

1. 다음 중 거듭제곱의 표현으로 옳지 않은 것은?

① $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

② $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$

③ $a + a + a + a = a^4$

④ $a \times b \times b \times b \times b = a \times b^4$

⑤ $\frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7} = \frac{1}{2^3 \times 7^2}$

해설

③ $a + a + a + a = 4 \times a$

2. 세 자연수 $7 \times x$, $4 \times x$, $10 \times x$ 의 최소공배수가 420 일 때, x 의 값으로 옳은 것은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$7 \times x$, $4 \times x = 2^2 \times x$, $10 \times x = 2 \times 5 \times x$ 의 최소공배수는
 $2^2 \times 5 \times 7 \times x = 420$
따라서 $x = 3$ 이다.

3. 다음 중 계산이 옳지 않은 것은?

① $\left(-\frac{1}{2}\right) - (-0.9) - (+1.4) = -1$

② $(-2.2) + (+3.2) - \left(+\frac{1}{4}\right) = 0.75$

③ $\left(+\frac{3}{4}\right) - (+2.4) - (+8.4) = -10.05$

④ $\left(-\frac{1}{2}\right) - \left(\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{1}{5}\right) = -\frac{4}{3}$

⑤ $(+3.2) - \left(-\frac{1}{2}\right) - \left(+\frac{1}{5}\right) = \frac{7}{2}$

해설

④ $\left(-\frac{1}{2}\right) - \left(+\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{1}{5}\right) = -\frac{41}{30}$

4. 4 개의 유리수 $-\frac{5}{4}$, $\frac{2}{3}$, $-\frac{3}{2}$, 1.5 중에서 세 수를 뽑아서 곱했을 때, 가장 큰 값은? (단, 같은 수는 중복하여 쓰지 않는다.)

- ① 5 ② $\frac{21}{4}$ ③ $\frac{45}{16}$ ④ $\frac{49}{8}$ ⑤ $\frac{25}{4}$

해설

세 수를 뽑아서 곱했을 때 가장 큰 값은

$$\left(-\frac{5}{4}\right) \times \left(-\frac{3}{2}\right) \times 1.5 = \frac{45}{16}$$

5. 다음 중 계산이 잘못된 식을 모두 찾은 것은?

보기

㉠ $x \times 1 \times y = xy$

㉡ $2 \times 3 \times a \times b = 23ab$

㉢ $(x - y) \times (-1) = -(x - y)$

㉣ $a \times (-3) \times b \times 2 = -6ab$

㉤ $0.1 \times a = 0.a$

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉡, ㉤

④ ㉢, ㉣

⑤ ㉣, ㉤

해설

㉡ $2 \times 3 \times a \times b = 6ab$

㉤ $0.1 \times a = 0.1a$

6. $a \div b \div c$ 를 나눗셈 기호를 생략하여 나타내면?

① abc

② $\frac{ab}{c}$

③ $\frac{c}{ab}$

④ $\frac{a}{bc}$

⑤ $\frac{b}{ac}$

해설

$$a \div b \div c = a \times \frac{1}{b} \times \frac{1}{c} = \frac{a}{bc} \text{ 이다.}$$

7. 세 자리의 자연수가 있다. 백의 자리의 숫자가 p , 십의 자리의 숫자가 q , 일의 자리의 숫자가 r 일 때, 이 세 자리의 정수를 나타내는 식은?

① pqr

② $p + q + r$

③ $100p + 10q + r$

④ $100r + 10q + p$

⑤ p^3q^2r

해설

$$p \times 10^2 + q \times 10 + r = 100p + 10q + r$$

8. $\frac{5}{6}(3x-2y) - \frac{3}{4}(10x-8y)$ 를 간단히 했을 때, x 의 계수와 y 의 계수의 합을 구하면?

① $-\frac{2}{3}$

② $-\frac{1}{2}$

③ 0

④ $\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{2}{3}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식}) &= \frac{5}{2}x - \frac{5}{3}y - \frac{15}{2}x + 6y \\&= \left(\frac{5}{2} - \frac{15}{2}\right)x + \left(-\frac{5}{3} + 6\right)y \\&= -5x + \frac{13}{3}y\end{aligned}$$

따라서 x, y 계수의 합은 $-5 + \frac{13}{3} = -\frac{2}{3}$

9. 180의 소인수와 220의 소인수 중 공통인 소인수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 2 개

해설

$$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5 ,$$

$$220 = 2^2 \times 5 \times 11 \text{ 이므로}$$

180의 소인수는 2, 3, 5 ,

220의 소인수는 2, 5, 11 이므로

공통인 소인수는 2, 5 이므로 2개이다.

