

1. 방정식 $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 11 = 0$ 은 어떤 도형을 나타내는가?

- ① 중심이 (2, 1) 이고 반지름의 길이가 1 인 원
- ② 중심이 (2, -1) 이고 반지름의 길이가 2 인 원
- ③ 중심이 (-2, 1) 이고 반지름의 길이가 2 인 원
- ④ 중심이 (2, -1) 이고 반지름의 길이가 4 인 원
- ⑤ 중심이 (-2, 1) 이고 반지름의 길이가 4 인 원

해설

$x^2 + y^2 - 4x + 2y - 11 = 0$
 $\Rightarrow (x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 16$
 $\therefore$ 중심은 (2, -1) 이고,
반지름은 4 이다.

2. 두 원 $x^2 + y^2 - x + 2y - 3 = 0$, $2x^2 + 2y^2 - 6x + ay - 2 = 0$ 의 공통현이 직선 $y = -3x - 1$ 과 직교할 때, 상수 a 의 값은?

- ① 1
- ② 2
- ③ 4
- ④ 8
- ⑤ 16

해설

두 원의 공통현의 방정식은
 $2(x^2 + y^2 - x + 2y - 3) - (2x^2 + 2y^2 - 6x + ay - 2) = 0$
즉, $4x + (4 - a)y - 4 = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$
직선 $\textcircled{1}$ 과 직선 $y = -3x - 1$ 은 직교하므로
 $\frac{-4}{4 - a} \times (-3) = -1$ 에서 $a = 16$

3. 다음 중 집합이 될 수 없는 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① { x 는 10보다 큰 수}
- ② 과일의 모임
- ③ 몸무게가 40kg 이상인 사람들의 모임
- ④ 9 와 비슷한 숫자들의 모임
- ⑤ 기분 좋은 날짜들의 모임

해설

‘비슷한’, ‘기분 좋은’ 은 정확한 기준이 될 수 없다. 그러므로 집합이 될 수 없다.

4. ‘아름다운 대한민국’이라는 문장 속에서 자음의 집합을 A , 모음의 집합을 B 라고 할 때, $n(A) - n(B)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$A = \{ \text{ㅇ, ㄹ, ㅁ, ㄷ, ㄴ, ㅎ, ㄱ} \}$ 이므로 $n(A) = 7$
 $B = \{ \text{ㅏ, ㅑ, ㅓ, ㅕ, ㅗ} \}$ 이므로 $n(B) = 5$
따라서 $n(A) - n(B) = 7 - 5 = 2$ 이다.

5. 다음 중 집합 {1, 2, 4}의 진부분집합인 것을 모두 구하여라.

- ㉠ $\emptyset$
- ㉡ {1, 2}
- ㉢ $\{x \mid x \text{는 } 4\text{의 약수}\}$
- ㉣ $\{x \mid x \text{는 } 5\text{보다 작은 자연수}\}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

해설

{1, 2, 4}의 진부분집합은 {1, 2, 4}의 부분집합 중 {1, 2, 4}를 제외한 나머지 부분집합이다.

㉢ $\{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 4\}$ 이다. 진부분집합은 자신을 제외한 것이므로 진부분집합이 아니다.

㉣ $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 자연수}\} = \{1, 2, 3, 4\}$ 이다. 따라서 {1, 2, 4}의 부분집합이 아니다.

6. $A = \{a, b, c, d, e\}$ 에서 원소 a 를 포함하고 b 는 포함하지 않은 부분집합의 개수는?

① 4개 ② 7개 ③ 8개 ④ 9개 ⑤ 16개

해설

$$2^{5-1-1} = 2^3 = 8(\text{개})$$

7. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 32 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(A \cap B)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$A = \{1, 2, 4, 8, 16, 32\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 일 때, 집합 A 에도 속하고 B 에도 속하는 원소를 구하면 된다.

$A \cap B = \{1, 2, 4\}$ 이므로 $n(A \cap B) = 3$ 이다.

8. 전체집합 U 의 부분집합 A, B 에 대하여 다음 중 $(A^c - B)^c$ 과 같은 집합은?

① $A \cup B$

② $A \cap B$

③ $A^c \cap B$

④ $(A \cup B)^c$

⑤ $(A \cap B)^c$

해설

$$(A^c - B)^c = (A^c \cap B^c)^c = (A \cup B)$$

9. 집합 $U = \{x \mid 1 \leq x \leq 30, x \text{는 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $A - B$ 의 원소의 개수는?

