

1. 다음 중에서 집합이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① 1981년도에 태어난 사람의 모임
- ② 유명한 사람의 모임
- ③ 10보다 큰 수의 모임
- ④ 작은 자연수의 모임
- ⑤ 태국인들의 모임

해설

- ① '1981년도'라는 명확한 기준이 있으므로 집합이다.
- ② '유명한'이라는 단어가 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ③ '10보다 큰'이라는 명확한 기준이 있으므로 집합이다.
- ④ '작은'이라는 단어가 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.

2. 다음 중 공집합인 것은?

- ① $\{x \mid x - 5 = 3, x \text{는 짝수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } x \times 0 = 0 \text{인 자연수}\}$
- ③ $\{x \mid x < 1 \text{인 자연수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 약수}\}$
- ⑤ $\{x \mid -1 < x < 1, x \text{는 정수}\}$

해설

③ 1보다 작은 자연수는 없으므로 공집합

3. 다음 중 옳은 것은?

① $n(\{4\}) = 4$

② $n(\{0\}) = 0$

③ $n(\{\emptyset\}) = 0$

④ $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$

⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$ 이면 $n(A) = 4$

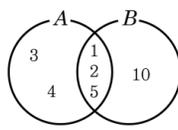
해설

$A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$

$A = \{2, 3, 5, 7\}$ 이다.

따라서 $n(A) = 4$ 이다.

4. 다음 벤 다이어그램을 보고 $A \cap B$ 와 $A \cup B$ 가 올바르게 짝지어진 것은?

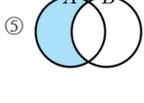
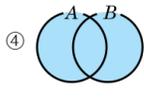
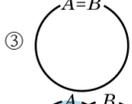
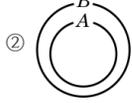
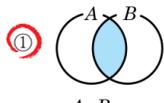


- ① $A \cap B = \{1, 2, 5\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 10\}$
② $A \cap B = \{1, 2, 3, 4, 5, 10\}$, $A \cup B = \{1, 2, 5\}$
③ $A \cap B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A \cup B = \{1, 2, 5, 10\}$
④ $A \cap B = \{3, 4\}$, $A \cup B = \{10\}$
⑤ $A \cap B = \{1, 2, 5\}$, $A \cup B = \{1, 2, 5, 10\}$

해설

교집합은 두 집합 A , B 에 대하여 집합 A 에도 속하고, 집합 B 에도 속하는 원소로 이루어진 집합을 말한다. 그리고 합집합은 두 집합 A , B 에 대하여 집합 A 에 속하거나 집합 B 에 속하는 원소 전체로 이루어진 집합을 말한다.
따라서 문제의 두 집합 A , B 에 대하여 $A \cap B = \{1, 2, 5\}$ 이고, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 10\}$ 이다.

5. $A \cap B$ 를 벤 다이어그램으로 나타낸 것은?



해설

집합 A 에 속하고 집합 B 에도 속하는 모든 원소로 이루어진 집합

6. 두 양수 a, b 에 대하여 $\left(\frac{1}{a} + \frac{4}{b}\right)(a+b)$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$a > 0, b > 0$ 이므로 산술평균과 기하평균의 관계에 의하여

$$\left(\frac{1}{a} + \frac{4}{b}\right)(a+b)$$

$$= 1 + \frac{b}{a} + \frac{4a}{b} + 4 \geq 5 \cdot 2\sqrt{\frac{b}{a} \cdot \frac{4a}{b}}$$

$$= 5 + 4 = 9$$

따라서 최솟값은 9이다.

(단, 등호는 $\frac{b}{a} = \frac{4a}{b}$, 즉 $b = 2a$ 일 때 성립)

7. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 $f(x)$ 는 항등함수이고, 모든 실수 x 에 대하여 $g(x) = -2$ 일 때, $f(4) + g(-1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$f(x)$ 는 항등함수이므로 $f(4) = 4$
모든 x 에 대하여 $g(x) = -2$ 이므로
 $g(x)$ 는 상수함수이다.
즉, $g(-1) = -2$
 $\therefore f(4) + g(-1) = 4 + (-2) = 2$

8. 함수 $y = x - 2$ 의 역함수를 구하면 무엇인가?

- ① $y = x - 2$ ② $y = x + 2$ ③ $y = -x - 2$
④ $y = -x + 2$ ⑤ $y = \frac{1}{2}x - 1$

해설

$y = x - 2$ 를 x 에 관해서 풀면

$$x = y + 2$$

x 와 y 를 바꾸면 $y = x + 2$

9. 분수함수 $y = \frac{3x-1}{x+1}$ 의 점근선을 $x = a, y = b$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$y = \frac{3x-1}{x+1} = \frac{-4}{x+1} + 3 \text{ 에서}$$

점근선은 $x = -1, y = 3$

$$a = -1, b = 3$$

$$a + b = 2$$

11. x 가 양의 실수 일 때, $x^2 + 1 + \frac{1}{x^2}$ 의 최솟값과 그 때의 x 값을 차례대로 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 3

▷ 정답: 1

해설

$x^2 > 0, \frac{1}{x^2} > 0$ 이므로

산술평균과 기하평균에 의하여

$$x^2 + 1 + \frac{1}{x^2} \geq 2\sqrt{x^2 \times \frac{1}{x^2}} + 1 \geq 2 + 1 = 3$$

등호는 $x^2 = \frac{1}{x^2}$ 일 때 성립하므로 $x^4 = 1$

따라서 양의 실수 x 는 1이다.