10. $\frac{464}{n} = a^4$ 을 만족하는 자연수 a 에 대하여 $a \times n$ 의 값을 구하여라.
(단, n 은 조건을 만족하는 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 58

해설

$$464 = 29 \times 2^4 ,$$

$$n = 29, \quad a = 2 ,$$

$$a \times n = 2 \times 29 = 58$$

11. 두 수 $2^3 \times 3^4 \times 7^c$, $2^a \times 3^b \times 7^4$ 의 최대공약수가 $2^2 \times 3^2 \times 7^2$ 일 때,
 $a + b + c$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

최대공약수가 $2^2 \times 3^2 \times 7^2$ 이고

$2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 2 의 지수가 3 이므로

$2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 2 의 지수가 2 이어야 한다.

같은 방식으로

$2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 3 의 지수가 4 이므로

$2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 3 의 지수가 2 이어야 한다.

또한,

$2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 7 의 지수가 4 이므로

$2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 7 의 지수가 2 이어야 한다.

따라서 $a = 2$, $b = 2$, $c = 2$ 이다.

12. 자연수 k 의 모든 배수를 모아 놓은 모임을 A_k 라고 한다. A_6 과 A_8 의 공통인 수를 구한 후, 그 결과가 A_k 의 모임 안에 들어가게 하려고 할 때 k 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

A_6 과 A_8 의 공통인 수는 6 의 배수와 8 의 배수의 공통인 수이므로 6 과 8 의 공배수이다.

6 과 8 의 공배수는 24 이므로 A_k 는 24 의 배수 모임이다.

따라서 $A_k \Rightarrow 24, 48, 72, \dots$ 이고 k 의 최솟값은 24 이다.

13. 43 을 어떤 자연수 n 으로 나누면 나머지가 3 이 된다. 또, 49 를 n 으로 나누면 나머지가 1 이 되고 74 를 n 으로 나누면 2 가 남는다. 이러한 자연수 n 을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 8

해설

43 을 어떤 자연수 n 으로 나누면 나머지가 3

→ n 은 40 의 약수이다. ($3 < n$)

49 를 n 으로 나누면 나머지가 1

→ n 은 48 의 약수이다.

74 를 n 으로 나누면 2

→ n 은 72 의 약수이다.

위 세 조건을 만족하는 n 을 구하면 $n = 4, 8$

14. 어떤 수 a 와 21 의 최소공배수는 84 이고 최대공약수는 7 이다. 정수 a 는?

① 28

② 21

③ 12

④ 4

⑤ 14

해설

$$\begin{array}{r} 7 \overline{) \quad a \quad 21} \\ \quad b \quad 3 \end{array} \quad (b \text{와 } 3 \text{은 서로소})$$

a 와 21 의 최소공배수가 84 이므로

$$7 \times b \times 3 = 84$$

$$21b = 84$$

$$b = 4$$

$$\therefore a = 7b = 7 \times 4 = 28$$

15. 다음을 계산하면?

$$(-1^{100}) - (1^{100} + 1^{99}) \times (-1)^{99}$$

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

(준식)

$$= (-1) - (1 + 1) \times (-1)$$

$$= (-1) - 2 \times (-1) = -1 + 2 = 1$$

16. 세 정수 a, b, c 의 절댓값은 4 보다 작고, $a \times b = 3$, $c \div b = -2$ 이다.
 $b < a$ 이고, $c < b$ 일 때, $2a + b - 3c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$c < 0 < b < a$ 이므로

$a \times b = 3$ 이면 $a = 3$, $b = 1$

$c \div b = -2$ 이면 $b = 1$, $c = -2$

$a = 3$, $b = 1$, $c = -2$ 이므로

$2a + b - 3c = 2 \times 3 + 1 - 3 \times (-2) = 6 + 1 + 6 = 13$ 이다.

17. 다음에서 조건에 맞는 식을 모두 골라 색칠하고, 색칠한 것이 의미하는 네 자리 숫자를 말하여라.

$x^2 - \frac{x}{2}$	$x^2 - 3x + 1$	$x^2 - 1$
$x + \frac{y}{2}$	$y^2 + y + 1$	$x^2 + x$
$3x + 1$	$x - y + 3$	$2x^3 + 1$
$4x + 1$	$x^2 + y^2 - 1$	$2x + y$
$3x - 4$	$\frac{x}{5} - y + 1$	y^2

