1. 다음 중 두 수의 최대공약수가 1 이 아닌 것은?

① 8, 11 ② 15, 16 ③ 19, 27

④ 13, 52 ⑤ 28, 45

해설

④ 주어진 두 수의 최대공약수는 13 이다.

2. 90, $2^4 \times 3 \times 5^3$ 의 최대공약수는?

① $2 \times 3 \times 5$ ② $2^2 \times 3^2 \times 5$ ③ $2^2 \times 3 \times 5^2$
④ $2^3 \times 3 \times 5^2$ ⑤ $2^3 \times 3^2 \times 5^2$

해설

공통인 소인수를 모두 곱하는데 지수가 같으면 그대로, 다르면 작은 쪽을 택하여 곱한다.
$90 = 2 \times 3^2 \times 5$, $2^4 \times 3 \times 5^3$ 의 최대공약수 : $2 \times 3 \times 5$

3. 세 수 9, 18, 27 의 공배수 중 500 이하의 자연수는 모두 몇 개인가?

① 3 개 ② 5 개 ③ 7 개 ④ 9 개 ⑤ 11 개

해설

9, 18, 27 의 공배수는 최소공배수 54 의 배수이므로 500 이하의 자연수는 $500 \div 54 = 9 \cdots 14$ 이므로 9 개이다.

4. 가로, 세로의 길이가 각각 8 cm, 6 cm 인 직사각형 모양의 카드를 늘어놓아 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이때, 카드는 총 몇 장이 필요한가?

① 10 장 ② 12 장 ③ 13 장 ④ 15 장 ⑤ 17 장

해설

정사각형의 한 변의 길이는 8 와 6 의 최소공배수인 24cm 이다. 가로는 $24 \div 8 = 3$ (장), 세로는 $24 \div 6 = 4$ (장) 이 필요하므로 필요한 카드의 수는 $3 \times 4 = 12$ (장) 이다.

5. 다음 수 중에서 정수가 아닌 것의 개수를 구하여라.

$$-3.1,\ \frac{5}{4},\ 1.53,\ \frac{18}{6},\ -8,\ 0,\ -\frac{1}{9},\ -\frac{7}{3},\ \frac{14}{7}$$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 5 개

해설

정수는 양의 정수, 0 , 음의 정수가 속한다. 정수가 아닌 것은 더 이상 약분되지 않는 기약분수 또는 소수의 형태를 지니게 된다.
$-3.1,\ \frac{5}{4},\ 1.53,\ -\frac{1}{9},\ -\frac{7}{3}$ 는 기약분수 또는 소수의 형태이므로 정수가 아니다.
또, $\frac{18}{6} = 3,\ \frac{14}{7} = 2$ 이므로 양의 정수이다. 0 은 양의 정수도 아니고 음의 정수도 아니지만 정수에 속한다.
따라서 정수에 속하지 않는 것은 5 개이다.

6. 두 수는 절댓값은 같고 부호가 반대이며 두 수 사이의 거리가 20 일 때, 두 수를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

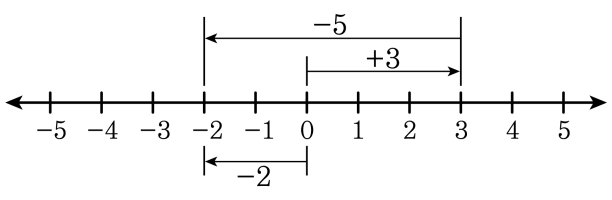
▷ 정답: 10 또는 +10

▷ 정답: −10

해설

절댓값이 같고 부호가 서로 반대인 수는 원점으로부터의 거리가 같다. 두 수의 거리가 20 이므로 원점으로부터의 거리가 10 이다. 원점으로부터 오른쪽으로 10 만큼 이동하면 +10 이고, 원점으로부터 왼쪽으로 10 만큼 이동하면 −10이 된다. 따라서 두 수는 10, − 10 이 된다.

7. 다음 그림의 수직선을 이용하여 계산할 수 있는 식은?



① $(-2)+(+3)$ ② $(+3)-(-2)$ ③ $(+3)-(-5)$

④ $(-2)+(-5)$ ⑤ $(+3)+(-5)$

해설

⑤ $(+3)+(-5)=-2$

8. 다음 중 계산결과가 옳은 것을 골라라.