최솟값은 3이고, x 값은 1이다.

12. 실수 x, y, z 에 대하여 $x^2 + y^2 + z^2 = 6$ 일 때 $x + \sqrt{2}y + \sqrt{3}z$ 의 최댓값 M 과 최솟값 m 은?

① $M = 3, m = 0$

② $M = 3, m = -3$

③ $M = 6, m = 0$

④ $M = 6, m = -6$

⑤ $M = 6, m = -12$

해설

x, y, z 가 실수이므로
코시-슈바르츠의 부등식에 의하여
 $\{1 + (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2\} (x^2 + y^2 + z^2)$
 $\geq (x + \sqrt{2}y + \sqrt{3}z)^2$
 $36 \geq (x + \sqrt{2}y + \sqrt{3}z)^2$
 $-6 \leq x + \sqrt{2}y + \sqrt{3}z \leq 6$
 $\therefore M = 6, m = -6$

14. 분수식 $\frac{x+1+\frac{1}{x-1}}{x-1-\frac{1}{x-1}}$ 을 간단히 한 식은?

- ① $\frac{x}{x+2}$ ② $\frac{x}{x-2}$ ③ $\frac{x}{x+1}$ ④ $\frac{x}{x-1}$ ⑤ $\frac{2x}{x-1}$

해설

$$\begin{aligned} \text{(준 식)} &= \frac{\frac{x^2-1+1}{x-1}}{\frac{x^2-2x+1-1}{x-1}} = \frac{x^2}{x(x-2)} \\ &= \frac{x}{x-2} \end{aligned}$$

15. $x^2 - 5x + 1 = 0$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: 23

해설

$x^2 - 5x + 1 = 0$ 에서 양변을 x 로 나눈다.

$$x + \frac{1}{x} - 5 = 0$$

$$x + \frac{1}{x} = 5$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 25 - 2 = 23$$

16. 함수 $y = \frac{x}{x+2}$ 의 정의역은 $x \neq a$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq b$ 인 모든 실수이다. 이때, $a+b$ 의 값은?

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

함수 $y = \frac{x}{x+2}$ 의 정의역이 $x \neq a$ 인 모든 실수이고

치역이 $y \neq b$ 인 모든 실수이면 $x = a, y = b$ 는 점근선이다.

따라서 $y = \frac{(x+2)-2}{x+2} = \frac{-2}{x+2} + 1$ 에서

$a = -2, b = 1$ 이므로

$\therefore a+b = -2+1 = -1$

17. 다음 함수의 그래프 중 평행이동에 의하여 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프와 겹치는 것은?

- ① $y = \frac{2x-1}{x-1}$ ② $y = \frac{2x}{x-1}$ ③ $y = \frac{2x+1}{x-1}$
④ $y = \frac{2x}{2x-1}$ ⑤ $y = \frac{2x}{2x+1}$

해설

$$\textcircled{1} y = \frac{2x-2+1}{x-1} = 2 + \frac{1}{x-1}$$

$$\textcircled{2} y = \frac{2x-2+2}{x-1} = 2 + \frac{2}{x-1}$$

$$\textcircled{3} y = \frac{2x-2+3}{x-1} = 2 + \frac{3}{x-1}$$

$$\textcircled{4} y = \frac{2x-1+1}{2x-1} = 1 + \frac{1}{2x-1}$$

$$\textcircled{5} y = \frac{2x+1-1}{2x+1} = 1 - \frac{1}{2x+1}$$

따라서, ① 의 그래프는 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축, y 축 방향으로 각각 1, 2 만큼 평행이동시킨 것이다.

18. 곡선 $xy + x - 3y - 2 = 0$ 이 지나지 않는 사분면을 구하면?

- ① 제 1 사분면 ② 제 2 사분면 ③ 제 3 사분면
④ 제 4 사분면 ⑤ 없다.

해설

$xy + x - 3y - 2 = 0$ 을 y 에 대하여
정리하면 $(x-3)y = -x+2$

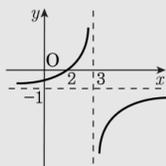
$$\therefore y = \frac{-x+2}{x-3} = \frac{-1}{x-3} - 1 (x \neq 3)$$

즉, $y = \frac{-1}{x-3} - 1$ 은 점근선이

$x=3, y=-1$ 이고 점 $(2, 0)$ 을 지나므로

그래프는 다음 그림과 같다. 따라서,

제 2 사분면을 지나지 않는다.



19. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{보다 큰 } 3 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 옳은 것을 골라라.

