

1. $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 2\})$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 2\}) = 3 - 2 = 1$$

2. 두 집합 $A = \{x, 7\}$, $B = \{3, x + 4\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, x 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$A = B$ 이면 두 집합의 모든 원소가 같다.

따라서 $x = 3$ 이다.

3. 전체집합 U 의 부분집합 A, B 에 대하여 다음 중 $(A^c - B)^c$ 과 같은 집합은?

① $A \cup B$

② $A \cap B$

③ $A^c \cap B$

④ $(A \cup B)^c$

⑤ $(A \cap B)^c$

해설

$$(A^c - B)^c = (A^c \cap B^c)^c = (A \cup B)$$

5. $p : x = 3$, $q : x^2 = 3x$ 에서 p 는 q 이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

▶ 답 : 조건

▷ 정답 : 충분조건

해설

조건 p , q 의 진리집합을 각각 P , Q 라 하면 $P = \{3\}$, $Q = \{0, 3\}$
이므로 $P \subset Q$, $Q \not\subset P \therefore$ 충분조건

6. $a > 0, b > 0$ 일 때, $\sqrt{2(a+b)}, \sqrt{a} + \sqrt{b}$ 의 대소를 바르게 나타낸 것은?

① $\sqrt{2(a+b)} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

② $\sqrt{2(a+b)} \leq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

③ $\sqrt{2(a+b)} > \sqrt{a} + \sqrt{b}$

④ $\sqrt{2(a+b)} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

⑤ $\sqrt{2(a+b)} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$

해설

$$\begin{aligned} & (\sqrt{2(a+b)})^2 - (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 \\ &= 2(a+b) - (a + 2\sqrt{a}\sqrt{b} + b) \\ &= a - 2\sqrt{a}\sqrt{b} + b \\ &= (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0 \\ & \text{(단, 등호는 } a = b \text{ 일 때 성립)} \end{aligned}$$

따라서 $\sqrt{2(a+b)} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

7. $x > 0, y > 0$ 일 때, $\left(x + \frac{1}{2y}\right) \left(8y + \frac{1}{x}\right)$ 의 최솟값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$\begin{aligned}\left(x + \frac{1}{2y}\right) \left(8y + \frac{1}{x}\right) &= 8xy + \frac{1}{2xy} + 5 \\ &\geq 2\sqrt{8xy \times \frac{1}{2xy}} + 5 \\ &= 4 + 5 = 9\end{aligned}$$

8. 함수 $y = 2x - 2$ 의 역함수를 구하면?

① $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

② $y = \frac{1}{2}x + 1$

③ $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

④ $y = \frac{1}{2}x + 2$

⑤ $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

해설

$y = 2x - 2$ 를 x 에 대하여 풀면

$x = \frac{1}{2}y + 1$ x 와 y 를 바꾸면 구하는 역함수는

$$\therefore y = \frac{1}{2}x + 1$$

9. $x : y = 1 : 3$ 일 때, $\frac{x^2 + y^2}{x(x + y)}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{2}$

② 1

③ $\frac{3}{2}$

④ 2

⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$$y = 3x$$

$$\frac{x^2 + (3x)^2}{x(x + 3x)} = \frac{10x^2}{4x^2} = \frac{5}{2}$$

10. 명제 ' $p(x)$ 이면 $q(x)$ 이다'가 참일 때, 두 집합 $P = \{x \mid p(x)\}$, $Q = \{x \mid q(x)\}$ 사이의 관계로 다음 중 옳은 것은?

① $Q \subset P$

② $Q^c \subset P$

③ $P \subset Q^c$

④ $P \cup Q = P$

⑤ $P \subset Q$

해설

' $p(x)$ 이면 $q(x)$ 이다.'가 참일 때, 즉, $p \Rightarrow q$ 이면 진리집합의 포함관계는 $P \subset Q$

11. $\sim p \rightarrow \sim q$ 의 역이 참일 때, 다음 중 반드시 참인 명제는?

