n 은 3의 배수이다.
- ④ a, b 가 실수일 때, $a + b\sqrt{2} = 0$ 이면, $a = 0$ 이다.
- ⑤ 두 실수 a, b 에 대하여, $a + b > 2$ 이면, $a > 1$ 또는 $b > 1$

해설

- ①, ③ : n^2 이 p 의 배수이면, n 은 p 의 배수이다. (참)
- ② : 대우는 ‘ nm 은 홀수이면 $n^2 + m^2$ 이 짝수이다.’ nm 은 홀수, 즉 n, m 모두 홀수이면 n^2, m^2 모두 홀수이므로 $n^2 + m^2$ 은 짝수이다.
∴ 주어진 명제는 참
- ④ 반례 : $a = 2\sqrt{2}, b = -1$
※ 주의) 주어진 명제가 참일 때는 a, b 가 유리수라는 조건일 때임을 명심해야 한다.
- ⑤ 대우 : $a \leq 1$ 그리고 $b \leq 1$ 이면 $a + b \leq 2$ (참)

9. 명제 ‘ $p(x)$ 이면 $q(x)$ 이다’가 참일 때, 두 집합 $P = \{x \mid p(x)\}$, $Q = \{x \mid q(x)\}$ 사이의 관계로 다음 중 옳은 것은?

- ① $Q \subset P$
- ② $Q^c \subset P$
- ③ $P \subset Q^c$
- ④ $P \cup Q = P$
- ⑤ $P \subset Q$

해설

‘ $p(x)$ 이면 $q(x)$ 이다.’가 참일 때, 즉, $p \Rightarrow q$ 이면 진리집합의 포함관계는 $P \subset Q$

10. 다음 중 ‘모든 평화고등학교 학생들은 평화시에 살고 있다.’의 부정인 명제를 고르면?
- ① 평화시에 살고 있지 않으면 평화고등학교 학생이 아니다.
 - ② 평화시에 사는 학생은 평화고등학교 학생이다.
 - ③ 모든 평화고등학교 학생들은 평화시에 살고 있지 않다.
 - ④ 평화시에 살고 있지 않은 평화고등학교 학생이 적어도 한명은 있다.
 - ⑤ 어떤 평화고등학교 학생들은 평화시에 살고 있다.

해설

모든 ~ 이다. : (부정) $\Rightarrow$ 어떤 ~ 아니다.
적어도 ~ 아니다.

11. 명제 ‘ x 가 4의 배수가 아니면 x 는 2의 배수가 아니다.’는 거짓이다.
다음 중에서 반례인 것은?

① $x = 1$

② $x = 12$

③ $x = 10$

④ $x = 8$

⑤ $x = 4$

해설

가정을 만족시키면서 결론을 만족시키지 않는 것이 반례가 된다.
즉, $x = 10$ 은 4의 배수가 아니지만 2의 배수가 되므로 반례로 적당하다.

12. 다음은 명제에 대한 설명이다. 옳은 것은?

- ① 어떤 명제가 참이면 그 역도 반드시 참이다.
- ② 어떤 명제가 참이면 그 명제의 대우도 참이다.
- ③ 어떤 명제의 역, 대우는 참, 거짓이 항상 일치한다.
- ④ 어떤 명제가 참이라고 해서 그 대우가 반드시 참인 것은 아니다.
- ⑤ 어떤 명제의 역의 역은 대우이다.

해설

명제가 참이면 그 명제의 대우도 항상 참이고, 명제가 거짓이면 그 명제의 대우도 항상 거짓이다.

13. 두 명제 ‘겨울이 오면 춥다.’ ‘눈이 오지 않으면 춥지 않다.’가 모두 참이라고 할 때, 다음 명제 중에서 반드시 참이라고 말할 수 없는 것은?
- ① 추우면 눈이 온다.
 - ② 눈이 오면 겨울이 온다.
 - ③ 눈이 오지 않으면 겨울이 오지 않는다.
 - ④ 춥지 않으면 겨울이 오지 않는다.
 - ⑤ 겨울이 오면 눈이 온다.

해설

명제가 참이면 대우도 참이다. 겨울이 오면 춥다. ⇔ 춥지 않으면 겨울이 오지 않는다.
눈이 오지 않으면 춥지 않다. ⇔ 추우면 눈이 온다. ⇒ 겨울이 오면 눈이 온다.
②에서 ‘눈이 오면 겨울이 온다’는 참, 거짓을 판별할 수 없다.