- ① A 는 무한집합이다. ② $A = \{33, 36, 39\}$
③ $n(A) = 5$ ④ $\{15, 30\} \subset A$
⑤ $30 \in A$

해설

- $A = \{33, 36, 39, 42, 45, 48, \dots\}$
② $A = \{33, 36, 39, 42, 45, 48, \dots\}$
③ $n(A)$ 는 무수히 많다.
④ $\{15, 30\} \not\subset A$
⑤ $30 \notin A$

21. 다음 명제의 대우가 참인 명제는?

- ① x 가 3의 배수이면 x 는 9의 배수이다.
- ② $xz = yz$ 이면 $x = y$ 이다. (x, y 는 실수)
- ③ 두 실수 a, b 에 대하여 $a + b > 2$ 이면, $a > 1$ 또는 $b > 1$ 이다.
- ④ $x^2 = xy$ 면 $x = y$ 이다. (x, y 실수)
- ⑤ $|x - 1| = 2$ 이면 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 이다. (x 는 실수)

해설

주어진 명제가 참이면 그 대우도 참이다.

- ① 반례 : 6, 12 등 (거짓)
- ② 반례 : $z = 0, x \neq y$ 인 모든 실수 (거짓)
- ③ 대우 : $a \leq 1$ 이고 $b \leq 1$ 이면 $a + b \leq 2$ 이다 (참)
- ④ 반례 : $x = 0, y \neq 0$ 인 실수 (거짓)
- ⑤ $|x - 1| = 2 \Rightarrow x = 3$ 또는 -1 , 이때의 x 값은 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 의 해가 아니다. (거짓)

22. 모든 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + 2axy + by^2 \geq 0$ 이 성립하기 위한 실수 a, b 의 조건은?

① $a \leq b^2$

② $b^2 \leq a$

③ $a^2 \leq b$

④ $b \leq a^2$

⑤ $b \leq 4a^2$

해설

$x^2 + 2axy + by^2 \geq 0$ 에서 양변을 y^2 으로 나누면

$$\left(\frac{x}{y}\right)^2 + 2a\left(\frac{x}{y}\right) + b \geq 0$$

모든 실수 x, y 에 대해 성립하려면

$$\frac{D}{4} = a^2 - b \leq 0$$

$$\therefore a^2 \leq b$$

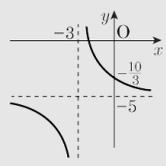
23. 다음 중 함수 $y = \frac{5}{x+3} - 5$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

- ① 제1사분면
- ② 제2사분면
- ③ 제3사분면
- ④ 제4사분면
- ⑤ 모든 사분면을 지난다.

해설

$$y = \frac{5}{x+3} - 5$$

$$x = 0 \text{ 일 때 } y = \frac{5}{0+3} - 5 = -\frac{10}{3}$$



따라서 제1사분면을 지나지 않는다.

24. 다음과 같은 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = \emptyset$ 일때, 상수 a 의 값의 범위를 구하면?

$$A = \left\{ (x, y) \mid y = \frac{|x-1|}{x} \right\}$$

$$B = \{ (x, y) \mid y = ax \}$$

- ① $a < 0$ ② $a > 0$ ③ $0 < a < 1$
 ④ $0 \leq a \leq 1$ ⑤ $a < 0, a > 1$

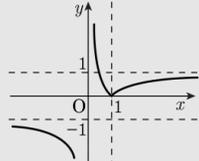
해설

$$y = \frac{|x-1|}{x} \text{에서}$$

$x \geq 1$ 일 때,

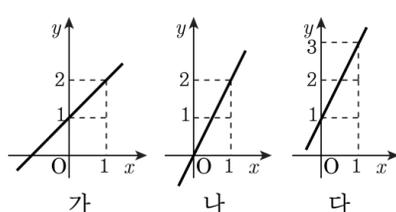
$$y = \frac{x-1}{x} = -\frac{1}{x} + 1$$

$$x < 1 \text{일 때, } y = \frac{1-x}{x} = \frac{1}{x} - 1$$



$A \cap B = \emptyset$ 이려면 위의 곡선과 원점을 지나는 직선 $y = ax$ 가 만나지 않아야 하므로, 위쪽 그림에서 직선은 제 2, 4사분면에만 존재해야 한다. 따라서 구하는 a 의 값의 범위는 $a < 0$

25. 다음 그림은 함수 $f(x)$, $g(x)$, $w(x)$ 의 그래프를 차례로 나타낸 것이다.



다음 중 $w(x)$ 를 $f(x)$ 와 $g(x)$ 를 이용하여 나타낸 것은?

- ① $f \circ g$ ② $g \circ f$ ③ $f \circ f$ ④ $f + g$ ⑤ $f - g$

해설

그래프를 보고 함수식을 구하면
 $f(x) = x + 1$, $g(x) = 2x$, $w(x) = 2x + 1$ 이다.
 $f(g(x)) = f(2x) = 2x + 1 = w(x)$ 이므로
 $\therefore w = f \circ g$