① $q \rightarrow p$

② $p \rightarrow q$

③ $\sim p \rightarrow \sim q$

④ $\sim p \rightarrow q$

⑤ $p \rightarrow \sim q$

해설

‘명제가 참이면 그의 대우는 항상 참이다.’

$$\sim p \rightarrow \sim q \Leftrightarrow \text{역} : \sim q \rightarrow \sim p (\text{참})$$

$$\sim q \rightarrow \sim p \Leftrightarrow \text{대우} : p \rightarrow q (\text{참})$$

12. 명제 p, q, r 에 대하여 p 는 q 이기 위한 필요조건, r 은 q 이기 위한 충분조건일 때, p 는 r 이기 위한 무슨 조건인가?

① 필요

② 충분

③ 필요충분

④ 아무 조건도 아니다.

⑤ q 에 따라 다르다.

해설

p 는 q 이기 위한 필요조건이므로 $p \Leftarrow q$,
즉 $q \Rightarrow p$ 가 성립하고 r 은 q 이기 위한 충분조건,
즉 $r \Rightarrow q$ 가 성립하므로 $r \Rightarrow q \Rightarrow p$ 이다.
그러나 $p \Rightarrow r$ 인지는 알 수 없다.
따라서 $r \Rightarrow p$ 이므로 p 는 r 이기 위한 필요조건이다.

13. $\frac{x-2}{2x^2-5x+3} + \frac{3x-1}{2x^2+x-6} + \frac{2x^2-5}{x^2+x-2}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

(준 식)

$$\begin{aligned}
 &= \frac{x-2}{(2x-3)(x-1)} + \frac{3x-1}{(2x-3)(x+2)} + \frac{2x^2-5}{x^2+x-2} \\
 &= \frac{(x-2)(x+2) + (3x-1)(x-1)}{(2x-3)(x-1)(x+2)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\
 &= \frac{4x^2-4x-3}{(2x-3)(x-1)(x+2)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\
 &= \frac{(2x-3)(2x+1)}{(2x-3)(x+2)(x-1)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\
 &= \frac{2x+1}{(x+2)(x-1)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\
 &= \frac{2x^2+2x-4}{(x+2)(x-1)} = 2
 \end{aligned}$$

14. 분수식 $\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{a}}} \times \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{a}}}$ 을 간단히 하면?

① 1

② $1 - a$

③ $1 - a^2$

④ $1 + a^2$

⑤ $1 + a$

해설

$$\begin{aligned}\text{준식} &= \frac{1}{1 - \frac{a}{a-1}} \times \frac{1}{1 - \frac{a}{a+1}} \\ &= \frac{a-1}{a-1-a} \times \frac{a+1}{a+1-a} \\ &= \frac{a-1}{-1} \times \frac{a+1}{1} = 1 - a^2\end{aligned}$$

15. $x^2 - 3x + 1 = 0$ 에서 $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$x - 3 + \frac{1}{x} = 0, x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$$

16. 다음 보기 중 곡선 $y = \frac{1}{x}$ 을 평행이동하여 겹칠 수 있는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $y = \frac{x}{x+1}$

㉡ $y = \frac{2-x}{x-1}$

㉢ $y = \frac{2x-3}{x-2}$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉡, ㉢

해설

$y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 평행이동하여

겹칠 수 있는 것은 $y = \frac{1}{x-p} + q$ 의 꼴이다.

$$\textcircled{A} \quad y = \frac{x}{x+1} = \frac{x+1-1}{x+1} = \frac{-1}{x+1} + 1$$

$$\textcircled{B} \quad y = \frac{2-x}{x-1} = \frac{-(x-1)+1}{x-1} = \frac{1}{x-1} - 1$$

$$\textcircled{C} \quad y = \frac{2x-3}{x-2} = \frac{2(x-2)+1}{x-2} = \frac{1}{x-2} + 2$$

따라서, 곡선 $y = \frac{1}{x}$ 을 평행이동하여

겹칠 수 있는 것은 ㉡, ㉢ 이다.

