

1. 자연수 a, b 에 대하여 $2^2 \times 5 \times a = b^2$ 을 만족하는 b 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$2^2 \times 5 \times a = b^2$ 을 만족하려면 $2^2 \times 5 \times a$ 를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수 b 의 최솟값은 $a = 5$ 일 때 $2 \times 5 = 10$ 이다.

2. 자연수 $2^2 \times 3 \times 5^2$ 의 약수 중에서 두 번째로 큰 수는?

① $2^2 \times 3^2 \times 5^2$

② $2 \times 3 \times 5^2$

③ $2^2 \times 3 \times 5^2$

④ $2 \times 3^2 \times 5^2$

⑤ $2^2 \times 5^2$

해설

$2^2 \times 3 \times 5^2$ 의 약수 중 가장 큰 수는 $2^2 \times 3 \times 5^2$, 두 번째로 큰 수는 $2 \times 3 \times 5^2$

3. 10 이하의 자연수 중에서 4 와 서로소인 자연수의 개수는?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

10 이하의 자연수 중에서 4 와 서로소인 자연수는

1, 3, 5, 7, 9

따라서 서로소인 자연수의 개수는 5

4. 두 수 30, 75의 공약수가 x 의 약수라 할 때, x 의 값을 구하면?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

구하고자 하는 x 는 30과 75의 최대공약수와 같다.

$30 = 2 \times 3 \times 5$, $75 = 3 \times 5^2$ 이므로

30과 75의 최대공약수는 $3 \times 5 = 15$ 이다.

$\therefore x = 15$

5. 공책 27 권, 지우개 38 개, 연필 64 자루를 되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어주려고 하였더니 공책은 3 권 남고, 지우개는 2 개가 남고, 연필은 4 자루가 남았다. 학생은 모두 몇 명인지 구하여라.

▶ 답: 명

▷ 정답: 12명

해설

학생 수는 $27 - 3 = 24$, $38 - 2 = 36$, $64 - 4 = 60$ 의 최대공약수
이므로

$$24 = 2^3 \times 3, 36 = 2^2 \times 3^2, 60 = 2^2 \times 3 \times 5 \text{ 에서}$$

$$\text{최대공약수는 } 2^2 \times 3 = 12$$

$$\therefore 12 \text{ 명}$$

6. 다음 설명 중 옳지 않은 것을 고른 것은?

- ㉠ 정수는 자연수, 0, 음의 정수로 이루어져 있다.
- ㉡ 0은 양수도 음수도 아니다.
- ㉢ 양의 유리수와 음의 유리수를 통틀어 유리수라고 한다.
- ㉣ 유리수는 분모가 0이 아닌 분수의 꼴로 나타낼 수 있는 수를 말한다.

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

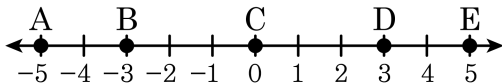
④ ㉣

⑤ ㉢, ㉣

해설

㉢ 양의 유리수, 0, 음의 유리수를 통틀어 유리수라고 한다.

7. 다음 수직선 위에 표시된 수의 절댓값을 잘못 표시한 것은? (정답 2개)



① A : -5

② B : -3

③ C : 0

④ D : 3

⑤ E : 5

해설

A의 좌표는 -5 이므로 절댓값은 5 를 의미한다.

B의 좌표는 -3 이므로 절댓값은 3 를 의미한다.

C의 좌표는 0 이므로 절댓값은 0 을 의미한다.

D의 좌표는 3 이므로 절댓값은 3 을 의미한다.

E의 좌표는 5 이므로 절댓값은 5 를 의미한다.

8. 다음 중 옳지 않은 것은?(정답 2개)

- ① 절댓값이 같고 부호가 다른 두 수의 합은 0 이다.
- ② $x > 0, y < 0$ 일 때, $|x| > |y|$ 이다.
- ③ 수직선에서 왼쪽으로 갈수록 절댓값이 작아진다.
- ④ 0 의 절댓값은 0 뿐이다.
- ⑤ -5 의 절댓값과 같은 수가 수직선 위에 존재한다.