14. 다음은 임의의 자연수 n 에 대하여 『 n^2 이 홀수이면 n 도 홀수이다.』 임을 증명한 것이다. 위의 증명 과정에서 (가), (나) 안에 들어갈 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

주어진 명제의 (가)를 구해보면 『 n 이 짝수이면 n^2 도 짝수이다.』이 때, n 이 짝수이면 $n =$ (나) (단, k 는 자연수)
따라서 $n^2 = 4k^2 = 2(2k^2)$ 이므로 n^2 도 짝수이다.

- ① 대우, $2k$ ② 대우, $4k$ ③ 대우, $2k + 1$
④ 역, $2k + 1$ ⑤ 역, $4k^2$

해설

『 n^2 이 홀수이면 n 도 홀수이다.』의 대우는 『 n 이 짝수이면 n^2 도 짝수이다.』
∴ (가)-대우 n 이 짝수이면 $n = 2k$
∴ (나)- $2k$

15. p_n 이 다음과 같을 때, $f(p_n) = 1$ (p_n 이 명제이면) $f(p_n) = -1$ (p_n 이 명제가 아니면) 로 정의한다. 이 때, $f(p_1) + f(p_2) + f(p_3)$ 의 값을 구하면? (단, $n = 1, 2, 3$)

$p_1 : x^2 - x - 2 = 0$
 $p_2 : 16$ 의 양의 약수는 모두 짝수이다.
 $p_3 : \sqrt{3}$ 은 유리수이다.

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$f(p_n) = \begin{cases} 1 & (p_n \text{이 명제이다.}) \\ -1 & (p_n \text{이 명제가 아니다.}) \end{cases}$$

$p_1 : x^2 - x - 2 = 0 \rightarrow$ 명제가 아니다. ($\because x$ 값에 따라 참 일수도 거짓일수도 있다.)

$p_2 : \text{거짓}, p_3 : \text{거짓} \rightarrow$ 모두 거짓인 명제이다.

$$\therefore f(p_1) + f(p_2) + f(p_3) = (-1) + 1 + 1 = 1$$

16. ‘모든 중학생은 고등학교에 진학한다’의 부정인 명제는?

- ① 고등학교에 진학하는 중학생은 없다.
- ② 어떤 중학생은 고등학교에 진학한다.
- ③ 고등학교에 진학하지 않는 중학생도 있다.
- ④ 모든 중학생은 고등학교에 진학하지 않는다.
- ⑤ 어떤 중학생은 고등학교에 진학하지 않는다.

해설

부정이란 ‘ p 이면 q 이다’가 ‘ p 이면 q 가 아니다’이고, ‘모든’의 부정은 ‘어떤’이므로 ‘모든 중학생은(p) 고등학교에 진학한다(q)’의 부정은 ‘어떤 중학생은 고등학교에 진학하지 않는다’이다.

17. 다음 명제의 참, 거짓을 써라. (단, x, y 는 실수)
' $xy \neq 0$ 이면 $x \neq 0$ 또는 $y \neq 0$ 이다.'

▶ 답 :

▷ 정답 : 참

해설

대우가 참이면 주어진 명제도 참이다.

대우 : $x = 0, y = 0 \Rightarrow xy = 0$ (참)

18. 다음 중 거짓인 명제를 모두 고른 것은?

- ㉠ $xy > x + y > 4$ 이면 $x > 2, y > 2$ 이다.
- ㉡ $x > 1$ 이면 $x^2 > 1$ 이다.
- ㉢ $x + y = 0$ 이면 $x = 0$ 이고 $y = 0$ 이다.
- ㉣ $x = 1$ 이면 $x^2 = 1$ 이다.
- ㉤ $2x + 4 > 0$ 이면 $x > -2$ 이다.

해설

- ㉠ (반례) $x = 1.5, y = 10$ 이면 $xy > x + y > 4$ 이지만 $x < 2, y > 2$ 이므로 거짓이다.
- ㉢ (반례) $x = -1, y = 1$ 이면 $x + y = 0$ 이지만 $x \neq 0, y \neq 0$ 이므로 거짓이다.

19. 다음 중 참인 명제의 개수는?

- (가) 6의 배수는 2의 배수이다.
(나) 두 삼각형의 넓이가 같으면 합동이다.
(다) 소수는 모두 홀수이다.
(라) 평행사변형은 정사각형이다.
(마) 홀수의 집합은 덧셈에 대하여 닫혀 있다.
(바) 얼마나 아름다운 풍경인가?