㉠ $\left(+\frac{5}{2}\right)-\left(-\frac{3}{2}\right)=+1$

㉡ $(+2)-\left(-\frac{1}{5}\right)=+\frac{9}{5}$

㉢ $\left(+\frac{3}{2}\right)-(+2.8)=-1.3$

㉣ $\left(-\frac{1}{7}\right)-\left(-\frac{3}{4}\right)=-\frac{17}{28}$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

㉠ $\left(+\frac{5}{2}\right)-\left(-\frac{3}{2}\right)=\left(+\frac{5}{2}\right)+\left(+\frac{3}{2}\right)=+4$

㉡ $(+2)-\left(-\frac{1}{5}\right)=(+2)+\left(+\frac{1}{5}\right)=+\frac{11}{5}$

㉣ $\left(-\frac{1}{7}\right)-\left(-\frac{3}{4}\right)=\left(-\frac{1}{7}\right)+\left(+\frac{3}{4}\right)=+\frac{17}{28}$

9. $4-\frac{1}{2}-5+\frac{1}{3}$ 을 계산하여라.

① $-\frac{7}{6}$ ② -2 ③ $-\frac{5}{6}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{2}{3}$

해설

$4-\frac{1}{2}-5+\frac{1}{3}$

$=(+4)+\left(-\frac{1}{2}\right)+(-5)+\left(+\frac{1}{3}\right)$

$=(-1)+\left(-\frac{1}{6}\right)=-\frac{7}{6}$

10. 다음 중 계산 결과가 가장 작은 것은?

① $-2^2-(-3)^3+7$　② $(-4)\times(-5)^2$

③ $(-16)\times(-1)^3-19$　④ $18\div(-3)^2\times(-1)^2$

⑤ $35-14\times(-2^2)$

해설

① $-2^2-(-3)^3+7=-4-(-27)+7$
$=-4+27+7=30$

② $(-4)\times(-5)^2=(-4)\times(+25)=-100$

③ $(-16)\times(-1)^3-19=(-16)\times(-1)-19$
$=16-19=-3$

④ $18\div(-3)^2\times(-1)^2=18\div(+9)\times(+1)$
$=2\times(+1)=2$

⑤ $35-14\times(-2^2)=35-14\times(-4)$
$=35+56=91$

11. $(-20) \div \left(-\frac{5}{3}\right) \times \frac{15}{14}$ 를 계산하면?

① -2 ② $-\frac{11}{3}$ ③ $\frac{31}{5}$ ④ $\frac{53}{6}$ ⑤ $\frac{90}{7}$

해설

$(-20) \times \left(-\frac{3}{5}\right) \times \frac{15}{14} = \frac{90}{7}$

12. 어떤 자연수를 10 으로 나누었더니, 몫이 7 이고 나머지가 8 이었다. 이 수를 15 로 나누었을 때의 몫을 a, 나머지를 b 라 할 때, $a-b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

어떤 자연수를 A 라 하면 $A = 10 \times 7 + 8 = 15 \times 5 + 3$ 이다.
따라서 $a = 5$, $b = 3$ 이므로 $a - b = 5 - 3 = 2$ 이다.

13. 다음 1 보다 큰 자연수 중에서 1 과 그 수 자신만을 약수로 가지는 수는?

① 8 ② 22 ③ 26 ④ 100 ⑤ 103

해설

1 보다 큰 자연수 중에서 1 과 그 수 자신만을 약수로 가지는 수는 소수이다.
따라서 소수인 것은 103 이다.

14. 자연수 300 을 소인수분해 하였을 때, 소인수들의 합을 구하면?

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 24 ⑤ 39

해설

$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2,\ 2+3+5 = 10$

15. $3^a \times 5^b$ 이 225 를 약수로 가질 때, 두 자연수 a, b 의 최솟값을 고르면?

① 1, 1 ② 1, 2 ③ 2, 1 ④ 2, 2 ⑤ 2, 3

해설

$3^a \times 5^b$ 이 $225 = 3^2 \times 5^2$ 을 약수로 가지므로, a 는 2 이상의 자연수, b 는 2 이상의 자연수가 되어야 한다.
그 중 최솟값은 $a = 2$, $b = 2$ 일 때이다.

16. 3, 5, 6 의 어느 것으로 나누어도 나머지가 2 인 수 중 세 자리 자연수는 모두 몇 개인가?

① 28 개 ② 29 개 ③ 30 개 ④ 31 개 ⑤ 32 개

해설

구하는 수는 (3, 5, 6 의 공배수)+2 인 수이므로
3, 5, 6 의 최소공배수 30 이다.
30 의 배수 중 세 자리 자연수는 120, 150, $\cdots$, 990 이다.
따라서 구하는 수는 122, 152, $\cdots$, 992 이다.
$122 = 30 \times 4 + 2$, $992 = 30 \times 33 + 2$
$\therefore\ 33 - 3 = 30$ (개)

17. 다음 중 옳은 것을 골라라.