해설

- ① 절댓값이 같고 부호가 다른 두 수의 합은 0 이다.
예를 들어 2와 -2는 절댓값이 같고 부호가 다른 두 수이므로 이 두 수의 합은 0 이 된다.
- ② $x > 0, y < 0$ 이면서 $|x| < |y|$ 인 예를 들어보자.
예를 들어서 $x = 3, y = -4$ 라고 한다면 $|x| < |y|$ 가 성립한다.
그러므로 $x > 0, y < 0$ 이라고 해서 $|x| > |y|$ 인 것은 아니다.
- ③ 음수의 경우, 수직선에서 왼쪽으로 갈수록 수가 작아지지만 절댓값은 커진다.
- ④ 0 의 절댓값은 0 하나뿐이다.
- ⑤ -5 의 절댓값은 5 이다. 이와 같은 수가 수직선 위에 존재한다.

9. 네 유리수 $-\frac{5}{2}$, 3, -2, $\frac{7}{3}$ 중에서 서로 다른 세 수를 뽑아 곱할 때, 결과가 가장 큰 수는?

① -14

② $-\frac{35}{2}$

③ $\frac{35}{3}$

④ 15

⑤ 21

해설

$$3 \times (-2) \times \left(-\frac{5}{2}\right) = 15$$

10. 다음 중 계산 결과가 나머지 넷과 다른 것은?

① $(-9) \div (+3)$

② $\left(+\frac{2}{3}\right) \div \left(-\frac{2}{9}\right)$

③ $\left(+\frac{6}{5}\right) \div \left(-\frac{2}{5}\right)$

④ $\left(+\frac{14}{5}\right) \div (-7) \div \left(-\frac{2}{5}\right)$

⑤ $\left(+\frac{3}{5}\right) \div \left(-\frac{1}{10}\right) \div (+2)$

해설

① $(-9) \div (+3) = -3$

② $\left(+\frac{2}{3}\right) \div \left(-\frac{2}{9}\right) = -3$

③ $\left(+\frac{6}{5}\right) \div \left(-\frac{2}{5}\right) = -3$

④ $\left(+\frac{14}{5}\right) \div (-7) \div \left(+\frac{2}{5}\right) = -1$

⑤ $\left(+\frac{3}{5}\right) \div \left(-\frac{1}{10}\right) \div (+2) = -3$

11. $\left(-\frac{5}{6}\right) \div \left(-\frac{10}{3}\right) \times \frac{12}{17}$ 를 계산하면?

① $\frac{1}{17}$

② $\frac{2}{17}$

③ $\frac{3}{17}$

④ $\frac{4}{17}$

⑤ $\frac{5}{17}$

해설

$$\left(-\frac{5}{6}\right) \times \left(-\frac{3}{10}\right) \times \frac{12}{17} = \frac{1}{4} \times \frac{12}{17} = \frac{3}{17}$$

12. 다음 중 거듭제곱의 표현으로 옳은 것은?

① $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 4^2$

② $6 \times 6 = 2^6$

③ $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 6^3$

④ $5 + 5 + 5 + 5 = 4^5$

⑤ $\frac{3 \times 3 \times 3}{4 \times 4 \times 4} = \frac{3^3}{4^3}$

해설

① $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$

② $6 \times 6 = 6^2$

③ $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^3$

④ $5 + 5 + 5 + 5 = 20$

13. 10 이하의 자연수 중 약수의 개수가 3개 이상인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

약수의 개수가 3 개 미만인 수는 1과 소수이다.

10 이하의 소수는 2, 3, 5, 7 4개이므로 약수의 개수가 3개 이상인 수는 $10 - 4 - 1 = 5$ 개이다.

14. 180의 소인수와 220의 소인수 중 공통인 소인수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 2 개

해설

$$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5 ,$$

$$220 = 2^2 \times 5 \times 11 \text{ 이므로}$$

180의 소인수는 2, 3, 5 ,

220의 소인수는 2, 5, 11 이므로

공통인 소인수는 2, 5 이므로 2개이다.

15. $540 \times a = b^2$ 일 때, a 의 값 중 두 번째로 작은 수는? (단, a, b 는 자연수)

① 24

② 38

③ 56

④ 60

⑤ 72

해설

$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$ 이므로 곱할 수 있는 수는 $3 \times 5 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.

따라서, 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는

$3 \times 5 \times 1^2 = 15$ 이고,

곱할 수 있는 두 번째 작은 자연수는

$3 \times 5 \times 2^2 = 60$ 이다.

16. 두 수 $2^2 \times 3^3$ 과 A 의 최대공약수가 $2^2 \times 3^2$, 최소공배수가 $2^3 \times 3^3 \times 7$ 일 때, 자연수 A 의 값은?