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

- (가) 6의 배수의 집합은 2의 배수의 집합에 포함되므로 참이다.
(나) 두 삼각형의 넓이가 같아도 형태가 다를 수 있으므로 꼭 합동이 되지만은 않는다.
(다) 소수에는 2도 포함되므로 짝수도 있다.
(라) 정사각형의 집합이 평행사변형의 집합의 진부분집합이므로 거짓이다.
(마) 예를 들어 $3 + 5 = 8$ 즉, 짝수가 나오므로 닫혀있지 않다.
(바) 명제가 성립되지 않는다. ($\therefore$ 참, 거짓을 구분할 수 없다.)

20. 다음 조건을 p 라 할 때, 모든 실수 x 에 대하여 p 가 참인 것을 모두 고르면?

① $|x| = x$

② $x^2 = 1$

③ $(x-1)(x+1) = x^2 - 1$

④ $x^2 \geq 0$

⑤ $x^2 + 1 > 2x$

해설

- ① 모든 실수 x 에 대하여 $|x| = x$ (거짓)
 $x \geq 0$ 일 때 $|x| = x$, $x < 0$ 일 때 $|x| = -x$ 이다.
② 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 = 1$ (거짓)
 $x = \pm 1$ 일 때만 $x^2 = 1$ 이다.
③ 모든 실수 x 에 대하여 $(x-1)(x+1) = x^2 - 1$ (참)
④ 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 \geq 0$ (참)
⑤ 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 + 1 > 2x$ (거짓) $x^2 + 1 - 2x = (x-1)^2 \geq 0$ 이므로 $x \neq 1$ 인 x 에 대해서만 $x^2 + 1 > 2x$ 이다.

21. 두 조건 $p : |x - 2| \leq h$, $q : |x + 1| \leq 7$ 에 대하여 ‘ p 이면 q 이다.’가 참이 되도록 하는 h 의 최댓값을 구하여라. (단, $h \geq 0$)

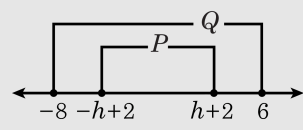
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$p : 2 - h \leq x \leq 2 + h$$

$$q : -8 \leq x \leq 6$$



$$-h + 2 \geq -8 \Leftrightarrow h \leq 10, h + 2 \leq 6 \Leftrightarrow h \leq 4$$

$$\therefore h \leq 4$$

$$\therefore n \text{의 최댓값은 } 4$$

22. 실수 x 에 대한 두 조건

$$p : |x - 2| < a \text{ (단, } a > 0 \text{)}$$
$$q : x < -3 \text{ 또는 } x > 1$$

에 대하여 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되기 위한 a 의 값의 범위를 $\alpha < a \leq \beta$ 라 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$|x - 2| < a$ 에서 $-a < x - 2 < a \therefore 2 - a < x < 2 + a \therefore$

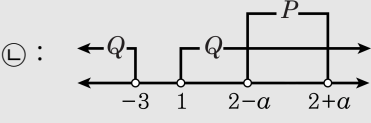
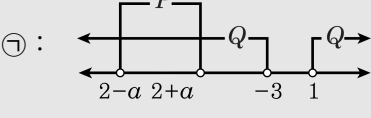
$P = \{x | 2 - a < x < 2 + a\}$, $Q = \{x | x < -3 \text{ 또는 } x > 1\}$

따라서 $P \subset Q$ 가 되려면 $2 + a \leq -3 \cdots \textcircled{1}$ 또는 $2 - a \geq 1 \cdots$

$\textcircled{2}$,

즉, $a \leq -5$ 또는 $a \leq 1$

그런데 $a > 0$ 이므로 구하는 a 의 범위는 $0 < a \leq 1$



$\therefore \alpha = 0, \beta = 1$

$\therefore \alpha + \beta = 1$

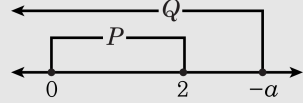
23. 실수 x 에 대한 두 조건 $p : 0 \leq x \leq 2$, $q : x + a \leq 0$ 이 있다. 명제 $p \rightarrow q$ 가 참일 때, a 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

p , q 를 만족하는 집합을 각각 P , Q 라 하면 $p \rightarrow q$ 가 참이므로 $P \subset Q$ 이다. $P = \{x | 0 \leq x \leq 2\}$, $Q = \{x | x \leq -a\}$

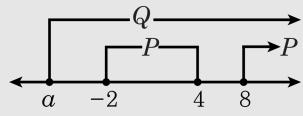


위의 그림에서 $P \subset Q$ 이라면 $2 \leq -a$, $a \leq -2$ 따라서 a 의 최댓값은 -2

24. 두 조건 $p: -2 \leq x \leq 4$ 또는 $x \geq 8$, $q: x \geq a$ 에 대하여 $p \Rightarrow q$ 일 때, a 의 최댓값은?