항의 개수가 3

$y^2 - \frac{y}{2}$	$y^2 - 3y + 1$	$y^2 - 1$
$x + \frac{y}{2}$	$x^2 + x + 1$	$y^2 + y$
$3y^2 + 1$	$x - y^2 + 3$	$2y^2 + 1$
$4x + 1$	$x^2 + y^2 - 1$	$2y^2 + x$
$3y^2 - 4$	$\frac{x}{5} - y^2 + 1$	y^2

y 에 대한 이차식

$x^2 - \frac{x}{2}$	$x^2 - 3x + 1$	$x^2 - 1$
$x^2 + \frac{y}{2}$	$y^2 + y + 1$	$x^2 + x$
$3x^2 + 1$	$x^2 - y + 3$	$2x^3 + 1$
$4x + 1$	$x^2 + y^2 - 1$	$2x^2 + y$
$3x - 4$	$\frac{x}{5} - y + 1$	x^2

x 에 대한 이차식

$y^2 - \frac{x}{2} + 1$	$x^2 - 3x + 1$	$x^2 + 1$
$1 - \frac{y}{2}$	$y^2 + y$	$x^2 + 1 - 2x$
$3x + 1$	$x - y + 1$	$2x^3 + 1 + x$
$4x + 1$	$x^2 + y^2 - 1$	$2x + 1$
$5x + 1$	$\frac{x}{5} - y + 1$	$y^2 + 1$

상수항이 1

▶ 답 :

▷ 정답 : 1398

해설

$x^2 - \frac{x}{2}$	$x^2 - 3x + 1$	$x^2 - 1$
$x + \frac{y}{2}$	$y^2 + y + 1$	$x^2 + x$
$3x + 1$	$x - y + 3$	$2x^3 + 1$
$4x + 1$	$x^2 + y^2 - 1$	$2x + y$
$3x - 4$	$\frac{x}{5} - y + 1$	y^2

항의 개수가 3

$y^2 - \frac{y}{2}$	$y^2 - 3y + 1$	$y^2 - 1$
$x + \frac{y}{2}$	$x^2 + x + 1$	$y^2 + y$
$3y^2 + 1$	$x - y^2 + 3$	$2y^2 + 1$
$4x + 1$	$x^2 + y^2 - 1$	$2y^2 + x$
$3y^2 - 4$	$\frac{x}{5} - y^2 + 1$	y^2

y 에 대한 이차식

$x^2 - \frac{x}{2}$	$x^2 - 3x + 1$	$x^2 - 1$
$x^2 + \frac{y}{2}$	$y^2 + y + 1$	$x^2 + x$
$3x^2 + 1$	$x^2 - y + 3$	$2x^3 + 1$
$4x + 1$	$x^2 + y^2 - 1$	$2x^2 + y$
$3x - 4$	$\frac{x}{5} - y + 1$	x^2

x 에 대한 이차식

$y^2 - \frac{x}{2} + 1$	$x^2 - 3x + 1$	$x^2 + 1$
$1 - \frac{y}{2}$	$y^2 + y$	$x^2 + 1 - 2x$
$3x + 1$	$x - y + 1$	$2x^3 + 1 + x$
$4x + 1$	$x^2 + y^2 - 1$	$2x + 1$
$5x + 1$	$\frac{x}{5} - y + 1$	$y^2 + 1$

상수항이 1

18. 자연수 a 의 약수의 개수를 $f(a)$ 이라 할 때, $f(30) \times f(x) = 32$ 를 만족시키는 가장 작은 자연수 x 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$30 = 2 \times 3 \times 5$ 로 소인수분해되므로

$f(30) = (1 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 8$ 이다.

$f(30) \times f(x) = 32$ 에서 $f(x) = 4$

약수의 개수가 4 인 가장 작은 자연수는 $2 \times 3 = 6$ 이다.

19. 1부터 100까지의 자연수 중에서 3으로 나누면 2가 남고 8로 나누면 5가 남는 수들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 164

해설

5는 3으로 나눈 나머지가 2인 수이고, 3과 8의 최소공배수는 24이므로 구하려는 수는

$24n + 5 (n = 0, 1, 2, 3, \dots)$ 인 수이다.

$\therefore 5, 29, 53, 77$ 이므로 $5 + 29 + 53 + 77 = 164$

20. $\left(\frac{x}{3}\right.\)의 절댓값 $\left.)\leq 3\right.$ 인 정수 a, b 에 대하여 $a+b>0, a\times b<0$ 일 때,
 $a-b$ 의 값 중 가장 큰 수를 만족하는 a, b 의 값을 써라.$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a=9$

▷ 정답: $b=-6$

해설

$|x|\leq 9$ 인 정수는 $-9, -6, -3, 0, 3, 6, 9$ 이므로

$a=9, b=-6$ 일 때,

$a+b=9-6>0$ (참)

$a\times b=9\times(-6)<0$ (참)

$a-b=9-(-6)=15$

21. $< x >$ 는 -3 보다 크고 $x+3$ 보다 크지 않은 정수의 개수를 나타낸다고 할 때, 다음을 구하여라.

$$< 7 > - < -1 > + < 2 >$$

▶ 답 :

▶ 정답 : 16

해설

$< 7 >$ 은 -3 보다 크고 10 보다 크지 않은 정수의 개수이므로 $-2, -1, 0, \dots, 10$ 의 13 개이다.