① 500

② 502

③ 504

④ 506

⑤ 508

해설

$$A \times 2^2 \times 3^3 = 2^2 \times 3^2 \times 2^3 \times 3^3 \times 7$$

$$\therefore A = 504$$

17. 두 자연수의 곱이 540 이고 최대공약수가 6 일 때, 최소공배수는?

① 40

② 50

③ 60

④ 80

⑤ 90

해설

(두 수의 곱) = (최대공약수) $\times$ (최소공배수) 이므로

$$540 = 6 \times (\text{최소공배수})$$

따라서 최소공배수는 90 이다.

18. 수직선 위에서 두 수 a, b 에 대응하는 두 점 사이의 거리가 8 이고 두 점의 한 가운데에 있는 점이 나타내는 수가 2 일 때 a 의 값을 구하여라.
(단, $b > a$)

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

a, b 두 점의 한 가운데에 있는 점이 2 일 때, 두 점 사이의 거리가 8 이므로 2를 기준점으로 오른쪽으로 4 만큼 이동한 점과 왼쪽으로 4 만큼 이동한 점이 된다. 여기에서 $b > a$ 이므로 b 는 2 에서 오른쪽으로 4 만큼 이동한 점이다. 즉, b 는 6 이다. a 는 2 에서 왼쪽으로 4 만큼 이동한 점이므로 -2 이다.

19. 두 수의 절댓값이 같고, $x > y$ 이다. 수직선에서 x, y 을 나타내는 두 점 사이의 거리가 $\frac{13}{2}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{13}{4}$

해설

$$|x| = |y|, |x| + |y| = \frac{13}{2}$$

$$|x| = |y| = \frac{13}{4}$$

$$\therefore x = \frac{13}{4}, y = -\frac{13}{4}$$

20. $\square + 2$ 의 절댓값이 7일 때, $\square$ 의 값에 해당하는 수를 더한 것으로
바른 것은?

① -4

② -2

③ 2

④ 4

⑤ 6

해설

절댓값이 7인 두 수는 $+7, -7$ 이다.

$$\square + 2 = +7 \text{ 일 때, } \square = +5$$

$$\square + 2 = -7 \text{ 일 때, } \square = -9$$

$$+5 + (-9) = -4$$

21. 다음 □ 안에 들어갈 부등호의 방향이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $-10 \square -8$

② $-0.5 \square 0$

③ $-1.5 \square -\frac{1}{2}$

④ $\frac{12}{5} \square \left| -\frac{4}{3} \right|$

⑤ $\left| -\frac{3}{5} \right| \square \left| -\frac{9}{4} \right|$

해설

$$\textcircled{4} \quad \frac{12}{5} = 2.4 > \left| -\frac{4}{3} \right| = \frac{4}{3} = 1.33 \dots$$

이고 ①, ②, ③, ⑤의 부등호의 방향은 $<$ 이다.

22. 다음 조건을 만족하는 서로 다른 정수 a, b, c 를 큰 순서로 나열하여라.

- a 는 b 보다 크지 않다.
- a 와 c 의 부호는 다르다.
- c 는 -1 보다 크지 않다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : b

▷ 정답 : a

▷ 정답 : c

해설

- a 는 b 보다 크지 않다. $\Rightarrow a \leq b$
- a 와 c 의 부호는 다르다. $\Rightarrow a \times c < 0$
- c 는 -1 보다 크지 않다. $\Rightarrow c \leq -1$

c 는 음수 이므로 a 는 양수이고 a, b 는 서로 다른 정수이므로
같을 수 없다.

23. 두 유리수 -0.5 와 $\frac{5}{3}$ 사이에 있는 분수 중 분모가 6 인 기약분수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

-0.5 와 $\frac{5}{3}$ 를 분수로 나타내면 다음과 같다.

$$-0.5 = -\frac{5}{10} = -\frac{1}{2} = -\frac{3}{6}$$

$$\frac{5}{3} = \frac{10}{6}$$

이 때, 위의 두 유리수 사이에 있으며, 분모가 6인, 정수가 아닌 유리수를 모두 써보면 다음과 같다.

$$-\frac{2}{6}, -\frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6}, \frac{7}{6}, \frac{8}{6}, \frac{9}{6}$$

이 중에서 기약분수인 것을 모두 골라보면 $-\frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{5}{6}, \frac{7}{6}$ 이므로,
4 개 이다.