① -2 ② 0 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설



$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (P \subset Q)$ 이므로

$\therefore a \leq -2$, 최댓값 : -2

25. 실수 x 에 대하여 명제 ' $ax^2 + a^2x - 6 \neq 0$ 이면 $x \neq 2$ 이다.'가 참이기 위한 모든 실수 a 의 값의 합을 구하여라. (단, $a \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

주어진 명제가 참이므로 대우도 참이다.
즉, ' $x = 2$ 이면 $ax^2 + a^2x - 6 = 0$ 이다.'가 참이므로
 $4a + 2a^2 - 6 = 0$, $2a^2 + 4a - 6 = 0$,
 $a^2 + 2a - 3 = 0$, $(a + 3)(a - 1) = 0$
 $\therefore a = -3$ 또는 $a = 1$
따라서 a 의 값의 합은 $-3 + 1 = -2$

26. 양수 x 에 대하여 명제 ' $ax^2 - a^2x + 2 \neq 0$ 이면 $x \neq 1$ 이다.'가 참이기 위한 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

주어진 명제가 참이므로 대우도 참이다.

' $x = 1$ 이면 $ax^2 - a^2x + 2 = 0$ 이다.'가 참이므로

$$a - a^2 + 2 = 0, \quad a^2 - a - 2 = 0$$

$$(a + 1)(a - 2) = 0$$

$$\therefore a = -1 \text{ 또는 } a = 2$$

$$a > 0 \text{이므로 } a = 2$$

27. 명제 $p \rightarrow q$ 가 참일 때, $p \Rightarrow q$ 로 나타내기로 한다. 명제 p, q, r, s 가 다음의 조건을 만족할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

$\neg p \Rightarrow q$	$\neg r \Rightarrow \neg q$
$s \Rightarrow p$	$\neg s \Rightarrow \neg q$

- ① $s \Rightarrow p$
- ② $p \Rightarrow r$
- ③ $r \Rightarrow s$
- ④ $q \Rightarrow p$
- ⑤ $p \Rightarrow s$

해설

네 명제 p, q, r, s 를 정리하면
 $p \Rightarrow q, q \Rightarrow r, s \Rightarrow p, q \Rightarrow s$
즉, $p \Rightarrow q \Rightarrow r, p \Rightarrow q \Rightarrow s$ 이므로
옳지 않은 것은 ③이다.

28. 자연수 n 에 대하여 $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times 2 \times 1$ 로 정의된다. 예를 들어, $1! = 1$, $2! = 2 \times 1$, $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$ 이다. 전체집합 $U = \{x \mid x = n! \text{ (} n, x \text{는 자연수)}\}$ 에서 두 조건 p, q 가 각각 p : 일의 자리가 0인수, q : 자리수가 네 자리 이상인 수 일 때, 조건 ‘ p 이고 $\sim q$ ’를 만족하는 집합의 원소의 개수는?

- ① 0개
- ② 1개
- ③ 2개
- ④ 3개
- ⑤ 4개

해설

‘ p 이고 $\sim q$ ’ $\Rightarrow P \cap Q^c = P - Q$
i) 일의 자리가 0인 수 중 네자리 미만인 수의 일의 자리가 0
이기 위해서는 인수로 2, 5를 가져야 한다.
 $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$
ii) $6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$

29. 두 조건 $p: |x-k| \leq 1$, $q: -7 \leq x \leq 3$ 에서 명제 $p \rightarrow q$ 가 참일 때, k 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

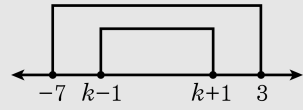
① -12 ② -4 ③ 8 ④ 4 ⑤ 12

해설

$$p: |x-k| \leq 1 \text{에서 } -1 \leq x-k \leq 1$$

$$\therefore k-1 \leq x \leq k+1 \cdots \text{㉠}$$

$p \rightarrow q$ 가 참이면 ㉠이 $q: -7 \leq x \leq 3$ 에 포함되어야 한다.
수직선에 나타내면



$$k-1 \geq -7 \therefore k \geq -6$$

$$k+1 \leq 3 \therefore k \leq 2$$

따라서 k 의 최솟값은 -6, k 의 최댓값은 2 이다.

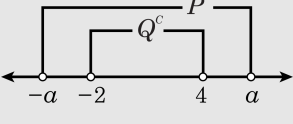
$$\therefore -6 + 2 = -4$$

30. 두 조건 p, q 가 $p : |x| < a, q : |x - 1| \geq 3$ 과 같이 주어져 있다. 명제 $\sim p \rightarrow q$ 가 참일 때, 양수 a 의 범위를 구하면?

