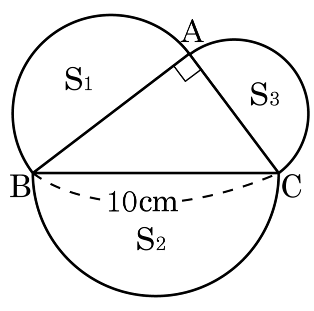
1. 그림과 같이 빗변의 길이가 10cm 인 $\triangle$ABC 의 각 변을 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 S_1 , S_2 , S_3 라고 할 때, $S_1 + S_2 + S_3$ 의 값을 구하면?



① $10\pi\text{cm}^2$　② $15\pi\text{cm}^2$　③ $20\pi\text{cm}^2$

④ $25\pi\text{cm}^2$　⑤ $30\pi\text{cm}^2$

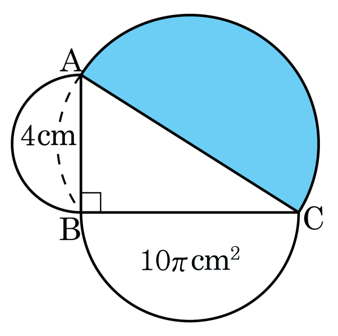
해설

$S_1 + S_3 = S_2$

$S_1 + S_2 + S_3 = 2S_2$

$\therefore 2 \times \pi \times 5^2 \times \dfrac{1}{2} = 25\pi(\text{cm}^2)$

2. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$, $\overline{AB} = 4\,\text{cm}$ 인 직각삼각형 ABC 의 각 변을 지름으로 하는 세 반원을 그렸다. $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이가 $10\pi\,\text{cm}^2$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답： $\underline{\qquad\qquad \pi\,\text{cm}^2}$

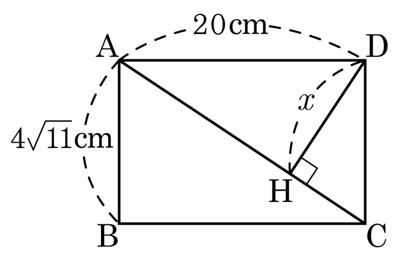
▷ 정답： 12 $\underline{\pi\,\text{cm}^2}$

해설

반지름 r 인 원의 넓이는 $r^2\pi$ 이므로 지름이 4cm 인 반원의 넓이는 $2^2\pi \times \dfrac{1}{2} = 2\pi(\text{cm}^2)$

따라서 색칠한 부분의 넓이는 $10\pi + 2\pi = 12\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

3. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AC} \perp \overline{DH}$ 일 때, x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}$ cm

▷ 정답 : $\dfrac{10\sqrt{11}}{3}$ cm

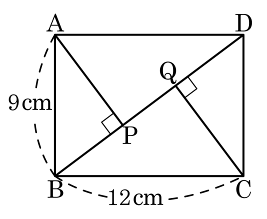
해설

$\overline{AC} = \sqrt{20^2 + (4\sqrt{11})^2} = \sqrt{576} = 24(\text{cm})$

$20 \times 4\sqrt{11} = 24 \times x$

$\therefore x = \dfrac{10\sqrt{11}}{3}(\text{cm})$

4. 다음 직사각형의 두 꼭짓점 A , C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라 할 때, $\overline{AP}+\overline{PD}$ 의 길이를 구하여라.



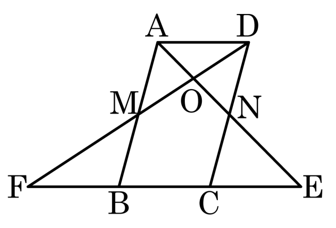
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 16.8 cm

해설

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{BD}=15(\text{cm})$ 이다.
$\overline{AP}\times\overline{BD}=\overline{AB}\times\overline{AD}$ 이므로,
$\overline{AP}=7.2(\text{cm})$ 이다.
$\triangle ADP$ 와 $\triangle ABD$ 는 닮음이므로
$\overline{PD}:\overline{AD}=\overline{AD}:\overline{BD}$ 에서
$\overline{AD}^2=\overline{PD}\times\overline{BD}$ 이므로 $\overline{PD}=9.6(\text{cm})$ 이다.
따라서 $\overline{AP}+\overline{PD}=7.2+9.6=16.8(\text{cm})$ 이다.

5. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 M, N 은 각각 변 AB, CD 의 중점이고, 변 BC 의 연장선과 두 직선 AN, DM 이 만나는 점을 각각 E, F 라 한다. 삼각형 OEF 의 넓이가 81 일 때, 사각형 CDMB 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 54

해설

$\angle AND = \angle CNE$ (맞꼭지각)
$\overline{DN} = \overline{CN}$, $\angle ADN = \angle NCE$ (선분 AD 와 CE 가 평행하므로)
$\therefore\ \triangle AND \equiv \triangle NCE$ (ASA 합동)
같은 방법으로 $\triangle AMD \equiv \triangle MBF$ (ASA 합동)
$\triangle OEF$
$= \triangle OMN + \square MNCB + \triangle MBF + \triangle NCE$
$= \triangle OMN + \square MNCB + \triangle AMD + \triangle AND$
$= \square ABCD + \triangle AOD$
그런데 선분 AM 과 DN 이 평행하고, 길이가 같으므로 $\square MNCB$ 는 평행사변형이다. 또한 점 O는 두 대각선의 교점이므로

$$\begin{aligned}\triangle AOD &= \frac{1}{4}\square MNCB \\ &= \frac{1}{4} \times \frac{1}{2}\square ABCD \\ &= \frac{1}{8}\square ABCD\end{aligned}$$

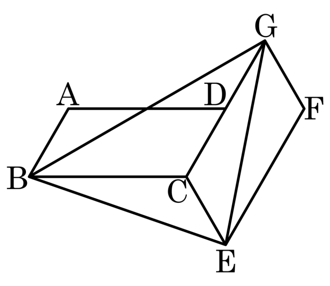
$\triangle OEF = \square ABCD + \triangle AOD$ 에서

$81 = \frac{9}{8}\square ABCD \qquad \therefore\ \square ABCD = 72$

$$\begin{aligned}\triangle ADM &= \frac{1}{2}\square AMND \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\square ABCD \\ &= \frac{1}{4}\square ABCD\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore\ \square CDMB &= \square ABCD - \triangle ADM \\ &= \frac{3}{4}\square ABCD \\ &= 72 \times \frac{3}{4} \\ &= 54\end{aligned}$$

6. 다음 그림에서 사각형 ABCD, CEFG 는 넓이가 30 인 같은 평행사변형이고, $\overline{AD} = 2\overline{AB}$, $\overline{CG} = 2\overline{CE}$, $\angle B = 60°$ 일 때, 삼각형 BEG 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 60

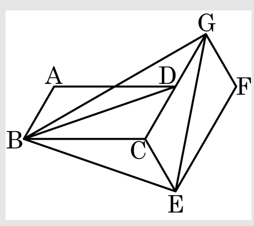
해설

사각형 ABCD, CEFG 는 넓이가 30 인 같은 평행사변형이고, $\overline{AD} = 2\overline{AB}$, $\overline{CG} = 2\overline{CE}$ 이므로 평행사변형 ABCD 와 CEFG 는 합동이다.

$\angle BCD = 180 - 60 = 120°$ 이고 평행사변형 ABCD 와 CEFG 는 합동이므로

$\angle GCE = \angle BCD = \angle BCE = 120°$

다음과 같이 꼭짓점 B, D 를 잇는 대각선을 그으면



$\triangle BCD$ 와 $\triangle BCE$ 에서 $\overline{CD} = \overline{CE}$, $\angle BCD = \angle BCE = 120°$, $\overline{BC}$ 는 공통이므로

$\triangle BCD \equiv \triangle BCE$ (SAS 합동)

이때, 평행사변형 ABCD 의 넓이는 30 이므로 $\triangle BCE = \triangle BCD = \frac{1}{2} \times 30 = 15$

$\therefore\ \triangle CEG = \frac{1}{2}\square CEGF = 15$

$\overline{CG} = 2\overline{CE} = 2\overline{CD}$ 이므로

$\triangle BCG = 2 \times \triangle BCD = 30$

따라서 $\triangle BEG = \triangle BCE + \triangle CEG + \triangle BCG = 15 + 15 + 30 = 60$ 이다.