① 2개 ② 3개 ③ 5개 ④ 7개 ⑤ 8개

해설

$A - B = A \cap B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\} = \{6, 12, 18, 24, 30\}$
 $\therefore 5 \text{개}$

10. 세 점 $(0, 0)$, $(2, 0)$, $(1, 1)$ 을 지나는 원의 방정식이 $(x-a)^2+(y-b)^2 = r^2$ (단, $r > 0$) 라고 할 때, $a+b+r$ 의 값을 구하면?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

구하는 원의 방정식을
 $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ 으로 놓는다.
세 점 $(0, 0)$, $(2, 0)$, $(1, 1)$ 은
 $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$
위의 점이므로 등식이 성립한다.
따라서 세 점을 대입한 식을 연립시키면
구하는 원의 방정식은 $x^2 + y^2 - 2x = 0$ 이다.
 $x^2 + y^2 - 2x = 0$ 을 정리하면
 $(x - 1)^2 + y^2 = 1$ 이다.
따라서 $a = 1$, $b = 0$, $r = 1$ 이므로
 $a + b + r = 2$ 이다.

11. 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x + 1, y - 2)$ 에 의하여 점(3, 3)은 어느 점에서 옮겨진 것인가?

① (0, 0)

② (3, 3)

③ (1, -2)

④ (-1, 2)

⑤ (2, 5)

해설

평행이동 f 는 x 축의 방향으로 +1, y 축의 방향으로 -2만큼 평행 이동하는 변환이므로 $(a+1, b-2) = (3, 3)$ 따라서 $a = 2, b = 5$

12. 직선 $3x + y - 5 = 0$ 을 x 축 방향으로 1만큼, y 축 방향으로 n 만큼 평행이동하면 직선 $3x + y - 1 = 0$ 이 된다. 이 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

x 축 방향으로 1, y 축 방향으로 n 만큼 평행이동하므로
직선 $3x + y - 5 = 0$ 에 x 대신 $x - 1$, y 대신 $y - n$ 을 대입하면
 $3(x - 1) + (y - n) - 5 = 0$
 $3x + y - n - 8 = 0 \quad \dots\dots \textcircled{7}$
 $\textcircled{7}$ 이 $3x + y - 1 = 0$ 과 일치하므로 $-n - 8 = -1 \therefore n = -7$

13. 좌표평면 위의 점 $(-1, 3)$ 을 점 (a, b) 에 대하여 대칭이동 시킨 점이 $(3, 5)$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$(-1, 3), (3, 5)$ 의 중점이 (a, b) 이다.

$$\Rightarrow \left(\frac{-1+3}{2}, \frac{3+5}{2} \right) = (a, b)$$

$$\Rightarrow a + b = 5$$

14. 점 $(5, 1)$ 을 직선 $y = 3$ 에 대하여 대칭이동한 다음 y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 점은 점 $(5, 1)$ 을 직선 $y = b$ 에 대하여 대칭이동한 점과 같다. 이때, 상수 b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

- (i) 점 $(5, 1)$ 을 직선 $y = 3$ 에 대하여
대칭이동한 점의 좌표는 $(5, 2 \cdot 3 - 1)$ 즉, $(5, 5)$
점 $(5, 5)$ 를 다시 y 축의 방향으로 4 만큼
평행이동한 점의 좌표는 $(5, 5 + 4)$
즉, $(5, 9)$
(ii) 점 $(5, 1)$ 을 직선 $y = b$ 에 대하여
대칭이동한 점의 좌표는 $(5, 2b - 1)$
(i), (ii)로부터 $2b - 1 = 9 \quad \therefore b = 5$

15. 원 $x^2 + y^2 + ax + by = 0$ 을 y 축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식이 $x^2 + y^2 + (2 - b)x + (2a - 4)y = 0$ 일 때, 상수 a, b 의 값의 합을 구하여라.

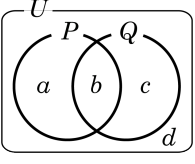
▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

원 $x^2 + y^2 + ax + by = 0$ 을
 y 축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은
 $(-x)^2 + y^2 + a(-x) + by = 0$
즉, $x^2 + y^2 - ax + by = 0$
이것이 $x^2 + y^2 + (2 - b)x + (2a - 4)y = 0$ 과
같으므로 계수를 비교하면
 $-a = 2 - b, b = 2a - 4$
두 식을 연립하여 풀면 $a = 6, b = 8$
 $\therefore a + b = 6 + 8 = 14$

16. 전체집합 U 에서 두 조건 p, q 를 만족하는 집합 P, Q 에 대하여 두 집합 P, Q 사이의 포함 관계가 다음과 같을 때, 명제 $p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보여주는 원소는 무엇인가?



- ① a ② b ③ c ④ d ⑤ a 와 c

해설

명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되려면 두 조건 p, q 를 만족하는 집합 P, Q 에 대하여 $P \subset Q$ 가 성립해야 한다. $P \subset Q \leftrightarrow x \in P$ 이면 $x \in Q$ P 의 원소 a 에 대하여 $a \in P$ 이나 $a \notin Q$ 이므로 $p \rightarrow q$ 는 거짓이다.