㉠ 절댓값이 가장 작은 수는 0이다.
㉡ 모든 정수의 절댓값은 항상 양수이다.
㉢ 음의 정수는 그 절댓값이 큰 수가 크다.
㉣ +5의 절댓값은 −7의 절댓값보다 크다.
㉤ 절댓값이 2인 수는 +2뿐이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

해설

㉠ 절댓값이 가장 작은 수는 0이다.
㉡ 정수의 절댓값은 양수 또는 0이다.
㉢ 음의 정수는 그 절댓값이 큰 수가 작다.
㉣ +5의 절댓값은 5이고, −7의 절댓값은 7이므로 −7의 절댓값이 크다.
㉤ 절댓값이 2인 수는 +2, −2이다.

18. 절댓값이 $\frac{7}{2}$ 보다 작은 정수 중에서 가장 큰 수와 가장 작은 수의 차는?

① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

절댓값이 $\frac{7}{2}$ 보다 작은 정수 중에서
가장 큰 수 : $+3$
가장 작은 수 : -3
$(+3)-(-3)=(+3)+(+3)=6$

19. $a > 1,\ -1 < b < 0$ 일 때, 다음을 큰 순서대로 기호를 써라.

㉠ 0	㉡ a^2b
㉢ $\frac{b}{a}$	㉣ ab

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉡

해설

㉠ 0

㉡ $a^2b < 0$

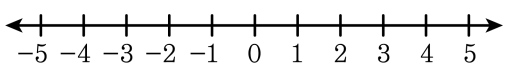
㉢ $|a| > |b|$ 이므로 $-1 < \frac{b}{a} < 0$

㉡과 ㉣에서는 항상 ㉡ < ㉣

㉢과 ㉣에서는 $a > 1$ 에서 $a > \frac{1}{a} > 0$ 이므로 $ab < \frac{b}{a} < 0$

따라서 항상 ㉢>㉣이다.

20. 다음 수직선을 보고 -4보다 크거나 같고 3 이하인 정수가 아닌 것을 모두 골라라.



㉠ -5	㉡ -3	㉢ 0	㉣ 3	㉤ 4

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉤

해설

㉠ $-5 < -4$
㉡ $-4 \le -3 \le 3$
㉢ $-4 \le 0 \le 3$
㉣ $-4 \le 3 \le 3$
㉤ $3 < 4$

21. $-\frac{7}{4}$ 에 가장 가까운 정수를 a, $+\frac{8}{3}$ 에 가장 가까운 정수를 b 라 할 때, a 와 b 의 절댓값의 합은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$-\frac{7}{4}$ 에 가장 가까운 정수는 $a = -2$

$+\frac{8}{3}$ 에 가장 가까운 정수는 $b = 3$

$|a| + |b| = |-2| + |3| = 5$

22. 다음 설명 중 옳은 것을 2개 찾으면?

① 절댓값이 같은 수는 항상 2 개이다.

② 0 은 유리수이다.

③ 두 유리수 사이에는 또 다른 유리수가 있다.

④ −0.9 에 가장 가까운 정수는 0 이다.

⑤ 수직선 위에서 −5 와 3 에 대응하는 점에서 같은 거리에 있는 점에 대응하는 수는 1 이다.

해설

① 절댓값이 0 인 수는 0 하나뿐이다.
④ −0.9에 가장 가까운 정수는 −1이다.
⑤ −5와 3에 대응하는 점에서 같은 거리에 있는 점에 대응하는 수는 −1 이다.

23. -3보다 $+3.8$만큼 큰 수를 a , 5보다 -4.7만큼 작은 수를 b 라 할 때, $a \le x < b$ 인 정수 x 의 개수는?

① 1개 ② 3개 ③ 5개 ④ 7개 ⑤ 9개

해설

$a = (-3) + (+3.8) = 0.8$
$b = 5 - (-4.7) = 5 + 4.7 = 9.7$
따라서 $0.8 \le x < 9.7$ 인 정수는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 의 9개이다.