17. 분수함수 $y = \frac{3x-2}{2-x}$ 의 점근선의 방정식이 $x = a$, $y = b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -1$

해설

$y = \frac{cx+d}{ax+b}$ 의 점근선은 $x = -\frac{b}{a}$, $y = \frac{c}{a}$ 이므로

주어진 분수함수의 점근선은 $x = 2$, $y = -3$ 이다.

$$\therefore 2 + (-3) = -1$$

18. 자연수 k 의 양의 약수를 원소로 가지는 집합을 A_k 라고 할 때 다음 포함 관계가 옳은 것은?

① $A_{12} \subset A_4$

② $A_{12} \subset (A_{36} \cap A_{24})$

③ $A_{18} \cup A_{36} = A_{18}$

④ $A_{3k} \subset A_{2k}$

⑤ $A_m \cap A_n = A_{mn}$

해설

① $A_4 \subset A_{12}$

③ $A_{18} \cup A_{36} = A_{36}$

④ A_{3k} 와 A_{2k} 는 서로 포함관계가 아님

19. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = 10, n(B) = 7, n(C) = 5, n(A \cap B) = 4, n(C \cap A) = 3$ 이고, 두 집합 B 와 C 가 서로소일 때, $n(A \cup B \cup C)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 15

해설

B 와 C 가 서로소이므로

$$B \cap C = \emptyset, A \cap B \cap C = \emptyset$$

$$\therefore n(A \cup B \cup C)$$

$$\begin{aligned} &= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) \\ &\quad - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C) \\ &= 10 + 7 + 5 - 4 - 0 - 3 + 0 = 15 \end{aligned}$$

20. $4x^2 - 4xy + y^2 = 0$ 일 때, $\frac{8x^2 - xy + 3y^2}{x^2 + 2y^2}$ 의 값을 구하면? (단, x, y 는 0이 아니다.)

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$4x^2 - 4xy + y^2 = 0, (2x - y)^2 = 0 \text{ 에서 } 2x - y = 0$$

$$\therefore y = 2x$$

$$\begin{aligned} & \frac{8x^2 - xy + 3y^2}{x^2 + 2y^2} \\ &= \frac{8x^2 - x \cdot 2x + 3 \cdot 4x^2}{x^2 + 8x^2} \\ &= \frac{18x^2}{9x^2} = 2 \end{aligned}$$

21. $x + y - z = 2x + 3y - 2z = -x - 2y + 2z$ 일 때,
 $\left(\frac{1}{y} + \frac{2}{z}\right) : \left(\frac{1}{z} + \frac{2}{x}\right) : \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{y}\right)$ 를 가장 간단한 정수비로 나타내면?

① $3 : 2 : 5$

② $3 : 5 : -5$

③ $2 : 3 : 5$

④ $3 : 5 : 2$

⑤ $2 : 3 : -2$

해설

$x + y - z = 2x + 3y - 2z$ 에서 $x + 2y = z \cdots \cdots \textcircled{㉠}$

$x + y - z = -x - 2y + 2z$ 에서 $2x + 3y = 3z \cdots \textcircled{㉡}$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 에서 $y = -z, x = 3z$

$$\left(\frac{1}{y} + \frac{2}{z}\right) : \left(\frac{1}{z} + \frac{2}{x}\right) : \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{y}\right)$$

$$= \left(-\frac{1}{z} + \frac{2}{z}\right) : \left(\frac{1}{z} + \frac{2}{3z}\right) : \left(\frac{1}{3z} - \frac{2}{z}\right)$$

$$= \left(\frac{1}{z}\right) : \left(\frac{5}{3z}\right) : \left(-\frac{5}{3z}\right)$$

$$= 3 : 5 : -5$$

22. 세 실수 x, y, z 의 평균이 4이고, $\frac{x+y}{3} = \frac{y+z}{4} = \frac{z+x}{5}$ 가 성립할 때, $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ 의 값은?