17. 다음 ()안에 알맞은 말을 쓰시오.

이등변삼각형 ABC는 정삼각형이기 위한 ()조건이다.

▶ 답: 조건

▷ 정답: 필요조건

해설

이등변삼각형이 정삼각형을 포함한다.

18. 다음은 임의의 실수 a, b 에 대하여 부등식 $|a+b| \leq |a|+|b|$ 가 성립함을 증명하는 과정이다. 아래 과정에서 ㉠, ㉡, ㉢에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

증명

$$\begin{aligned} & (|a|+|b|)^2 - |a+b|^2 \\ &= |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2 - (a+b)^2 \\ &= 2(\quad \text{㉠} \quad) \geq 0 \\ &\therefore (|a|+|b|)^2 \geq |a+b|^2 \\ &\text{그런데 } |a|+|b| \geq 0, |a+b| \geq 0 \text{ 이므로} \\ &|a|+|b| \geq |a+b| \text{ (단, 등호는 } (\quad \text{㉡} \quad), \text{ 즉 } (\quad \text{㉢} \quad) \text{ 일 때, 성립)} \end{aligned}$$

① $|ab|+ab, |ab|=ab, ab \leq 0$

② $|ab|+ab, |ab|=-ab, ab \geq 0$

③ $|ab|-ab, |ab|=-ab, ab \leq 0$

④ $|ab|-ab, |ab|=ab, ab \geq 0$

⑤ $|ab|-ab, |ab|=ab, ab \leq 0$

해설

$$\begin{aligned} \text{㉠} : & |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2 - (a+b)^2 \\ &= a^2 + 2|a||b| + b^2 - a^2 - b^2 - 2ab \\ &= 2(|ab| - ab) \\ \text{㉡} : & \text{ 등호는 } |ab| - ab = 0 \text{ 일 때 성립} \\ &\Rightarrow |ab| = ab \\ \text{㉢} : & |ab| = ab \text{ 이려면 } ab \geq 0 \text{ 이어야 한다} \end{aligned}$$

19. 중심이 y 축 위에 있고, 두 점 A(-1, 0) B(3, 2) 를 지나는 원의 중심과 반지름의 길이 r 을 구하면?

① $(0, 3), r = 10$

② $(0, 3), r = \sqrt{10}$

③ $(0, 2), r = 10$

④ $(0, 2), r = \sqrt{10}$

⑤ $(0, -3), r = 10$

해설

중심이 y 축에 있는 원의 방정식은
 $x^2 + (y - a)^2 = r^2 \dots$ ① 이다.
 $(-1, 0)$ 을 $(3, 2)$ 를 ① 에 각각 대입하면,
 $a^2 = r^2 - 1 \dots$ ②
 $(a - 2)^2 = r^2 - 9 \dots$ ③
③ 을 ② 에 대입하면,
 $a^2 = (a - 2)^2 + 8$
 $\Rightarrow a = 3 \quad r = \sqrt{10}$
 $\therefore$ 중심은 $(0, 3)$, 반지름은 $\sqrt{10}$ 이다.

20. 두 원 $x^2 + y^2 - 4x = 0$, $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 8 = 0$ 의 교점과 점 $(1, 0)$ 을 지나는 원의 중심의 좌표를 (a, b) 라 할 때 $a + b$ 의 값을 구하면?

- ① -3
- ② $-\frac{5}{2}$
- ③ $\frac{3}{2}$
- ④ 3
- ⑤ $\frac{10}{3}$

해설

두 원의 교점을 지나는 원의 방정식은
 $(x^2 + y^2 - 6x - 2y + 8) + k(x^2 + y^2 - 4x) = 0$
위 식이 점 $(1, 0)$ 을 지나므로
 $x = 1, y = 0$ 을 대입하면 $3 - 3k = 0, k = 1$
 $k = 1$ 을 위식에 대입하여
정리하면 $x^2 + y^2 - 5x - y + 4 = 0$

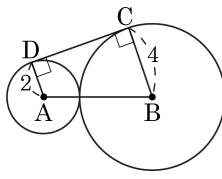
$$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{10}{4}$$

중심의 좌표는 $\left(\frac{5}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 이므로

$$a = \frac{5}{2}, b = \frac{1}{2}$$

따라서 $a + b = \frac{5}{2} + \frac{1}{2} = 3$ 이다.

21. 다음 그림과 같이 서로 외접하는 두 원 A 와 B 의 반지름의 길이는 각각 2 와 4 이다. 두 원과 공통외접선의 교점을 각각 C, D 라 할 때, 사각형 ABCD 의 넓이를 구하면?