24. $a < 0,\ b > 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a - b > 0$　② $a + b < 0$　③ $b - a > 0$

④ $a \times b > 0$　⑤ $b + a > 0$

해설

① $a < 0,\ -b < 0$ 이므로 $a - b < 0$

② (반례) $a = -1,\ b = 5$ 일 때, $a + b = 4 > 0$

④ $a < 0,\ b > 0$ 이므로 $a \times b < 0$

⑤ (반례) $a = -3,\ b = 2$ 일 때, $b + a = -1 < 0$

25. 자연수 a, b, c 에 대하여 $5 \times a = 7 \times b = c^2$ 을 만족하는 c 의 값으로 가능하지 않은 것은?

① 35 ② 70 ③ 105 ④ 140 ⑤ 180

해설

$5 \times a = 7 \times b = c^2$ 에서

i) $a = 5 \times 7^2$, $b = 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (5 \times 7^2) = 7 \times (5^2 \times 7) = (5 \times 7)^2 = 35^2$

ii) $a = 2^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 2^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (2^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (2^2 \times 5^2 \times 7) = (2 \times 5 \times 7)^2 = 70^2$

iii) $a = 3^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 3^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (3^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (3^2 \times 5^2 \times 7) = (3 \times 5 \times 7)^2 = 105^2$

iv) $a = 4^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 4^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (4^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (4^2 \times 5^2 \times 7) = (4 \times 5 \times 7)^2 = 140^2$

따라서 c 의 값으로 가능한 것은 $35, 70, 105, 140, \cdots$ 이다.

26. $96a = b^3$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 a, b 를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 18$

▷ 정답 : $b = 12$

해설

$96a = 2^5 \times 3 \times a = b^3$
지수가 3 의 배수가 되도록 작은 수를 곱해주어야 한다.
$\therefore\ a = 2 \times 3^2 = 18$
$2^6 \times 3^3 = (2^2 \times 3)^3 = 12^3$
$\therefore\ b = 12$

27. 두 자연수 x, y 에 대하여 $2^x \times 3 \times 5^y$ 의 약수의 개수가 36 일 때, $x+y$ 의 값으로 알맞은 것을 모두 구하면?

① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

해설

$(x+1) \times (1+1) \times (y+1) = 36$
$(x+1) \times (y+1) = 18$
$18 = 2 \times 9$ 또는 $18 = 3 \times 6$ 이므로
$x+1 = 2,\ y+1 = 9$ 또는 $x+1 = 9,\ y+1 = 2$ 일 때,
$x = 1,\ y = 8$ 또는 $x = 8,\ y = 1$
그러므로 $x+y = 9$
$x+1 = 3,\ y+1 = 6$ 또는 $x+1 = 6,\ y+1 = 3$ 일 때,
$x = 2,\ y = 5$ 또는 $x = 5,\ y = 2$
그러므로 $x+y = 7$

28. 두 자연수 a, b 의 최대공약수는 24 이다. a, b, 32 의 공약수를 모두 구하면?

① 1 ② 1, 2 ③ 1, 2, 4

④ 1, 2, 4, 8 ⑤ 1, 2, 4, 8, 16

해설

a, b 의 공약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 이다.
32 의 약수는 1, 2, 4, 8, 16, 32 이다.
따라서 두 수의 공약수는 1, 2, 4, 8 이다.

29. $|a| = \frac{2}{3}$, $|b| = 0.5$ 일 때, $a + b$ 의 최솟값으로 옳은 것은?

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{7}{6}$ ③ $-\frac{1}{6}$ ④ $-\frac{7}{6}$ ⑤ $-\frac{7}{3}$

해설

$\left|+\frac{2}{3}\right| = \left|-\frac{2}{3}\right| = \frac{2}{3} \therefore a = +\frac{2}{3}, \ -\frac{2}{3}$

$|+0.5| = |-0.5| = 0.5 \therefore b = +0.5, \ -0.5$

$a = +\frac{2}{3}$, $b = +0.5$ 일 때, $a + b = \left(+\frac{2}{3}\right) + (+0.5) = +\frac{7}{6}$

$a = +\frac{2}{3}$, $b = -0.5$ 일 때, $a + b = \left(+\frac{2}{3}\right) + (-0.5) = +\frac{1}{6}$

$a = -\frac{2}{3}$, $b = +0.5$ 일 때, $a + b = \left(-\frac{2}{3}\right) + (+0.5) = -\frac{1}{6}$

$a = -\frac{2}{3}$, $b = -0.5$ 일 때, $a + b = \left(-\frac{2}{3}\right) + (-0.5) = -\frac{7}{6}$

$-\frac{7}{6}, -\frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{7}{6}$ 이므로 최솟값은 $-\frac{7}{6}$ 이다.