$< -1 >$ 은 -3 보다 크고 2 보다 크지 않은 정수의 개수이므로 $-2, -1, 0, 1, 2$ 의 5 개이다.

$< 2 >$ 는 -3 보다 크고 5 보다 크지 않은 정수의 개수이므로 $-2, -1, 0, \dots, 5$ 의 8 개이다.

$$\therefore < 7 > - < -1 > + < 2 > = 13 - 5 + 8 = 16$$

22. $a(x^2 + 2x + 3) - \frac{2}{3}\{x^2 - (4 + 7x) + b\}$ 가 x 에 관한 일차식이면서 단항식이 될 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{23}{3}$

해설

$$a(x^2 + 2x + 3) - \frac{2}{3}\{x^2 - (4 + 7x) + b\}$$

$$= ax^2 + 2ax + 3a - \frac{2}{3}x^2 + \frac{8}{3} + \frac{14}{3}x - \frac{2}{3}b$$

$$= ax^2 - \frac{2}{3}x^2 + \frac{14}{3}x + 2ax + 3a - \frac{2}{3}b + \frac{8}{3}$$

$$a - \frac{2}{3} = 0 \text{ 이므로 } \therefore a = \frac{2}{3}$$

$$3 \times \frac{2}{3} - \frac{2}{3}b + \frac{8}{3} = 0 \text{ 이므로 } 2 - \frac{2}{3}b + \frac{8}{3} = 0$$

$\therefore b = 7$ 일 때, 단항식을 만족한다.

$$\therefore a + b = \frac{2}{3} + 7 = \frac{23}{3}$$

23. 두 정수 a, b 가 $b < a < 0$ 일 때, $|a| + |b - a| = 5$ 이다. 이를 만족하는 순서쌍 (a, b) 의 개수는 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$b < a < 0$ 이므로, $|a| = -a$, $|b - a| = -(b - a)$ 이다.

$$|a| + |b - a| = 5$$

$$(-a) - (b - a) = 5$$

$$\therefore b = -5$$

$-5 < a < 0$ 이므로, a 는 $-4, -3, -2, -1$ 중 하나이다.

따라서 순서쌍 (a, b) 의 개수는 4 개이다.

24. x 는 $-\frac{4}{3} < x < \frac{12}{5}$ 이면서 유리수라 할 때, 분모가 9 인 기약분수의 개수를 구하여라.



답 :

개



정답 : 22 개

해설

$-\frac{4}{3} = -\frac{12}{9}$ 이고, $\frac{21}{9} < \frac{12}{5} < \frac{22}{9}$ 이다.

따라서 $-\frac{12}{9}$ 보다 크고 $\frac{22}{9}$ 보다 작은 분모가 9인 기약분수의 개수는 -12 부터 22 까지 9 와 서로소인 수의 개수와 같다.

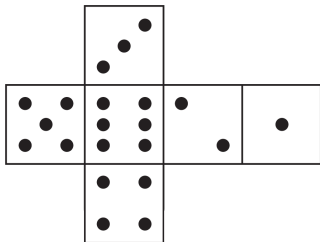
-12 부터 22 까지 9 와 서로소인 수는

-11, -10, -8, -7, -5, -4, -2,

-1, 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14, 16, 17, 19, 20 이다.

∴ 22 개

25. 다음 그림은 주사위의 전개도이다. 주사위를 n 번 던졌을 때, 보이는 부분인 윗면의 눈의 합을 x , 서로 마주보는 보이지 않는 부분인 아랫면의 눈의 합을 y 라 하자. n 번 시행 후 나온 결과를 (x, y) 라 할 때, $(x, 12)$ 가 되는 x 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 74

해설

마주보는 눈의 합이 항상 7 이므로,
아랫면의 눈의합이 12 가 되는 최소의 경우와 최대의 경우를
찾으면 된다.

최소의 경우는 6 이 두 번 이면 되므로, 윗면의 눈은 1 이 두 번
나오고 합은 2,

최대의 경우는 아랫면이 1 이 열두 번이고, 윗면의 경우는 6 이
열두 번 나옴 합은 72 가 된다.

$$\therefore (\text{최댓값}) + (\text{최솟값}) = 72 + 2 = 74$$