24. 일교차가 큰 날은 감기에 걸리기 쉽다고 한다. 다음 중 감기에 걸리기 가장 좋은 날을 구하여라.

	㉠	㉡	㉢	㉣	㉤
날씨	1/10	3/8	6/10	8/12	11/6
최고기온(℃)	-3	17	27	34	18
최저기온(℃)	-18	-2	13	12	-1

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉣

해설

각 지역의 일교차를 구해보면

$$\text{㉠ } 1/10 : (-3) - (-18) = 15 ,$$

$$\text{㉡ } 3/8 : (+17) - (-2) = 19 ,$$

$$\text{㉢ } 6/10 : (+27) - (+13) = 14 ,$$

$$\text{㉣ } 8/12 : 34 - 12 = 22 ,$$

$$\text{㉤ } 11/6 : (+18) - (-1) = 19 \text{ 이다.}$$

따라서 일교차가 가장 큰 날은 8/12 일이다.

25. 1부터 100까지의 자연수 중에서 2, 3, 4로 나누었을 때 그 나머지가 각각 1, 2, 3이 되는 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8개

해설

2, 3, 4로 나누었을 때 그 나머지가 1, 2, 3이 되는 수는
(2, 3, 4로 나누어 떨어지는 수) - 1 이므로
(2, 3, 4의 최소공배수인 12의 배수) - 1 을 1 부터 100까지의 자연수 중에서 구하면 $12-1=11$, $24-1=23$, $\dots$, $12 \times 8 - 1 = 95$ 까지 8개이다.

26. $\frac{a}{5}$ 의 절댓값이 1보다 작게 되는 정수 a 의 값은 모두 몇 개인가?

① 3개

② 4개

③ 7개

④ 8개

⑤ 9개

해설

$$\left| \frac{a}{5} \right| < 1 \Rightarrow -1 < \frac{a}{5} < 1, \quad -5 < a < 5$$

$$\therefore a = -4, -3, \dots, 3, 4 \text{ (9개)}$$

27. 3 이하의 분모가 4 인 기약분수 중 가장 큰 수는 A , $-\frac{7}{3}$ 이상의 분모가 6 인 기약분수 중 가장 작은 수는 B 라 할 때, $A + B$ 의 값은?

① $+\frac{1}{2}$

② $+\frac{7}{12}$

③ $+0.6$

④ -1.8

⑤ $-\frac{2}{3}$

해설

$$A = \frac{a}{4}, B = \frac{b}{6} \text{ 라 하면,}$$

$$A = \frac{a}{4} \leq \frac{12}{4} \text{ 이므로 } a = 11$$

$$\therefore A = +\frac{11}{4}$$

$$B = \frac{b}{6} \geq -\frac{14}{6} \text{ 이므로 } b = -13$$

$$\therefore B = -\frac{13}{6}$$

$$\therefore \left(+\frac{11}{4}\right) + \left(-\frac{13}{6}\right) = +\frac{7}{12}$$

28. 어떤 유리수에 $-\frac{4}{3}$ 를 더하고 $\frac{3}{8}$ 을 빼야 하는데 $\frac{4}{3}$ 를 빼고 $-\frac{3}{8}$ 을 더했더니 -1.125 가 나왔다. 바르게 계산한 답을 구하면?

① $-\frac{11}{8}$

② $-\frac{17}{12}$

③ $-\frac{35}{24}$

④ $-\frac{3}{2}$

⑤ $-\frac{9}{8}$

해설

$$a - \frac{4}{3} + \left(-\frac{3}{8}\right) = -1.125 = -\frac{9}{8}$$

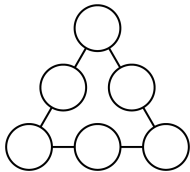
$$a - \frac{32}{24} - \frac{9}{24} = -\frac{27}{24}$$

$$a = -\frac{27}{24} + \frac{32}{24} + \frac{9}{24} = \frac{14}{24} = \frac{7}{12}$$

바르게 계산한 결과는

$$\frac{7}{12} + \left(-\frac{4}{3}\right) - \frac{3}{8} = \frac{14 - 32 - 9}{24} = -\frac{9}{8}$$

29. 다음 그림과 같은 삼각형 모양이 있다. ○ 안에 -2 부터 3 까지의 숫자를 한 번씩 넣는데, 삼각형의 한 변에 해당하는 세 수의 합이 모두 같게 하려고 한다. 삼각형의 한 변의 합이 가장 클 때와 가장 작을 때의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

한 변의 합이 가장 작은 경우는 꼭짓점에 있는 세수가 가장 작을 때이므로 꼭짓점이 -2 , -1 , 0 을 차례로 넣고 빈칸을 차례로 채우면 한 변의 합이 0 이 된다. 또, 한 변의 합이 가장 큰 경우는 꼭짓점에 있는 세 수가 가장 클 때이므로 꼭짓점에 1 , 2 , 3 을 차례로 넣고 빈칸을 채우면 한 변의 합이 3 이 된다.