30. $\frac{1}{6}$ 과 $\frac{4}{3}$ 사이의 유리수 중에서 분모가 36 이 되는 기약분수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 14 개

해설

$\frac{1}{6}$ 과 $\frac{4}{3}$ 사이의 분모가 36 인 분수를 $\frac{x}{36}$ 라 하면

$\frac{1}{6} < \frac{x}{36} < \frac{4}{3}$

$\frac{6}{36} < \frac{x}{36} < \frac{48}{36}$

$x = 7,\ 8,\ \cdots,\ 47$

이 중 기약분수가 되려면 36 과 서로소이어야 하므로 2 와 3 의 배수를 빼면

7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, 29, 31, 35, 37, 41, 43, 47이 되어 조건에 맞는 분수는 14 개이다.

31. $A * B = A \times B$ 라고 정의할 때, 다음을 계산하여라.

$\left\{\frac{7}{12} * \left(-\frac{15}{14}\right)\right\} \div \left\{\frac{1}{3} * \frac{9}{2}\right\}$

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{5}{12}$

해설

$\left\{\frac{7}{12} * \left(-\frac{15}{14}\right)\right\} \div \left\{\frac{1}{3} * \frac{9}{2}\right\}$

$-\left(\frac{7}{12} \times \frac{15}{14}\right) \div \left(\frac{1}{3} \times \frac{9}{2}\right)$

$= -\frac{5}{8} \div \frac{3}{2} = -\frac{5}{8} \times \frac{2}{3} = -\frac{5}{12}$

32. 10^n 에 가장 가까운 11 의 배수 (단, n은 자연수)를 작은 순서대로 a_1, a_2, a_3, $\cdots$ 라 할 때, $a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6$ 을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1111110

해설

11 의 배수는 짝수 자리 수의 합에서 홀수 자리 수의 합을 뺀 절댓값이 0 이거나 11 의 배수인 수이므로,
10^n 에서 가장 가까운 11 의 배수를 차례대로 구해 보면,
$10 \to 11$,
$10^2 \to 99$,
$10^3 \to 1001$,
$10^4 \to 9999$,
$10^5 \to 100001$,
$10^6 \to 999999$,
$\therefore a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6 = 1111110$

33. 세 변의 길이가 88m, 96m, 120m 인 삼각형 모양인 땅의 가장자리에 일정한 간격으로 말뚝을 박으려고 한다. 세 모퉁이에는 반드시 말뚝을 박고, 가능한 적은 수의 말뚝을 박을 때, 필요한 말뚝의 수는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 38 개

해설

88, 96, 120 의 최대공약수는 8 이므로 8m 간격으로 말뚝을 박으면 된다.

∴ (필요한 말뚝의 수)

$= (88 \div 8) + (96 \div 8) + (120 \div 8)$

$= 11 + 12 + 15$

$= 38$(개)

34. 연산 기호 ★ 을 다음과 같이 정의할 때, $-\frac{2}{3}\bigstar\frac{5}{2}$ 를 계산하여라.

㉠ $1\bigstar1=2$	㉡ $1\bigstar2=5$	㉢ $2\bigstar2=8$
㉣ $3\bigstar4=25$	㉤ $4\bigstar4=32$	

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{241}{36}$

해설

$1^2+1^2 = 2$
$1^2+2^2 = 5$
$2^2+2^2 = 8$
$3^2+4^2 = 25$
$4^2+4^2 = 32$
$a\bigstar b = a^2+b^2$
$\therefore -\frac{2}{3}\bigstar\frac{5}{2} = \frac{4}{9}+\frac{25}{4} = \frac{241}{36}$

35. $\frac{1}{1\times2\times3}+\frac{1}{2\times3\times4}+\frac{1}{3\times4\times5}+\cdots+\frac{1}{15\times16\times17}$ 을 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{135}{544}$

해설

$\frac{1}{A\times B\times C}=\frac{1}{C-A}\left(\frac{1}{A\times B}-\frac{1}{B\times C}\right)$ 이므로,

$\frac{1}{1\times2\times3}+\frac{1}{2\times3\times4}+\frac{1}{3\times4\times5}+\cdots+\frac{1}{15\times16\times17}$

$=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{1\times2}-\frac{1}{2\times3}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2\times3}-\frac{1}{3\times4}\right)+$

$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3\times4}-\frac{1}{4\times5}\right)+\cdots+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{15\times16}-\frac{1}{16\times17}\right)$

$=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{272}\right)$

$=\frac{135}{544}$