① $\frac{7}{12}$

② $\frac{9}{12}$

③ $\frac{10}{12}$

④ $\frac{11}{12}$

⑤ $\frac{13}{12}$

해설

평균이 4이므로, $x + y + z = 12 \cdots \textcircled{1}$

$\frac{x+y}{3} = \frac{y+z}{4} = \frac{z+x}{5} = k$ 라 하면,

$$\begin{cases} x+y=3k \\ y+z=4k \\ z+x=5k \end{cases}$$

다 더하면, $2(x+y+z) = 12k \Rightarrow k = 2 (\because \textcircled{1})$

다시 k 를 위 식에 대입하고 연립방정식의 풀면 x, y, z 를 구할 수 있다.

$$x = 4, y = 2, z = 6$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{11}{12}$$

23. $2x - y + z = 0$, $x - 2y + 3z = 0$ 일 때, $\frac{5x^2 - xy + y^2}{x^2 + y^2 + z^2}$ 의 값은?

① $\frac{5}{7}$

② $\frac{7}{5}$

③ $\frac{3}{7}$

④ $\frac{7}{3}$

⑤ 1

해설

$$2x - y + z = 0 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x - 2y + 3z = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡} \times 2$ 에서 정리하면

$$y = \frac{5}{3}z$$

$\textcircled{㉠} \times 2 - \textcircled{㉡}$ 에서 정리하면

$$x = \frac{1}{3}z$$

$$\begin{aligned} \therefore x : y : z &= \frac{1}{3}z : \frac{5}{3}z : z \\ &= 1 : 5 : 3 \end{aligned}$$

$x = 1$, $y = 5$, $z = 3$ 을 대입하면

$$(\text{준식}) = \frac{5 - 5 + 25}{1 + 25 + 9} = \frac{25}{35} = \frac{5}{7}$$

24. 0이 아닌 실수 x, y, z 에 대하여 등식 $2x - 6y + 4z = 0$, $3x + y - 2z = 0$ 이 성립한다. 이때, $\frac{x^2 + y^2}{xy + y^2}$ 의 값은?

① $\frac{2}{7}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{3}{4}$

④ $\frac{5}{6}$

⑤ $\frac{12}{13}$

해설

두 식을 연립하여 풀면 $2x = y$ 가 나온다.

$$\frac{x^2 + y^2}{xy + y^2} = \frac{x^2 + 4x^2}{2x^2 + 4x^2} = \frac{5x^2}{6x^2} = \frac{5}{6}$$

25. 집합 A, B, C 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은? (단, U 는 전체집합 이고, A^c 는 A 의 여집합이다.)

① $A \subset B$ 이면 $B^c \subset A^c$ 이다.

② $A = B^c$ 이면 $A \cup B = U$ 이다.

③ $A \cap B = \emptyset$ 이고 $A \neq \emptyset, B \neq \emptyset$ 이면 $A \cup B = U$ 이다.

④ $A \subset B, A \subset C$ 이면 $A \subset (B \cup C)$ 이다.

⑤ $A \cap B^c = \emptyset$ 이면 $A^c \cup B = U$ 이다.

해설

① $A \subset B$ 이므로 $B^c \subset A^c$

② $A = B^c$ 이므로 $A \cup B = B^c \cup B = U$

③ 예를 들어 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{1, 2\}$, $B = \{3, 4\}$ 일 때, $A \cap B = \emptyset$ 이지만 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4\} \neq U$ 이므로 옳지 않다.

④ $A \subset B, A \subset C$ 이므로 $A \subset (B \cap C) \subset (B \cup C)$
 $\therefore A \subset (B \cup C)$

⑤ $A \cap B^c = \emptyset$ 에서 $(A \cap B^c)^c = \emptyset^c$
 $\therefore A^c \cup B = U$