- ① $8\sqrt{2}$ ② $10\sqrt{2}$ ③ $12\sqrt{2}$
 ④ $16\sqrt{2}$ ⑤ $18\sqrt{2}$

해설

피타고라스의 정리에 의하여 변 CD의 길이는
 $\sqrt{6^2 - 2^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$
 따라서 사각형 ABCD의 넓이는
 $\frac{(2+4)4\sqrt{2}}{2} = 12\sqrt{2}$ 이다.

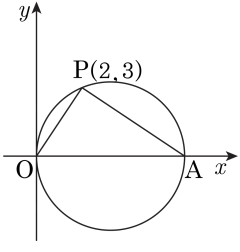
22. 다음 그림과 같이 선분 OA 를 지름으로 하는 원 위에 한 점 P(2, 3) 이 있다. 이 때, 점 A 의 x 좌표를 구하면?

- ① $\frac{9}{2}$

② $\frac{11}{2}$

③ $\frac{13}{2}$
- ④ $\frac{15}{2}$

⑤ $\frac{17}{2}$



해설

점 A 의 x 좌표를 a 라 하면
삼각형 OAP 가 직각삼각형이므로,
 $a^2 = (2^2 + 3^2) + (a - 2)^2 + 3^2$
 $a^2 = a^2 - 4a + 26$
따라서 $a = \frac{13}{2}$

해설

반원의 원주각은 90° 이므로 $\angle OPA = 90^\circ$
따라서, 직선 OP 와 직선 AP 의 기울기의 곱은 -1 이다.
점 A 좌표를 $(a, 0)$ 이라 하면
 $\frac{3 - 0}{2 - a} \times \frac{3}{2} = -1, 2a - 4 = 9$
따라서 $a = \frac{13}{2}$
A 의 x 좌표는 $\frac{13}{2}$ 이다.

23. 집합 $A = \{\emptyset, 1, 2, \{1, 2, 3\}\}$ 에 대하여 옳은 것을 모두 고른 것은?

$\neg \emptyset \in A$	$\subseteq \{1, 2\} \subset A$
$\subseteq \{1, 2, 3\} \subset A$	$\ni \{\emptyset\} \subset A$
$\ni 2 \in A$	$\ni \{1\} \in A$

- ① $\subseteq, \ni, \ni, \ni, \ni$ ② $\neg, \subseteq, \ni, \ni, \ni$ ③ $\neg, \subseteq, \ni, \ni, \ni$
④ $\subseteq, \ni, \ni, \ni, \ni$ ⑤ $\neg, \subseteq, \ni, \ni, \ni$

해설

$\ni \{1, 2, 3\} \in A$ 또는 $\{\{1, 2, 3\}\} \subset A$
 $\ni \{1\} \subset A$

24. 명제 ‘ $p(x)$ 이면 $q(x)$ 가 아니다’가 참일 때, 두 집합 $P = \{x \mid p(x)\}$, $Q = \{x \mid q(x)\}$ 사이의 관계로 다음 중 옳은 것은?

① $P \subset Q$

② $Q \subset P$

③ $P \subset Q^c$

④ $Q^c \subset P$

⑤ $P \cup Q = P$

해설

‘ q 가 아니다’를 만족시키는 집합은 Q^c
따라서 ‘ p 이면 q 가 아니다’가 참이면 $P \subset Q^c$

25. 점 $(2, -1)$ 에서 원 $x^2 + y^2 = 1$ 에 그은 접선의 방정식이 $y = a_1x + b_1, y = a_2x + b_2$ 일 때, $a_1a_2 - b_1b_2$ 의 값은?

- ① $\frac{3}{4}$
- ② $\frac{5}{3}$
- ③ $\frac{4}{3}$
- ④ $-\frac{5}{3}$
- ⑤ $-\frac{4}{3}$

해설

접선의 방정식을 $y = ax + b$ 라고 하면, $(2, -1)$ 을 지나므로 $-1 = 2a + b \therefore b = -2a - 1$

$y = ax - 2a - 1, \quad ax - y - 2a - 1 = 0$
원점과 접선과의 거리가 1이므로

$$\frac{|-2a-1|}{\sqrt{a^2+1}}=1$$

$$|-2a-1|=\sqrt{a^2+1}$$

$$4a^2+4a+1=a^2+1, \quad 3a^2+4a=0$$

$$\therefore a=0 \text{ or } -\frac{4}{3}$$

$$\therefore y=-\frac{4}{3}x+\frac{5}{3}, \quad y=-1$$

$$\therefore a_1=-\frac{4}{3}, \quad a_2=0, \quad b_1=\frac{5}{3}, \quad b_2=-1$$

$$\therefore a_1 \cdot a_2 - b_1 \cdot b_2 = 0 - \left(-\frac{5}{3}\right) = \frac{5}{3}$$