30. $(-1)^1 + (-1)^2 + (-1)^3 + (-1)^4 + \cdots + (-1)^{10}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$(-1)^1 = (-1)^3 = (-1)^5 = (-1)^7 = (-1)^9 = -1$$

$$(-1)^2 = (-1)^4 = (-1)^6 = (-1)^8 = (-1)^{10} = 1$$

$$\therefore -1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 = 0$$

31. 다음 중 그 값이 가장 큰 것은? (단, $x > 0$, $y < 0$)

㉠ $x \times y + y$

㉡ $x \times x \times y$

㉢ $-3 \times x \times y$

㉣ $(-3) \times x \times x \times y \times y$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉣

⑤ 알 수 없다.

해설

㉠ $xy + y \Rightarrow xy < 0, y < 0$ 이므로 $xy + y < 0$

㉡ $x^2y \Rightarrow x^2 > 0, y < 0$ 이므로 $x^2y < 0$

㉢ $-3xy \Rightarrow -3 < 0, x > 0, y < 0$ 이므로 $-3xy > 0$

㉣ $(-3)x^2y^2 \Rightarrow -3 < 0, x^2 > 0, y^2 > 0$ 이므로 $-3x^2y^2 < 0$

32. 2와 5를 소인수로 가지는 어떤 자연수 n 에 대하여 $2n$ 의 약수의 개수는 25개, $5n$ 의 약수의 개수는 24개이다. 이 때, $100n$ 의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 42 개

해설

$n = 2^a \times 5^b$ 이라 두면,

$$2n = 2^{a+1} \times 5^b \rightarrow (a+2) \times (b+1) = 25$$

$$5n = 2^a \times 5^{b+1} \rightarrow (a+1) \times (b+2) = 24$$

$$\rightarrow a = 3, b = 4,$$

$$100n = 2^{3+2} \times 5^{4+2},$$

$$\therefore 100n \text{의 약수의 개수} = 6 \times 7 = 42(\text{개})$$

33. 어떤 교차로의 신호등 A는 10초 동안 켜져 있다가 2초 동안 꺼지고, 신호등 B는 12초 동안 켜져 있다가 3초 동안 꺼지며, 신호등 C는 14초 동안 켜져 있다가 4초 동안 꺼진다. 이 세 신호등이 동시에 켜진 후 다시 처음으로 동시에 켜지기까지는 몇 초가 걸리겠는가?

① 90 초

② 180 초

③ 210 초

④ 360 초

⑤ 420 초

해설

10 + 2, 12 + 3, 14 + 4의 최소공배수는 180이므로
180초 후에 다시 처음으로 동시에 켜진다.

34. $\left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{100}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{99}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{98}\right) \times \cdots \times$
 $\left(1 - \frac{1}{50}\right) \left(1 - \frac{1}{51}\right)$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{100}$

해설

$$\begin{aligned} & \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{100}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{99}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{98}\right) \times \\ & \cdots \times \left(1 - \frac{1}{50}\right) \left(1 - \frac{1}{51}\right) \\ &= \left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \cdots \times \frac{49}{50}\right) \\ & \times \left(\frac{99}{100} \times \frac{98}{99} \times \frac{97}{98} \times \cdots \times \frac{50}{51}\right) \\ &= \frac{1}{50} \times \frac{50}{100} \\ &= \frac{1}{100} \end{aligned}$$

35. $a \leq |4|$, $b \leq |4|$ 인 두 정수 a, b 에 대하여 $a - b > 0$, $ab < 0$ 이고, $|a - b| \leq 2$ 를 만족할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$a - b > 0$, $ab < 0$ 이므로 $a > 0$, $b < 0$ 이다.

$|a - b| \leq 2$ 를 만족하는 $|a - b|$ 의 값은 0, 1, 2 이고 이때 a, b 의 값을 구해 보면,

$(a, b) = (1, -1)$ 이다.

$\therefore a + b = 0$