- ① $0 < a \leq 4$
- ② $a > 4$
- ③ $a \geq 4$
- ④ $a > 2$
- ⑤ $2 \leq a \leq 4$

해설

$$\sim p \rightarrow q \Rightarrow \sim q \rightarrow p \Rightarrow Q^c \subset P$$
$$P = \{x \mid -a < x < a\}$$
$$Q = \{x \mid x \leq -2 \text{ 또는 } x \geq 4\}$$
$$Q^c = \{x \mid -2 < x < 4\}$$



$$-a \leq -2 \rightarrow a \geq 2, a \geq 4$$
$$\therefore a \geq 4$$

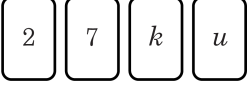
31. 네 개의 조건 p, q, r, s 에 대하여 $q \Rightarrow \sim s, \sim r \Rightarrow p$ 라 한다. 이로부터 $s \Rightarrow r$ 라는 결론을 얻기 위해 다음 중 필요한 것은?

- ① $p \Rightarrow q$
- ② $p \Rightarrow \sim r$
- ③ $r \Rightarrow q$
- ④ $r \Rightarrow s$
- ⑤ $\sim s \Rightarrow q$

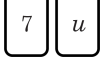
해설

$$q \rightarrow \sim s, \sim r \rightarrow p$$
$$s \rightarrow \sim q, \sim p \rightarrow r$$
$$\therefore \sim q \rightarrow \sim p \Rightarrow p \rightarrow q$$

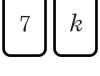
32. 한쪽 면에는 숫자, 다른 쪽 면에는 영문자가 쓰여진 카드가 다음 규칙을 만족한다. ‘카드의 한쪽 면에 홀수가 적혀 있으면 다른 쪽 면에는 자음이 적혀 있다.’ 탁자 위에 그림과 같이 놓인 카드 4장이 위 규칙에 맞는 카드인지 알기 위해 다른 쪽 면을 반드시 확인해야 할 필요가 있는 것은?



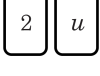
㉠



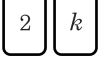
㉡



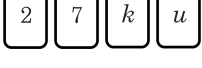
㉢



㉣



㉤



해설

주어진 규칙의 대우는 ‘한 쪽 면에 모음이 적혀 있으면 다른 쪽 면에는 짝수가 적혀있다.’이다. 따라서 홀수가 적혀있는 카드와 모음이 적혀 있는 카드만 확인하면 된다.

33. 다음은 명제 ‘정수 x, y, z 에 대하여 $x^2 + y^2 = z^2$ 이면 x, y, z 중 적어도 하나는 3의 배수이다.’가 참임을 대우를 이용하여 증명한 것이다. (가) ~ (마)에 들어갈 말로 틀린 것은?

주어진 명제의 대우인 ‘정수 x, y, z 에 대하여 x, y, z 가 모두 3의 배수가 아니면 (가)이다.’가 참임을 증명해 보자.
 x, y, z 가 모두 3의 배수가 아니면,
 x, y, z 는 각각 $x = 3l \pm 1, y = 3m \pm 1, z = 3n \pm 1$ (l, m, n 은 정수)로 나타낼 수 있다.
이때,
$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= (3l \pm 1)^2 + (3m \pm 1)^2 \\ &= 9l^2 \pm 6l + 1 + 9m^2 \pm 6m + 1 \\ &= 9(l^2 + m^2) \pm 6(l + m) + 2 \end{aligned}$$

또는
$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= (\text{나}) \\ &= (\text{다}) \\ &= 9(l^2 + m^2) \pm 6(l - m) + 2 \end{aligned}$$

한편,
$$z^2 = (3n \pm 1)^2 = 9n^2 \pm 6n + 1$$

따라서, $x^2 + y^2 \neq z^2$ 이므로 주어진 명제의 대우는 (라)이다.
그러므로 주어진 명제 ‘ $x^2 + y^2 = z^2$ 이면 x, y, z 중 적어도 하나는 3의 배수이다.’는 (마)이다.

- ① (가) $x^2 + y^2 \neq z^2$
- ② (나) $(3l \pm 1)^2 + (3m \pm 1)^2$
- ③ (다) $9l^2 \pm 6l + 1 + 9m^2 \mp 6m + 1$
- ④ (라) 참
- ⑤ (마) 참

해설
 $x^2 + y^2$ 는 $(3l \pm 1)^2 + (3m \pm 1)^2$ 또는 $(3l \pm 1)^2 + (3m \mp 1)^2$