

1. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라고 하자. 이때, 다음 식을 만족시키는 조건 p 는 q 이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

$$\{(P \cap Q) \cup (P \cap Q^c)\} \cap Q = P$$

▶ 답: _____ 조건

2. 다음 부등식 중 성립하지 않는 것은? (단, 모든 문자는 실수)

① $|a| + |b| \geq |a + b|$

② $a \geq b > 0$ 일 때 $\frac{b}{2+a} \geq \frac{a}{2+b}$

③ $a^3 + b^3 + c^3 \geq 3abc$ ($a > 0, b > 0, c > 0$)

④ $\sqrt{3} + \sqrt{13} > \sqrt{2} + \sqrt{14}$

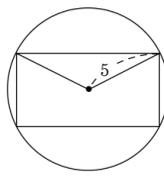
⑤ $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$

3. 부등식 $7^{20} < n^{10}$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최솟값을 구하여라.

 답: _____

4. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 5 인 원에 내접하는 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값은?

- ① $\sqrt{2}$ ② $5\sqrt{2}$ ③ $10\sqrt{2}$
 ④ $20\sqrt{2}$ ⑤ $100\sqrt{2}$



5. 다음 중에서 p 는 q 이기 위한 필요조건이고 충분조건은 아닌 것을 고르면? (단, 모든 문자는 실수)

① $p : a > 3, q : a^2 > 9$

② $p : a^2 = ab, q : a = b$

③ $p : |a| < |b|, q : a < b$

④ $p : |x - 1| = 2, q : x^2 = -2$

⑤ $p : x = 1$ 이고 $y = 1, q : x + y = 2$ 이고 $xy = 1$

6. 세 조건 p, q, r 를 만족하는 진리집합이 각각 $P = \{x \mid x \leq -2, 1 \leq x \leq 5\}$, $Q = \{x \mid x \leq a\}$, $R = \{x \mid x \leq b\}$ 이다. p 는 q 이기 위한 필요조건이고, r 이기 위한 충분조건이 되도록 상수 a, b 에 대한 a 의 최댓값을 M , b 의 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 의 값을 구하시오.

▶ 답: _____

7. 세 조건 p, q, r 에 대하여 $\sim p \Rightarrow q, r \Rightarrow \sim q$ 일 때, 조건 p 가 r 이기 위한 필요충분조건이려면 다음 중 어떤 조건이 더 필요한가?

① $p \Rightarrow q$

② $q \Rightarrow r$

③ $p \Rightarrow r$

④ $\sim q \Rightarrow p$

⑤ $\sim r \Rightarrow p$

8. x, y 가 실수일 때, 다음 중 절대부등식이 아닌 것을 모두 고른 것은?

$\text{㉠ } x+1 > 0$	$\text{㉡ } x^2 + xy + y^2 \geq 0$
$\text{㉢ } x + y \geq x-y $	$\text{㉣ } x+y \geq x-y $

① ㉠

② ㉠, ㉢

③ ㉠, ㉣

④ ㉡, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉣

9. $a > 0, b > 0$ 일 때, 다음 네모 속에서 옳은 것은 모두 몇 개인가?

I. $1 + a > \sqrt{1 + 2a}$
II. $\sqrt{2(a+b)} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$
III. $a + \frac{1}{a} \geq 2$
IV. $\frac{2ab}{a+b} \leq \sqrt{ab}$
V. $(a+b) \left(\frac{2}{a} + \frac{2}{b} \right) \geq 4$
VI. $(2a+b) \left(\frac{8}{a} + \frac{1}{b} \right) \geq 25$

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

10. $x > 2$ 일 때, $x + \frac{1}{x-2}$ 의 최솟값을 구하여라.

 답: _____

11. x, y 가 실수일 때, 다음 중 조건 p 가 조건 q 의 필요충분 조건인 것은?

① $p: x+y \geq 4, q: x \geq 2$ 또는 $y \geq 2$

② $p: x+y$ 는 유리수, $q: x, y$ 는 모두 유리수

③ $p: xy > x+y > 4, q: x > 2$ 이고 $y > 2$

④ $p: xy+1 > x+y > 2, q: x > 1$ 이고 $y > 1$

⑤ $p: |x| > |y|, q: x > y$

12. 임의의 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + 4xy + 4y^2 + 10x + ay + 5b \geq 0$ 이 성립하기 위한 상수 a, b 에서 $a+b$ 의 최솟값을 구하면?

- ① 5 ② 15 ③ 25 ④ 35 ⑤ 45

13. $(1+a)(1+b)(1+c) = 8$ 인 양수 a, b, c 에 대하여 $abc \leq 1$ 임을 다음과 같이 증명하였다.

(가), (나)에 알맞은 것을 차례로 적으면?

증명

주어진 식을 전개하면

$$1 + (a+b+c) + (ab+bc+ca) + abc = 8$$

이 때, (산술평균) \geq (기하평균)을 이용하면

$$a+b+c \geq 3(abc)^{\frac{1}{3}}$$

$$ab+bc+ca \geq 3 \times \boxed{\text{(가)}} \text{이고,}$$

등호는 $a=b=c$ 일 때 성립한다.

$$\therefore 8 \geq 1 + 3(abc)^{\frac{1}{3}} + 3(abc)^{\frac{2}{3}} + abc = \{1 + (abc)^{\frac{1}{3}}\}^3$$

$$\text{그러므로 } (abc)^{\frac{1}{3}} + 1 \leq 2$$

곧, $abc \leq 1$ 을 얻는다.

또, 등호는 $\boxed{\text{(나)}}$ 일 때 성립한다.

- ① $abc, a=b=c=1$ ② $(abc)^{\frac{1}{3}}, a=2$ 이고 $b=c$
 ③ $(abc)^{\frac{2}{3}}, a=b=c=1$ ④ $abc, a=b$ 또는 $c=2$
 ⑤ $(abc)^{\frac{2}{3}}, a=b=c=2$

14. $x < 0$ 인 실수 x 에 대하여 $f(x)$ 가 $2f(x) = \frac{1}{x} + f\left(\frac{1}{x}\right)$ 를 만족할 때,

$f(x)$ 의 최댓값은?

① $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$
④ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

② $-\frac{\sqrt{2}}{3}$
⑤ $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

③ $\frac{\sqrt{2}}{3}$

15. a, b 가 양의 상수이고, x, y 가 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 을 만족하면서 변할 때, $x+y$ 의 최댓값은?

① a^2

② b^2

③ $\sqrt{a^2+b^2}$

④ a^2+b^2

⑤ $\frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}}$